

T/434



FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES
DPTO. ANÁLISIS ECONÓMICO: TEORÍA ECONÓMICA E HISTORIA ECONÓMICA

TESIS DOCTORAL

INVERSIÓN CON RESTRICCIONES FINANCIERAS Y DE
LIQUIDEZ: EL CANAL CREDITICIO DE LA POLÍTICA
MONETARIA CON INVERSIÓN EN ACTIVOS NO
PRODUCTIVOS

Madrid, Año 2004



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA MADRID
REGISTRO GENERAL

Entrada 01 Nº. 200300017043
10/11/03 11:34:48

AUTOR: D. JULIÁN MORAL CARCEDO
DIRECTOR: D. FELIPE SÁEZ FERNÁNDEZ

R^o FEE. 84419 M
2527757

*"En tanto que haya alguien que crea en una
idea, la idea vive"*

José Ortega y Gasset
1883-1955

Muchas han sido las personas que deberían figurar en estas líneas de agradecimiento, entre ellas, me gustaría destacar a todos los profesores y compañeros del Departamento de Análisis Económico de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Autónoma de Madrid por crear un espacio de trabajo idóneo para la realización de esta Tesis Doctoral. En especial, quiero expresar mi agradecimiento al director de esta Tesis Doctoral D. Felipe Sáez Fernández por dirigir este primer trabajo de investigación, que espero sea considerado como serio y profundo, del doctorando.

Del mismo modo, quiero expresar mi reconocimiento a D. José Ramón Lasuén Sancho y Dña. Maribel García Gracia, ambos miembros del equipo de Dirección del Departamento de Análisis Económico en la fecha en que me incorporé al mismo, por su apoyo y confianza, permitiéndome desarrollar mi carrera investigadora y docente en el campo de la teoría económica en el seno de esta Universidad.

Por supuesto, gracias a Dña. Ainhoa Herrarte, a D. José Zofío, a D. Julián Sánchez, a D. Rubén García, D. Carlos Asenjo, D. Joaquín Vera y D. Ignacio de Juan por ser quienes más de cerca habéis "sufrido" esta Tesis y, en ocasiones, haberos prestado a mis divagaciones. Siempre recordaré nuestras discusiones y opiniones sobre los "grandes temas" de la Economía alrededor de un café.

Ni sería justo, ni quiero olvidarme del papel de D. Julián Pérez, director del Trabajo de Investigación previo a esta Tesis Doctoral, en mi carrera investigadora. Gracias a él "despertó" mi curiosidad sobre la economía, consiguiendo que al finalizar la licenciatura de Admón. y Dirección de Empresas prefiriese, a pesar de sus sinsabores, el "mundillo" universitario.

En esa labor de estímulo intelectual no puedo olvidar a todos los miembros del Departamento de Economía Aplicada de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Autónoma de Madrid, y los miembros del Instituto de investigación L. R. Klein en el que se desarrollé el período formativo de Tercer Ciclo y mis primeros años de investigación. A todos ellos, gracias.

Seguro que olvido nombrar a muchos y espero que por ello no se sientan ofendidos, de todos modos os pido disculpas por anticipado, y por supuesto mi agradecimiento por delante. Mi memoria es un auténtico desastre.

Obviamente, lo que no puedo olvidar por muy mala memoria que tenga, es el apoyo de mis padres, Fabián y Angeles, y hermanos, Miguel Angel, M^a Isabel, José Ignacio, Fabián y Carlos. También de los miembros más recientes de mi familia, José y la pequeña Sara, y, como no, de los futuros miembros, M^a Cruz y Natalia. Gracias a todos, por todo.

Y a ti, Nuria, ¿qué te puedo decir?. Esta tesis, como todo lo demás, es para ti. TQ.

Madrid, 2003.

ÍNDICE

	Página
0.-INTRODUCCIÓN	17
1.-MODELOS TEÓRICOS Y HECHOS "ESTILIZADOS" DE LA ECONOMÍA MONETARIA.	29
1.1.- PRINCIPALES MODELOS TEÓRICOS DE LA ECONOMÍA MONETARIA	31
1.1.1.-Modelos CIA ("Cash-in-advance")	33
1.1.2.-Modelos MIU ("Money-in-the-Utility-Function")	38
1.2.- LA NO NEUTRALIDAD DEL DINERO EN EL CORTO PLAZO: LIMITACIONES DE LOS MODELOS TEÓRICOS	44
1.3.- PREDICCIONES TEÓRICAS Y RESULTADOS EMPÍRICOS: EL SOPORTE DE LA ECONOMÍA MONETARIA.	61
1.3.1.-¿Es la inflación un fenómeno monetario?	62
1.3.2.-¿Neutralidad del dinero?	69
1.3.3.- La inflación y el crecimiento económico.	79
1.3.4.- Tipos de interés nominales e inflación.	83
1.4.- MODELOS TEÓRICOS Y HECHOS ESTILIZADOS DE LA ECONOMÍA MONETARIA: RECAPITULACIÓN	87
2.- INVERSIÓN Y FINANCIACIÓN EN EL CICLO ECONÓMICO	93
3.- MODELIZACIÓN DE LOS DETERMINANTES DE LA INVERSIÓN	103
3.1.-MODELO NEOCLÁSICO DE INVERSIÓN: JORGERSON	104
3.2.- MODELOS DE INVERSIÓN CON COSTES DE AJUSTE	116

3.3.-INVERSIÓN IRREVERSIBLE E INCERTIDUMBRE	131
3.4.-DETERMINANTES DE LA INVERSIÓN NO FINANCIEROS: RECAPITULACIÓN	152
4.- RESTRICCIONES FINANCIERAS E INVERSIÓN	157
4.1.-INVERSIÓN E INFORMACIÓN IMPERFECTA Y COSTE DE LA DEUDA	161
4.2.-ACELERADOR FINANCIERO: ENFOQUES MACRO Y MICRO	175
4.2.1.Enfoques macroeconómicos: El canal crediticio de la política monetaria	176
4.2.2.Enfoques microeconómicos: inversión con restricciones financieras	183
4.2.2.1.-El modelo de Fazzari et al. (1988)	184
4.2.2.2.-El modelo de Hubbard et al.(1995)	192
4.2.2.3.-El modelo de Bond y Meghir (1994)	199
4.2.2.4.-El modelo de Scaramozzino (1997)	210
4.2.2.5.-El modelo de Cummins y Nyman (2001) y Ono (2003). El papel de los activos líquidos.	212
4.3.-RESTRICCIONES FINANCIERAS E INVERSIÓN: RECAPITULACIÓN	223
5.-EMPLEO Y CAPITAL CON RESTRICCIONES FINANCIERAS Y DE LIQUIDEZ	231
5.1.- DESCRIPCIÓN DEL MODELO	236
5.2.-POLÍTICAS ÓPTIMAS DE INVERSIÓN, ENDEUDAMIENTO Y EMPLEO	247
5.3.-EVOLUCIÓN TEMPORAL DE LA INVERSIÓN, ENDEUDAMIENTO Y EMPLEO ÓPTIMOS	252
5.4.-EL EFECTO DE LAS RESTRICCIONES SOBRE LOS ACTIVOS LÍQUIDOS EN LAS DECISIONES OPTIMAS DE LAS EMPRESAS	263

5.5.-MODIFICACIÓN DE LAS RESPUESTAS ÓPTIMAS FRENTE A LAS ALTERACIONES EN LAS VARIABLES CREDITICIAS	269
5.6.-SIMULACIÓN DEL MODELO	276
5.7.-RESTRICCIONES FINANCIERAS Y DE INVERSIÓN: RECAPITULACIÓN	280
6.-CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	287
BIBLIOGRAFÍA	301
ANEXO	A-1
A.1.-Optimización dinámica: enfoque discreto	A-1
A.1.1.-Optimización dinámica determinista con horizonte finito	A-2
A.1.2.-Optimización dinámica determinista con horizonte infinito	A-8
A.1.2.1.-Método de iteración en la función valor	A-10
A.1.2.2.-Método de iteración en la política	A-12
A.1.3.-Optimización dinámica estocástica con horizonte infinito	A-13
A.1.3.1.-Método de log-linearización (Uhlig 1995).	A-15
A.1.3.2.-Método de iteración en la función valor	A-21
A.1.3.3.-Método de iteración en la política	A-23
A.2.-Métodos de iteración: el problema de la dimensionalidad	A-25
A.2.1.-Código del problema de optimización en MATLAB	A-32
A.3.- Resolución mediante la ecuación de Bellman del modelo analizado en el apartado 4.1. Con horizonte infinito	A-34
A.4.-Código en MATLAB para la simulación presentada en el apartado 4.1	A-39
A.5.- Código en MATLAB para la simulación del modelo de Abel et al. (1996) incluido en el análisis del efecto de la incertidumbre en la inversión	A-41

A.6.-Método de resolución del modelo definido en el apartado 5.2	A-44
A.6.1.- M-files y funciones para la optimización directa del funcional	A-51
A.6.2.- M-files y funciones para la resolución del sistema de ecuaciones no lineales dado por las condiciones de primer orden	A-56
A.6.3.- M-files para la simulación del sistema.	A-61

INTRODUCCIÓN

Explicar alguno de los grandes temas de la Economía a un no economista suele generar inmediatamente la perplejidad del que escucha. Este podría ser el caso de las distintas teorías sobre el papel y efectividad de la política monetaria. Tras la aceptación generalizada de la teoría de las Expectativas Racionales, pocos economistas ponen en duda la neutralidad de la política monetaria. Sin embargo, tal resultado sólo se aplica en el "largo plazo", ya que, igualmente, pocos economistas se atreverían a afirmar que la política monetaria carece de efectos en el corto plazo. Esta aparente esquizofrenia puede provocar sin duda la perplejidad de cualquiera, sin embargo, lo que realmente pone en evidencia es la ignorancia en la que aún nos encontramos. Tal y como señaló ya Robert E. Lucas Jr. al recibir el premio Nóbel de Economía, a pesar del esfuerzo dedicado a la comprensión de los posibles efectos de la política monetaria en la

inflación, empleo y producción, en la actualidad carecemos de una respuesta completamente satisfactoria.

Los modelos de equilibrio general más difundidos en la actualidad, en los que el dinero presenta algún papel, capturan adecuadamente algunos de los principales hechos "estilizados" monetarios del largo plazo (neutralidad del dinero, inflación vinculada al crecimiento del dinero, tipos de interés nominales evolucionando con la inflación). Sin embargo, su capacidad de replicar los comovimientos de corto plazo experimentados por variables monetarias y reales es muy limitada. En general, resultan incapaces de generar respuestas apreciables en las variables reales tras la realización de un "shock" monetario asimilable a medidas de política monetaria. Junto a esta limitación, los mecanismos por los que se generan las respuestas son cuando menos poco "realistas". Por ejemplo, en un modelo CIA ("*cash-in-advance*") típico como el analizado en el primer capítulo, el mecanismo por el que se generan efectos sobre la producción y empleo pasa por la modificación de la oferta de trabajo como respuesta a las alteraciones en el consumo inducidas por la restricción CIA y las variaciones en las expectativas de inflación. Asimismo, el efecto generado en los tipos de interés nominales es el contrario del habitualmente "esperado", es decir, un "shock" que aumente la cantidad de dinero eleva el tipo de interés (al elevar la tasa de inflación) y no al contrario, como se esperaría¹. Junto a estas limitaciones cabe destacar la ausencia de efectos significativos² en el stock de capital tras variaciones en las condiciones monetarias, algo que realmente condiciona el realismo de los modelos monetarios del ciclo económico. Esta debilidad se ve agravada por el papel primordial de la inversión en las fluctuaciones cíclicas de la economía, algo que limita considerablemente la validez de una explicación monetaria del ciclo en la que el capital no registre variaciones.

Las últimas décadas han dado lugar a una abundante literatura relativa a las posibles condiciones en las que un modelo basado en "shocks" monetarios puede dar lugar a una respuesta más significativa de las variables reales, o dicho de otro modo, qué mecanismos pueden generar no neutralidad del dinero en el corto plazo, de modo similar a lo que se observa en los datos. Las propuestas teóricas han sido múltiples, desde la consideración de rigidez en los precios y fijación de salarios a intervalos regulares (Taylor, 1979), hasta, en un contexto de precios flexibles, las expectativas-percepciones erróneas de Friedman y Lucas sobre los salarios

¹ Se denomina efecto de liquidez a la reducción en los tipos de interés que acompaña a "shocks" monetarios expansivos. Christiano y Eichenbaum (1992) analizan este efecto y el mecanismo de transmisión monetaria en un modelo con efecto liquidez en comparación con el modelo básico CIA, que carece de tal efecto.

² En ocasiones la inclusión simultánea de "shocks" monetarios y tecnológicos (que afectan a la productividad marginal del capital) permite obtener comportamientos simulados más acordes con los realmente observados. Otras limitaciones hacen referencia a la persistencia de los efectos generados por los "shocks". Por ejemplo, en el modelo CIA analizado por Christiano y Eichenbaum (1992), los efectos presentan una duración limitada a 1 o dos periodos, lo que obliga a considerar algún tipo de rigidez en los modelos a fin de generar efectos similares a los observados.

y precios relativos, pasando por la consideración de efectos de liquidez y participación limitada de Christiano y Eichenbaum (1992) o Fuerst (1992) o incluso por modificar los supuestos de competencia perfecta básicos en un modelo de equilibrio general neoclásico, como en el caso de Blanchard y Kiyotaki combinado con rigidez en los precios.

Aún cuando estas propuestas consiguen resultados más acordes con las observaciones (períodos de ajuste largos en la inflación, efectos significativos en la producción, efectos de liquidez,...) aún presentan limitaciones de "contenido" importantes. Como ejemplo de tales limitaciones se puede mencionar el trabajo de Christiano y Eichenbaum (1992) en el que describen un modelo de participación limitada capaz de generar un efecto liquidez.

En este modelo cobran gran importancia los supuestos establecidos en torno al modo en que se realizan las transacciones³. En el caso del empleo, los supuestos del modelo establecen que los salarios se pagan íntegramente con deuda⁴, la cual es cubierta por los intermediarios financieros, agente que junto a hogares y empresas integran la economía artificial en la que se basa el modelo. Esta restricción genera un vínculo directo entre empleo y tipo de interés de la deuda, provocando asimismo que, bajo los supuestos habituales sobre la productividad de los factores, siempre exista deuda en dicha economía, la cual actúa como mecanismo de transmisión de la política monetaria.

Ante una inyección monetaria no anticipada⁵, se incrementa la oferta de deuda por parte de los intermediarios financieros lo cual presiona a la baja los tipos de interés. Con menores tipos de interés se abarata el coste de la mano de obra, con lo cual aumenta la demanda de trabajo, el salario real y el empleo de la economía (asumiendo que la oferta de trabajo no se modifica significativamente). Al incrementarse el empleo, finalmente la producción aumentaría, generándose por tanto un efecto real tras la inyección monetaria. Asimismo, si en la función de producción definida en el modelo la productividad marginal del capital varía con la utilización del factor trabajo, la variación del empleo afectará al capital óptimo y por tanto a la inversión, que tan sólo respondería pasivamente a los shocks monetarios.

El papel tan limitado de la inversión contrasta con la percepción generalizada de que una de las principales vías por la que la política monetaria presenta efectos reales reside en la respuesta del gasto de inversión de las empresas (y otros tipos de gasto) a las variaciones de las

³ Esta crítica es extensible al modelo CIA. Abel (1985) muestra como la extensión de la restricción CIA a las operaciones de capital (es decir, el dinero es preciso para realizar consumo o/e inversión) genera la no neutralidad del dinero también en el largo plazo.

⁴ El uso de la deuda se limita en exclusiva al pago de salarios.

⁵ Como modelo de participación limitada, la inyección monetaria no se distribuye proporcionalmente entre todos los agentes. En este caso, los intermediarios financieros son los que perciben la inyección.

condiciones monetarias y crediticias. Dicha respuesta no está limitada en exclusiva a los efectos del denominado canal del tipo de interés, el cual está vinculado a las alteraciones que las variaciones en los tipos de interés provocan sobre el coste de uso del capital⁶, sino que se amplía a otros posibles canales de transmisión o propagación de la política monetaria, los cuales han atraído recientemente una renovada atención.

Como señalan Bernanke y Gertler (1995), es difícil explicar la "magnitud, evolución temporal y composición de la respuesta de la economía a los shocks de política monetaria en términos de los convencionales efectos del tipo de interés" (página 34). Dichos canales de transmisión están vinculados a aspectos financieros que fueron ignorados a partir de la revolución neoclásica, y de su "buque insignia" en este tema, el teorema de la irrelevancia financiera de Modigliani y Miller. Nuevos desarrollos teóricos⁷ y los mediocres resultados de los modelos de inversión neoclásicos contruidos sobre dicha proposición⁸ han vuelto a poner de manifiesto la necesidad de tener presentes variables financieras dentro de los determinantes de la inversión y como factores de transmisión y propagación de los "shocks" monetarios. Uno y otro aspecto son revisados de forma magistral en los artículos de Gertler: "Financial structure an aggregate economic activity: an overview" (1988), Hubbard: "Capital-Market imperfections and investment" (1998) y Chirinko: "Business Fixed Investment Spending: modelling strategies, empirical results and policy implications" (1993).

Dada la relevancia de la evolución de la inversión en el ciclo económico y en el proceso de transmisión de la política monetaria, el objeto de esta Tesis Doctoral es el análisis teórico de los determinantes de la inversión, prestando especial atención a las variables financieras que afectan a las decisiones de inversión empresariales y a las restricciones que afectan al comportamiento optimizador de las empresas. La consideración de factores financieros se justifica en la dificultad de explicar las variaciones de la inversión a corto plazo exclusivamente en términos de variaciones en el coste de uso del capital (asumiendo que el rendimiento del capital está dado), provocadas éstas por alteraciones en las condiciones crediticias. Ampliando el análisis de los determinantes de la inversión a factores financieros, permite, no sólo analizar el efecto de distintas imperfecciones en los mercados crediticios a nivel microeconómico, sino

⁶ Dicho concepto surge con el modelo neoclásico de inversión propuesto por Jorgenson, el cual será analizado en el capítulo 3 como modelo de referencia ó "benchmark".

⁷ Aunque son detallados en el capítulo 4, baste hacer referencia a que tales desarrollos teóricos tienen que ver con el desarrollo de la teoría de la información, selección adversa y el racionamiento en los mercados de crédito. Fazzari et al. (1988) presentan una interesante revisión de cómo a través del tiempo, los diferentes paradigmas teóricos y resultados empíricos han supuesto el "olvido" y el "renacimiento" de los factores financieros en la inversión.

⁸ El modelo neoclásico de inversión de Jorgenson elude cualquier consideración financiera en base a la irrelevancia de tales factores.

que permite considerar mecanismos de transmisión de la política monetaria adicionales⁹ a los tipos de interés, basados en el denominado "canal crediticio".

El canal crediticio está vinculado a dos fuentes de propagación que actúan de forma paralela al canal tradicional de tipos de interés. Dichas fuentes se refieren al canal del "balance financiero" (o acelerador financiero) y al "canal bancario". Siguiendo a Bernanke y Gertler (1995), el canal del "balance financiero" está basado en la relación existente entre la posición de balance de la empresa y la prima a satisfacer por la financiación externa. En resumidas cuentas, el interés exigido por el acreedor dependerá, entre otros factores, del endeudamiento acumulado por el deudor o de la disponibilidad de garantías patrimoniales suficientes¹⁰. Como consecuencia, las alteraciones en el valor patrimonial del deudor modificarán la prima exigida por el acreedor lo que afecta a las decisiones de inversión de la empresa.

El mecanismo de funcionamiento¹¹ del acelerador financiero es conceptualmente muy sencillo. Así, siguiendo a Hubbard (1998), si durante las fases de aceleración se producen unas expectativas favorables de inversión (nuevas oportunidades de negocio) que incrementen la demanda de capital, la favorable fase cíclica previsiblemente coincidirá con una mayor disponibilidad de recursos internos y externos que reducirán el coste de uso del capital, lo cual permitirá una expansión aún mayor de la inversión. De manera inversa, una fase recesiva reduce la disponibilidad de recursos financieros lo que incrementa el coste de uso, de forma que si coincide esta fase con un período de expectativas desfavorables, el efecto negativo final sobre la inversión será más intenso. De forma adicional, la reducción de la inversión supondrá que la

⁹ Como señalan Bernanke y Gertler (1995), salvo en ocasiones muy concretas, el crédito no es una "fuerza" impulsora originaria, las condiciones crediticias son un factor endógeno que puede explicar la respuesta dinámica de la economía frente a actuaciones discrecionales de política monetaria. En terminología de Frisch, las condiciones crediticias forman parte del "mecanismo de propagación" y no de los "impulsos".

¹⁰ Las garantías exigidas por el acreedor pueden ser de múltiples tipos: activos físicos por igual valor que el nominal del préstamo, capacidad de generar recursos suficientes para satisfacer la deuda y los intereses, mantener depósitos inactivos si el acreedor es un intermediario financiero, etc. Dado que las pequeñas empresas disponen de menores garantías que las grandes, cabe esperar en base a este razonamiento que las grandes empresas se verán favorecidas de primas más bajas.

¹¹ Bernanke y Gertler (1995) dan un ejemplo sobre cómo actúa el canal de la "posición financiera". Supongamos un endurecimiento de la política monetaria que eleva el tipo de interés. Esta medida afecta directamente a la posición de balance de la empresa en al menos dos vías. Si el deudor presenta deuda a corto plazo o a tipo variable, el endurecimiento de la política monetaria supondrá un inmediato incremento del gasto en intereses de la empresa, lo cual reduce el resultado neto de la empresa y por tanto su posición de balance. En segundo lugar, la elevación de los tipos de interés puede reducir el valor de los precios de otros activos que posee la empresa y que usualmente se utilizan como garantía de los préstamos (por ejemplo, acciones y títulos de renta fija emitidas a tipo inferior). Junto a estos efectos directos existen otros indirectos que también afectan a la posición de balance de la empresa. Estos efectos vienen provocados por el impacto del endurecimiento monetario sobre las ventas o ingresos de la empresa al afectar al nivel de gasto de sus clientes, de modo que al reducirse su beneficio empeorará su posición financiera.

empresa reduce su capacidad para generar en el futuro recursos internos, lo cual propaga en el tiempo los efectos del shock inicial.

En cuanto al denominado "canal bancario", éste es prácticamente similar al mecanismo por el que el modelo de Christiano y Eichenbaum (1992) generaban un efecto liquidez. Este canal, tal y como señalan Gertler y Gilchrist (1994), hace referencia a la capacidad de la política monetaria para "regular" la oferta crediticia bancaria y a través de ella, para alterar las condiciones crediticias de los agentes económicos que basan su financiación en préstamos bancarios¹². En tales condiciones el Banco Central tiene la capacidad (limitada) de modificar el gasto de los agentes más dependientes de los préstamos bancarios, en definitiva, de alentar o de desincentivar la inversión en sentido amplio, es decir no sólo en bienes de equipo sino también en otros activos¹³ (existencias, cuentas de clientes, saldos de tesorería,...). El énfasis en este canal surge asimismo de la capacidad de tales agentes para generar modificaciones en la oferta crediticia no ligadas a alteraciones en la base monetaria (controlable por el Banco Central). Como recoge Gertler (1988) las economías desarrolladas presentan un amplio "menú" de activos financieros distintos del dinero, los cuales presentan diferentes grados de liquidez y sustituibilidad. En tales condiciones el "control" efectivo del Banco Central o el papel del dinero en la financiación-inversión de la economía es más difuso, dado que la determinación de los tipos de interés no está vinculada directamente a la cantidad de dinero existente en la economía¹⁴.

¹² Fundamentado en la existencia de información asimétrica entre oferentes y demandantes de fondos. Se asume que los bancos disfrutan de economías de escala en la evaluación del riesgo crediticio, por lo tanto les resulta menos costoso evaluar la información relevante para la operación crediticia. Esto supone finalmente que los bancos son los únicos agentes prestamistas para aquellas empresas (pequeñas generalmente) que no pueden afrontar el coste de proveer de información suficiente al resto de prestamistas, los cuales no pueden afrontar el coste de evaluar la calidad crediticia sin información suficiente y por tanto no estarán dispuestos a prestar cantidad alguna. En estas condiciones, la única posibilidad económicamente viable para un demandante de fondos de obtener los recursos que precisa, es acudir a un intermediario financiero.

Otras importantes implicaciones del papel de la información asimétrica en los mercados financieros están recogidas en Gertler (1988). Una de las más interesantes es la apuntada por Moore (1987) quién señala que el establecimiento de relaciones permanentes entre intermediarios financieros y deudores es lo que permite reducir los posibles problemas de información asimétrica. Por lo tanto, cabría esperar que la duración de las relaciones permite obtener mejores condiciones crediticias al deudor.

¹³ A modo de anticipo, el modelo presentado permite comprobar como, bajo restricciones financieras, las decisiones de inversión en bienes de equipo no son independientes de las decisiones de inversión en otros activos.

¹⁴ En los modelos keynesianos y monetarios es frecuente asumir que existen dos activos financieros (dinero y bonos) perfectamente sustituibles entre sí. En tales circunstancias, el equilibrio en el mercado de bonos es simultáneo al equilibrio en el mercado de dinero, de modo que modificaciones en la oferta de dinero altera el tipo de interés de equilibrio en el mercado de bonos. En base a esto, es posible abstraerse del mercado de bonos y considerar en exclusiva el mercado de dinero como el único activo financiero de la economía. Si la economía presenta intermediarios financieros que crean distintos activos de diversas características y no perfectamente sustituibles entre sí, el papel de las modificaciones en las cantidades de dinero sobre el rendimiento del resto de activos financieros no es tan directo. En esos casos el papel del dinero no es tan

Este renovado énfasis en la existencia e importancia del canal crediticio en la propagación de shocks monetarios se ha soportado sobre el "éxito" empírico de modelos microeconómicos de inversión con restricciones financieras, en relación con modelos neoclásicos de inversión "jorgensonianos". En el pionero artículo de Fazzari et al. (1988), éstos autores presentan un modelo de inversión con "jerarquía financiera" en el que existe preferencia de unas fuentes de financiación frente a otras cuando éstas no son sustitutivos perfectos. En el caso analizado por estos autores, las diferencias fiscales y la imperfección de la información generan un diferencial de coste entre los recursos internos, derivados de la retención de beneficios, y el coste de los recursos externos, que Fazzari et al. (1988) limitan en su modelo a la emisión de nuevas acciones, lo que genera una preferencia o jerarquía financiera.

Los resultados de este modelo suponen la existencia de distintos "regímenes" de inversión en función de la financiación utilizada. En el caso de que la empresa se financie mediante emisión de nuevas acciones, el beneficio que genera la inversión marginal ha de resultar superior al beneficio exigido cuando los recursos internos son suficientes. Alternativamente, el modelo expuesto muestra como los recursos externos (nuevas acciones) resultan más costosos que los recursos internos, y por tanto, la inversión, si es óptima, ha de reportar distinto beneficio marginal en cada caso, obviamente, más elevado cuanto mayor sea el coste de la financiación. En el caso de que la inversión no lleve acarreado un beneficio marginal como el requerido para la emisión de nuevas acciones, la empresa se enfrentará a "restricciones financieras", en cuanto que sus decisiones de inversión están condicionadas por la disponibilidad de recursos internos, dado que no accederá a fuentes externas de financiación al ser excesivamente costosas en relación con el beneficio marginal derivado de la inversión. En tales condiciones la evolución de la inversión estará ligada a la de los recursos internamente generados (cash-flow)¹⁵.

En una línea similar, otros autores como Hubbard et al. (1995) o Bond y Meghir (1994) amplían el modelo de Fazzari et al. (1988) para incluir otras fuentes de financiación como la deuda, y la posibilidad asociada a esta decisión de que la empresa quiebre y el control de la misma pase a los acreedores. En el caso de la propuesta por Scaramozzino (1997), el modelo básico de Fazzari et al. (1988) se amplía incluyendo la distribución de un dividendo mínimo y la existencia de costes de ajuste del capital instalado. En cualquier caso, el resultado básico que se repite en todos ellos es la existencia de diferencias en la inversión en función de los distintos

relevante. Un claro ejemplo lo proporciona el artículo de Friedman (Benjamín) y Kuttner (1993) en el que consideran cinco activos financieros imperfectamente sustituibles (dinero, letras del tesoro, préstamos bancarios, certificados de depósito emitidos por el sector bancario y pagarés de empresa).

¹⁵ En tales condiciones, existe un posible canal de "balance financiero", dado que la inversión de la empresa está condicionada a su posición de balance y en concreto a su capacidad de generar recursos internos.

regímenes de financiación en que se halle inmersa la empresa. Si la inversión se acomete con recursos internos, la capacidad de generación de los mismos y sus fluctuaciones a lo largo del ciclo económico condicionarán la inversión, abriéndose el camino a la posible existencia de un "acelerador financiero" en la inversión y poniendo de relieve la importancia de las condiciones financieras en la inversión empresarial.

Dado que la inversión empresarial abarca un amplio tipo de bienes, entre ellos inversión en existencias y otros activos incluidos en el activo circulante de las empresas, algunas propuestas recientes han puesto de manifiesto la necesidad de reconsiderar los determinantes de tal inversión a la luz de los resultados teóricos señalados anteriormente. Carpenter et al. (1994) parten de la premisa de que al hallarse condicionada la inversión empresarial por las fluctuaciones en los recursos internos de la empresa, la inversión en existencias ha de reflejar, en mayor medida que otros bienes, tales fluctuaciones. Tal y como señalan estos autores, en respuesta a un shock negativo en los recursos internos, la empresa reduce su inversión en todos los activos, viéndose afectados en mayor medida aquellos que presenten menores costes de ajuste y/o liquidación. Cómo la inversión en existencias presenta unos costes de ajuste relativamente bajos, su participación en la reducción total de la inversión ha de ser "desproporcionadamente" alta en relación al ajuste experimentado en la inversión fija o en otros usos de los fondos (gastos en I+D). En conclusión, la inversión en existencias ha de mostrar una sensibilidad "especial" a las condiciones financieras a las que se enfrenta la empresa. Asimismo, la evolución de las existencias a lo largo del ciclo económico genera efectos sobre los usos de los recursos financieros, lo cual puede influir sobre la inversión¹⁶ en activos fijos, dado que todos compiten por unos recursos financieros escasos.

Fazzari y Petersen (1993) aportan nuevas consideraciones sobre el papel del capital circulante, en el que se incluirían las existencias y otros activos, en las decisiones de inversión de la empresa. Según estos autores, el capital circulante no sólo es un activo que consume recursos, sino que también actúa amortiguando las fluctuaciones de los recursos internos sobre la inversión. Si la empresa, quizá por la existencia de costes de ajuste, desea mantener a lo largo del tiempo una senda de inversión estable, puede acumular y desacumular capital circulante (activos líquidos netos) en función de las fluctuaciones en sus recursos internos. Si se produce una reducción en éstos, la empresa puede liquidar parte de sus activos (o incrementar su pasivo a corto plazo) y poder así mantener su plan de inversión. En sentido contrario, una fase

¹⁶ En fases de desaceleración no anticipadas es posible que la empresa acumule existencias por encima de los niveles deseados lo cual aumenta las necesidades financieras de la empresa. Dado que la capacidad de la empresa de generar recursos es seguramente procíclica, la mayor necesidad de recursos coincidirá con un período en el que la autofinanciación "escasea", lo que empeoraría las condiciones de acceso a la financiación externa. En tales condiciones se manifestaría claramente el acelerador financiero, empeorando aún más la situación de la empresa.

favorable que supone un exceso de recursos internos desembocaría en un incremento de su activo circulante (o reducción de su pasivo a corto).

En conclusión, una adecuada delimitación de los determinantes de la inversión supone, no sólo la consideración del rendimiento generado por la inversión, los costes en que se incurre y las condiciones financieras de la empresa, sino que también es preciso incorporar otros posibles usos de los recursos financieros. El objetivo de esta Tesis Doctoral es la determinación de un modelo de inversión que tenga en cuenta estos factores, analizando los efectos que la inclusión, tanto de factores financieros como de requerimientos de inversión en activos líquidos, presenta sobre las decisiones de inversión y empleo de la empresa.

Este análisis se enmarca dentro de la consideración de los mecanismos de transmisión de la política monetaria y la efectividad de la misma. Por ello, en el primer capítulo de esta Tesis Doctoral se revisan las principales proposiciones monetarias, tanto desde un punto de vista teórico como empírico. Se repasarán los principales modelos monetarios, modelos MIU y CIA, así como los resultados a los que conducen, para posteriormente analizar algunos de los principales resultados empíricos que dan soporte a la economía monetaria, especialmente los denominados "hechos monetarios". Posteriormente se analizarán las limitaciones de estos modelos, en especial, el reducido papel que juega la inversión a la hora de vincular "shocks" monetarios y movimientos de corto plazo en la producción y empleo.

En el segundo capítulo se incide en la necesidad de considerar la inversión como elemento principal de las fluctuaciones cíclicas, destacando el papel de la inversión empresarial en la transmisión de los shocks monetarios. En este capítulo se hará asimismo una breve referencia a la creciente importancia que se otorga a los factores financieros dentro de los determinantes de la inversión, los cuales permiten vincular, de forma más acorde con las observaciones, las alteraciones en las condiciones financieras y monetarias y el gasto en inversión de las empresas.

El tercer y cuarto capítulo se dedican a la revisión de los principales modelos en los que se analizan los determinantes de la inversión, y en especial, los factores financieros que afectan a las decisiones de inversión. El punto de partida lo constituye el modelo neoclásico de Jorgenson, el cual ha constituido el principal marco de referencia en el estudio de la inversión desde su formulación en los años 50, no sólo por su validez teórica y empírica, sino precisamente por las variaciones teóricas incorporadas al mismo para superar sus limitaciones. En este sentido, en el capítulo tercero se analiza el papel de los denominados costes de ajuste de la inversión, así como los efectos de la irreversibilidad y la incertidumbre sobre el modelo básico de Jorgenson. En el cuarto capítulo se analiza el papel de las variables financieras sobre

la inversión a través del estudio de diferentes modelos, así como de las propuestas teóricas que "rompen" el denominado teorema de la irrelevancia financiera de Modigliani-Miller, las cuales vuelven a poner de relieve el papel de las condiciones financieras sobre la inversión, poniendo de relieve otras vías de transmisión de la política monetaria distintas del tradicional canal de los tipos de interés.

A partir de los resultados recogidos en los capítulos tercero y cuarto, en el quinto capítulo se presenta un modelo de comportamiento empresarial en el que se tratan especialmente los efectos de restricciones financieras y de las modificaciones en las condiciones crediticias en las decisiones óptimas de inversión, empleo y endeudamiento de la empresa. En especial se analiza el efecto de la necesidad de que la empresa mantenga recursos invertidos en activos de nula o reducida rentabilidad (tesorería, crédito a clientes, cuentas deudoras, existencias,...) sobre el resto de decisiones. Estos activos, como se comprueba en el capítulo quinto, actúan reforzando el denominado canal del "acelerador financiero" de la política monetaria.

Por último esta Tesis Doctoral se cierra con las conclusiones principales extraídas del modelo propuesto así como las futuras líneas de investigación que se desprenden a partir del trabajo efectuado.

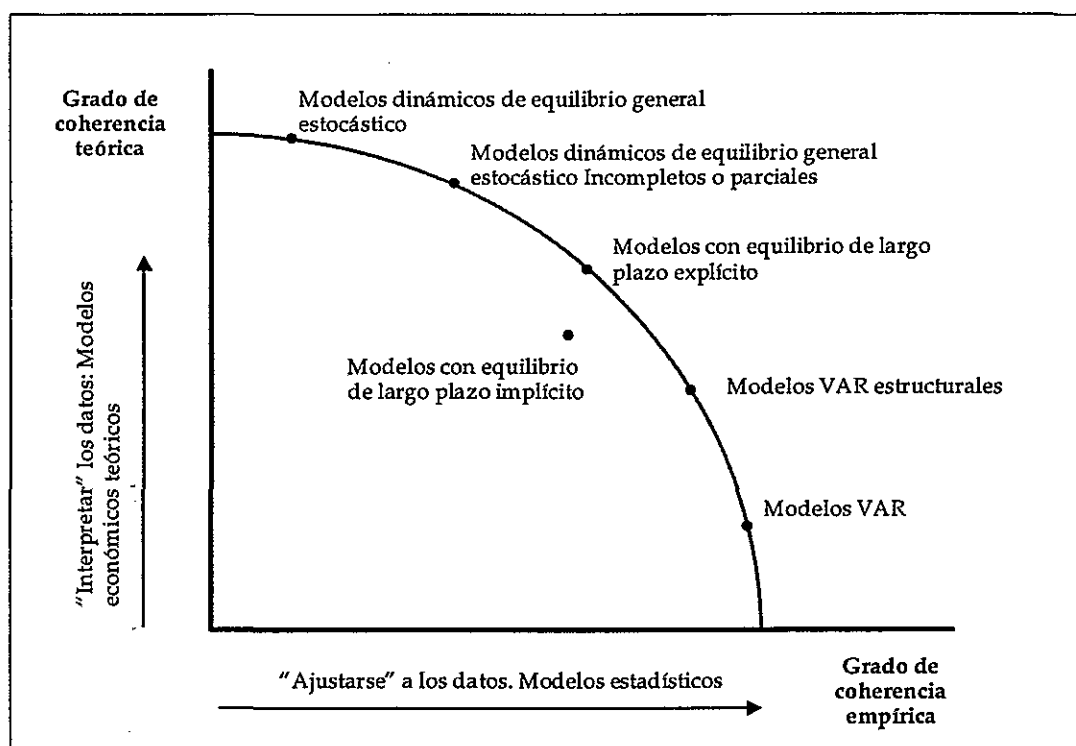
El estudio se enfoca desde una perspectiva moderna, en el sentido de que los modelos analizados están basados en el comportamiento optimizador de agentes que actúan bajo unas determinadas restricciones, tanto de carácter técnico como institucional, o meramente contables, de naturaleza tanto intertemporal como estática. Siguiendo la postura de Robert E. Lucas, en el modelo, los objetivos de los agentes y la situación a la que se enfrentan se detallan explícitamente, de modo que cada agente hace lo "mejor" que puede hacer dadas las restricciones a las que se enfrenta.

Seguramente este planteamiento ha supuesto cometer "imperdonables" omisiones en la revisión de los distintos modelos de inversión. Sin embargo, he optado por incluir exclusivamente aquellos modelos que pueden enmarcarse en la perspectiva comentada¹⁷. En términos más gráficos, y siguiendo el esquema de Pagan (2003), he decidido situarme en el lado izquierdo de la frontera de posibilidades "económicas" representada en la figura 0, es decir, he optado por analizar aquellos modelos en los que se presta más atención al contenido teórico, prevaleciendo éste sobre el grado de "ajuste" con los datos. Esta opción se plasma en el tipo de modelos considerados, así por ejemplo, mientras que son frecuentes en la literatura modelos de

¹⁷ Aún con ello, es seguro que habré omitido, inintencionadamente, algún modelo relevante que cumpliría con los requisitos apuntados.

inversión basados en modelos distribuidos de retardos¹⁸, los cuales suelen presentar un elevado grado de ajuste con los datos, en la presente Tesis Doctoral tales modelos se obvian cuando no existe detrás un modelo teórico congruente con la perspectiva adoptada¹⁹. Esto supone sacrificar un “ajuste” satisfactorio a favor de un mayor contenido teórico, de forma similar a como sucede en una frontera de posibilidades de producción, al sacrificar producción de un bien por la de otro.

Figura 0 .-Frontera de posibilidades econométricas de Pagan (2003)



Fuente: Adrian Pagan (2003). An examination of some tools for Macro-Econometric Model Building.ERC Conference VII, Ankara.2003.

¹⁸ Si y_t es la variable a explicar y x_t es la variable explicativa, un modelo distribuido de retardos responde a la expresión general:

$$y_t = \sum_{i=1}^p \eta_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^r \eta_j x_{t-j}$$

¹⁹ Es decir, basados en el comportamiento optimizador de agentes que actúan bajo unas determinadas restricciones, tanto de carácter técnico como institucional, o meramente contables, de naturaleza tanto intertemporal como estática.

La opción elegida supone incluir un abundante aparato matemático en la exposición, si bien, se ha intentado huir de un excesivo formalismo, abordando directamente los modelos junto con las implicaciones derivadas de los mismos. En este sentido, se ha optado por separar del texto principal la exposición de la metodología utilizada, remitiéndola al Anexo, a fin de “aligerar” la exposición y centrar el análisis en aspectos de naturaleza económica. En el Anexo también se recoge el código diseñado en Matlab para la resolución de los problemas analizados, el cual puede utilizarse para replicar los resultados presentados.

1.- MODELOS TEÓRICOS Y HECHOS “ESTILIZADOS” DE LA ECONOMÍA MONETARIA

“No impulse, it seems, has fascinated economists as much as the monetary one”

(Finn E. Kydland, 1995)

“The work for which I have received the Nobel prize was part of an effort to understand how changes in the conduct of monetary policy can influence inflation, employment and production. So much thought has been devoted to this question...that one might reasonably assume that it had been solved long ago. But this is not the case:...even now this question has not been given anything like a fully satisfactory answer”.

(Robert E. Lucas Jr. Discurso por la concesión del premio Nóbel de Economía 1995)

Recuperar las aportaciones de los economistas al papel desempeñado por el dinero en la actividad económica prácticamente equivaldría a escribir un tratado enciclopédico de la teoría económica desde sus orígenes. Tal y como remarca Kydland (1995) en la cita reproducida previamente, pocas escuelas de pensamiento y pocos economistas se han sustraído a la consideración del “problema” monetario, es decir, al análisis y explicación de los efectos

generados por los "impulsos"²⁰ monetarios en la actividad económica en el corto y largo plazo. Dentro de estos trabajos resulta inevitable hacer referencia a "A monetary history of the United States, 1867-1960" de Friedman y Schwartz (1963), como germen de la posterior avalancha de trabajos empíricos relativos al estudio de la evolución temporal comparada de diferentes agregados y variables monetarias con relación a indicadores de precios y magnitudes reales.

A pesar de las numerosas investigaciones que han versado sobre este tema, no se puede decir que las conclusiones arrojadas por los mismos ofrezcan resultados plenamente coincidentes. Como en otros grandes temas de la economía, la falsabilidad de las proposiciones teóricas continúa estando sujeta a la propia validez de los resultados empíricos. La diversidad de los mismos producen un fenómeno endémico de la Economía como ciencia social, fenómeno que consiste en la sustitución de un cuerpo empírico que confirma teorías, por un conjunto de hechos "estilizados", los cuales, corresponden con los resultados que se repiten en la "mayoría" de las investigaciones o con aquellos que coinciden con el "paradigma" teórico dominante en un momento concreto.

En este capítulo de la tesis doctoral se procederá a analizar los principales modelos teóricos, debido tanto por su difusión como por ser el germen de posteriores investigaciones, de la economía monetaria actual. Ambos modelos se enmarcan dentro de los denominados modelos dinámicos de equilibrio general (DGE models, "dynamic general equilibrium models"), basados en el comportamiento optimizador de agentes homogéneos representativos, los cuales actúan bajo determinadas restricciones, tanto de carácter técnico, institucional como meramente contables²¹, de naturaleza tanto intertemporal como estática.

El análisis de estos modelos se complementará con un tratamiento más detallado en el corto plazo de un caso particular de modelo CIA ("cash-in-advance"). La justificación al tratamiento particular del corto plazo se justifica por la posible "dualidad" del dinero (neutral en el largo plazo/ no neutral en el corto plazo) apuntada por numerosos economistas. En cuanto a la elección del modelo CIA, esta se basa en que en dichos modelos la magnitud de los efectos del dinero en el corto plazo es mayor, aunque como se comprobará no lo suficiente como lo que se desprende de datos reales. Precisamente, el análisis empírico de los principales

²⁰ La palabra "impulso" ha de entenderse en el sentido señalado por Ragnar Frish (1933) en su trabajo seminal "Propagation problems and impulse problems in dynamic economics". Por lo tanto no se refiere a inyecciones monetarias o cualquier otra práctica expansiva de la cantidad de dinero.

²¹ En general, el modelo básico de estudio se caracteriza por la existencia de agentes representativos racionales optimizadores (con unas preferencias definidas) y generalmente de "vida infinita", con competencia perfecta en todos los mercados, con información perfecta, de precios y salarios flexibles e inexistencia de costes de ajuste o de información. A la hora de presentar los modelos se omitirán las referencias a todas estas suposiciones, salvo que el modelo se "separe" de la formulación básica o sea preciso para facilitar la exposición.

hechos monetarios constituye el tercer análisis recogido en este capítulo, el cual, en la medida de lo posible, ha tratado de enfocarse bien al caso europeo o bien al caso español, aunque, inevitablemente, también se hará referencia a los datos de la economía de Estados Unidos, país que ha constituido el principal ámbito de estudio y de contrastación de los principales modelos teóricos. Asimismo, se ha intentado incluir datos actualizados, algo que no siempre ha sido posible, dado el momento "especial" que están viviendo tanto la economía española como la europea, con el nacimiento del euro. Dada la corta vida de la nueva moneda, muchas de las variables monetarias financieras carecen de una historia suficiente que permita inferir un comportamiento determinado, que, dada la magnitud del "cambio" supuesto por el euro, es incluso probable que no sea homogéneo con el que se inferiría con datos anteriores a 1999.

Con estos condicionantes, se ha optado en ciertos casos por incluir los valores de las variables con anterioridad a 1999, sin incorporar datos más recientes a fin de no generar efectos "extraños" causados por motivos no económicos derivados de la elaboración de los datos, algo que como es sabido, es bastante frecuente en España (como muestra bastaría enumerar los sucesivos cambios metodológicos de la Encuesta de Población Activa, los cambiantes criterios que emplea el INEM para considerar a una persona parada, la falta de series enlazadas del IPC tras la última reforma, series de PIB bajo el nuevo SEC-95 tan sólo desde 1980 y no del todo "oficiales", etc.).

1.1.- PRINCIPALES MODELOS TEÓRICOS DE LA ECONOMÍA MONETARIA: LA NEUTRALIDAD DEL DINERO EN EL LARGO PLAZO

El papel del dinero en la economía y en especial las causas que determinan que los agentes posean dinero y que éste tenga algún "valor", han derivado en distintas modelizaciones en el marco de modelos de equilibrio general. Los modelos más extendidos, MIU y CIA, difieren, no tanto en los resultados a que conducen, como en la concreción del papel del dinero en el modelo. Asimismo, en ambas aproximaciones se enfatiza el motivo transacción en la tenencia de dinero, aunque de forma diferente. Así, en el caso de los modelos MIU, introducidos originalmente por Sidrauski ²² (1967), se entiende que mantener dinero equivale a

²² Sidrauski, M. "Rational choice and patterns of growth in a monetary economy". American Economic Review, 57, nº 2 (Mayo 1967), pp. 534-544.1967.

"consumir" servicios transaccionales, es decir, servicios que facilitan las transacciones. Definiendo dichos servicios como un producto más en la cesta de consumo, y aportando por tanto utilidad directa, se genera demanda de dinero del mismo modo que se generaría para cualquier producto, si bien, la utilidad asociada al dinero se restringe de forma especial a fin de que el modelo derive en un equilibrio en el que el dinero se utilice efectivamente.

En el caso de los modelos CIA, la justificación a la existencia y al mantenimiento de dinero por parte de los agentes económicos surge de la existencia de costes de transacción²³ que generan demanda de dinero, dado que este activo permite reducir dichos costes. En un modelo CIA dichos costes de transacción adoptan la forma de una restricción sobre determinados tipos de operaciones, de forma que para poder efectuarlas sea necesario disponer de una cantidad de dinero equivalente al importe de tales transacciones, enfoque originalmente adoptado por Clower²⁴ (1967).

En ambos tipos de enfoques a la hora de modelizar economías monetarias²⁵, es posible generar un estado estacionario en el que se satisfacen algunos de los postulados de la teoría económica monetaria. Tanto los modelos MIU como los modelos CIA pueden presentar no sólo neutralidad del dinero (si la cantidad de dinero y el nivel de precios varían en el mismo sentido, el estado estacionario no se modifica), sino también super-neutralidad, es decir, la producción, el stock de capital y el consumo en el estado estacionario son invariantes a la tasa de crecimiento de la cantidad de dinero y de la inflación. Asimismo, ambos modelos presentan una relación directa entre el crecimiento de la cantidad de dinero y la tasa de inflación, lo que concuerda con la percepción generalizada sobre el carácter monetario de los procesos inflacionistas en el medio y largo plazo.

²³ En esta línea pueden englobarse otros modelos, como por ejemplo, aquellos que asignan un coste explícito a cada transacción (Baumol, 1952 y Tobin, 1956), o aquellos que asignan costes a la realización de trueque directo (Kiyotaki y Wright, 1989).

Baumol, W. The transaction demand for cash. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 67, nº 4, pp. 545-556. 1952.

Tobin, J. The interest elasticity of the transactions demand for cash. *Review of Economics and Statistics*. Vol. 38, nº 3, pp. 241-247. 1956.

Kiyotaki, N. y Wright, R. On money as a medium of exchange. *Journal of Political Economy*, vol. 97, nº 4, pp. 927-954. 1989.

²⁴ Clower, R. W. A reconsideration of the microeconomic foundations of monetary theory. *Western Economic Journal*, 6 nº 1 (Diciembre 1967), pp. 1-9. 1967.

²⁵ Estos dos tipos de modelos aunque ampliamente difundidos y utilizados en la actualidad no agotan todos los posibles enfoques adoptados en el tratamiento del "dinero" y su existencia. Por ejemplo, en otros modelos se centran en los procesos de intercambio, como por ejemplo el modelo de búsqueda de Kiyotaki y Wright ("A search-theoretic approach to monetary economics". *American Economic Review*, 83, nº 1. 1993), proporcionando una plausible explicación a la naturaleza del dinero, pero inabordable en un modelo económico más amplio.

Aún cuando los modelos tipo MIU y CIA pueden presentar neutralidad y super-neutralidad del dinero, ambos generan períodos transitorios en los que las magnitudes monetarias sí presentan efectos sobre las magnitudes reales, aunque, como señala Walsh (1998), dichos efectos distan de ser cuantitativamente importantes. Este resultado parece colisionar con los estudios empíricos que evidencian en el corto plazo una clara vinculación en los patrones cíclicos de la producción y de los agregados monetarios. No obstante, el interés de estos modelos es indudable, ya que a partir de estas formulaciones básicas se han construido variantes teóricas capaces de incorporar un mayor grado de concordancia con la dinámica exhibida en el corto plazo por las variables monetarias y reales.

1.1.1- Modelos CIA ("*Cash-in-advance*")

En el caso de los modelos "*Cash-in-advance*" (modelos CIA) el papel del dinero como medio de cambio se explicita de una manera quizá excesivamente restrictiva pero que enfatiza sobremanera el papel del dinero en los procesos de intercambio. Así, en los modelos CIA, la compra de determinados bienes y servicios ha de realizarse exclusivamente mediante dinero de forma que se restringen las posibilidades de consumo a la posesión de una cantidad determinada de activos líquidos. En esta situación, la utilidad del dinero no es directa, sino que queda mediatizada por la utilidad reportada por los bienes cuyo consumo está restringido por la disposición de dinero²⁶. Igualmente, también puede interpretarse que la utilización del medio de pago proporciona directamente servicios de ahorro de tiempo en la realización de transacciones ("*shopping-time*"), de forma que la no utilización de dinero en las transacciones elevaría a infinito el tiempo necesario para realizar intercambios, lo cual minoraría directamente el tiempo de ocio disponible por el consumidor representativo y por tanto su utilidad.

A fin de ilustrar las características y peculiaridades de esta aproximación teórica, se presenta a continuación la estructura básica de un modelo CIA no estocástico conforme se describe²⁷ en Walsh (1998) y Abel (1985).

²⁶ Tal y como resalta Walsh (1998), la especificación concreta de la "tecnología financiera", esto es que tipo de activos financieros son válidos en la realización de transacciones y que tipo de transacciones han de realizarse necesariamente con dinero, pueden resultar de suma importancia en las conclusiones finalmente obtenidas por el modelo.

²⁷ Existen múltiples referencias bibliográficas en las que se incorporan versiones más o menos elaboradas de los modelos CIA. Junto a las reseñadas en el texto principal, las investigaciones mas citadas en otros trabajos son las correspondientes a Stockman (1981), Cooley y Hansen (1988), Svensson (1985) y Lucas y Stokey (1987). Entre los trabajos más recientes en los que se trata un modelo CIA se puede destacar el realizado por Gomme y Fraser (1997), quienes tratan de manera especial la superneutralidad del dinero en este tipo de modelos.

Consideremos una economía en la que un consumidor representativo trata de maximizar la utilidad reportada por una senda temporal de consumo, descontando la utilidad futura a una tasa β o tasa subjetiva de preferencia tal que $0 < \beta < 1$. Es decir, el consumidor trata de maximizar $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t)$, siendo la función de utilidad, derivable, acotada, creciente y cóncava respecto al consumo.

El consumidor se enfrenta a la siguiente restricción presupuestaria intertemporal ²⁸:

$$p_t c_t + M_t + p_t k_t + B_t = p_t f(k_{t-1}) + M_{t-1} + T_t + (1 - \delta) p_t k_{t-1} + I_{t-1} B_{t-1} \quad (1.1)$$

Donde p_t representa el nivel de precios o el precio del bien homogéneo producido en dicha economía, c_t es el consumo en términos reales, M_t son los saldos nominales de dinero mantenidos por el consumidor en el momento t , k_t es el stock de capital físico que se deprecia a una tasa constante δ , $f(k)$ es una función de producción que satisface las condiciones de Inada²⁹, B_{t-1} es el valor nominal de los activos financieros³⁰ (bonos) que posee el hogar en $t-1$ y que proporcionan un rendimiento igual a I_{t-1} , y T_t representa el valor de la inyección monetaria que tiene lugar en t y que puede verse como una transferencia directa de efectivo al consumidor representativo, lo cual permite introducir variaciones discrecionales en la masa monetaria.

Si expresamos la restricción presupuestaria (1.1) en términos reales, dividiendo por el nivel general de precios, obtendríamos denotando con minúsculas las magnitudes anteriormente definidas expresadas en términos reales:

²⁸ Según la identidad entre producción y gasto en una economía cerrada y sin sector público, el flujo de producción y renta se puede escribir cómo:

$$y_t = f(k_{t-1}) = c_t + i_t = c_t + k_t - (1 - \delta)k_{t-1} \rightarrow f(k_{t-1}) + (1 - \delta)k_{t-1} = c_t + k_t$$

Tendiendo en cuenta que los recursos disponibles en t será el valor del flujo de producción más los recursos acumulados hasta t (riqueza) e igual a $M_{t-1} + I_{t-1}B_{t-1}$, más las transferencias monetarias, T_t , y que los usos son iguales al valor del consumo más inversión más la riqueza acumulada a final del período y disponible para el siguiente período, es decir, $M_t + B_t$, tendremos por lo tanto:

$$M_{t-1} + I_{t-1}B_{t-1} + T_t + p_t f(k_{t-1}) + p_t (1 - \delta)k_{t-1} = p_t c_t + p_t k_t + M_t + B_t$$

²⁹ Es decir, la productividad marginal del capital es positiva pero decreciente, con lo que la función de producción es cóncava. Asimismo, la productividad marginal del capital tiende a cero cuando el capital tiende a infinito, y tiende a infinito cuando el stock tiende a cero. Dichas condiciones se resumen en $f_k \geq 0$, $f_{kk} \leq 0$, $\lim_{k \rightarrow 0} f_k(k) = \infty$ y $\lim_{k \rightarrow \infty} f_k(k) = 0$.

³⁰ Dichos bonos vencen cada período y presentan un rendimiento bruto igual a I_{t-1} , el cual recoge no solo los intereses devengados sino también el reembolso del nominal, es decir, si i_t es el tipo de interés, $I_t = 1 + i_t$

$$c_t + m_t + k_t + b_t = f(k_{t-1}) + m_{t-1} \left(\frac{p_{t-1}}{p_t} \right) + t_t + (1 - \delta)k_{t-1} + I_{t-1}b_{t-1} \left(\frac{p_{t-1}}{p_t} \right)$$

o alternativamente

$$c_t + m_t + k_t + b_t = f(k_{t-1}) + \frac{m_{t-1} + I_{t-1}b_{t-1}}{\Pi_t} + t_t + (1 - \delta)k_{t-1} \quad (1.2)$$

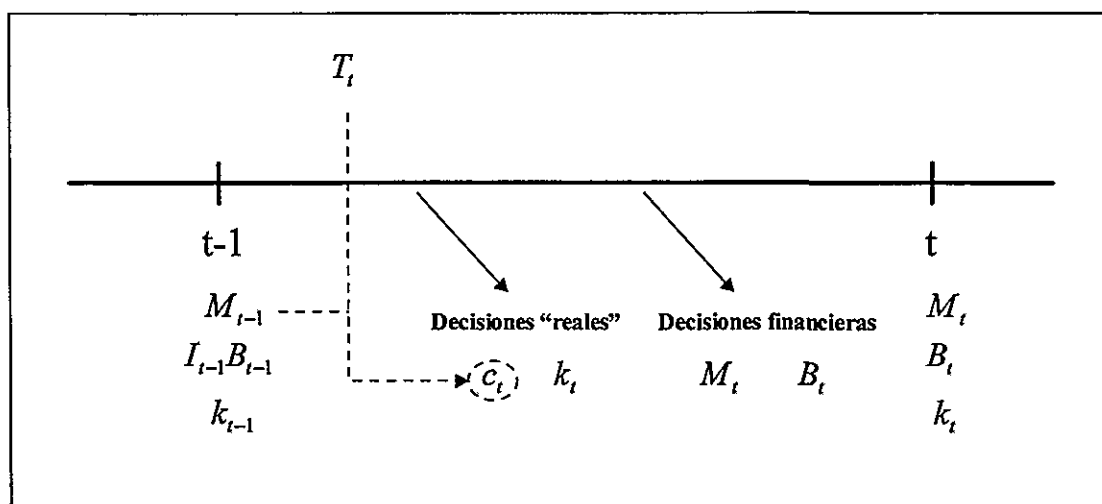
Donde $\Pi_t = 1 + \pi_t$, siendo π_t la tasa de inflación en el período t .

Junto a la restricción presupuestaria, el consumidor se enfrenta a la restricción "cash-in-advance", la cual establece los gastos que necesariamente han de hacerse con dinero y, lo que resulta de mayor importancia, en qué secuencia temporal. En el caso que estamos estudiando la restricción CIA afecta en exclusiva al consumo, estableciéndose,

$$p_t c_t \leq M_{t-1} + T_t \rightarrow c_t \leq \frac{m_{t-1}}{\Pi_t} + t_t$$

es decir, el valor de los bienes de consumo adquiridos por el consumidor representativo en un determinado período, ha de ser satisfecho en exclusiva con el dinero disponible en dicho período, el cual será la suma de las tenencias de dinero decididas en el período inmediatamente anterior más la transferencia de dinero efectuada en el período corriente.

Figura 1.- Secuencia temporal en un modelo CIA



En suma, el consumidor se plantea el siguiente problema de optimización dinámica restringida:

$$\text{Maximizar } \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t)$$

Sujeto a:

$$c_t + m_t + k_t + b_t = f(k_{t-1}) + \frac{m_{t-1} + I_{t-1}b_{t-1}}{\Pi_t} + t_t + (1-\delta)k_{t-1}$$

$$c_t \leq \frac{m_{t-1}}{\Pi_t} + t_t$$

Para resolver el anterior problema se maximiza el siguiente lagrangiano³¹ respecto a c_t , k_t , m_t y b_t :

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[U(c_t) + \lambda_t \left(f(k_{t-1}) + \frac{m_{t-1} + I_{t-1}b_{t-1}}{\Pi_t} + t_t + (1-\delta)k_{t-1} - c_t - m_t - k_t - b_t \right) + \mu_t \left(\frac{m_{t-1}}{\Pi_t} + t_t - c_t \right) \right]$$

Las condiciones de primer orden de máximo conducen a las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = U_c(c_t) - \lambda_t - \mu_t = 0 \Rightarrow U_c(c_t) = \lambda_t + \mu_t; \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial k_t} = -\lambda_t + \beta \lambda_{t+1} (f_k(k_t) + (1-\delta)) = 0 \Rightarrow \lambda_t = \beta \lambda_{t+1} (f_k(k_t) + (1-\delta)); \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_t} = -\lambda_t + \beta \left[\lambda_{t+1} \left(\frac{1}{\Pi_{t+1}} \right) + \mu_{t+1} \left(\frac{1}{\Pi_{t+1}} \right) \right] = 0 \Rightarrow \lambda_t = \beta \left[\lambda_{t+1} \left(\frac{1}{\Pi_{t+1}} \right) + \mu_{t+1} \left(\frac{1}{\Pi_{t+1}} \right) \right] \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_t} = -\lambda_t + \beta \lambda_{t+1} \left(\frac{I_t}{\Pi_{t+1}} \right) = 0 \Rightarrow \lambda_t = \beta \lambda_{t+1} \left(\frac{I_t}{\Pi_{t+1}} \right); \quad (1.6)$$

³¹ Se utiliza el procedimiento adoptado por Abel (1985), aunque podría plantearse su resolución mediante la maximización de la ecuación de Bellman tal y como realiza Walsh (1998). Como anexo se incluyen algunos de los resultados básicos en la optimización dinámica.

Si en la ecuación (1.6) hacemos la sustitución $\left(\frac{I_t}{\Pi_{t+1}}\right) = R_t$, siendo R_t el interés real

bruto, comparando (1.6) y (1.4) podemos comprobar que el óptimo, el rendimiento real de los bonos ha de coincidir con la productividad marginal del capital menos la depreciación, con lo cual podemos reemplazar ambas ecuaciones por cualquiera de ellas, dado que son redundantes. En base a ello, podemos re-expresar (1.4) y (1.6) como:

$$\lambda_t = \beta R_t \lambda_{t+1} \quad (1.7)^{32}$$

El estado estacionario³³ de esta economía exige, según la ecuación (1.7); $1 = \beta R^{ss} \Rightarrow R^{ss} = \frac{1}{\beta}$,

es decir, el tipo de interés real coincide con la tasa subjetiva de descuento. Teniendo en cuenta la relación establecida previamente entre tipos de interés nominales, reales e inflación;

$$\left(\frac{I_t}{\Pi_{t+1}}\right) = R_t, \text{ que expresada en estado estacionario, } \left(\frac{I^{ss}}{\Pi^{ss}}\right) = R^{ss} = (1 + r^{ss}) = \left(\frac{1 + i^{ss}}{1 + \pi^{ss}}\right),$$

permite comprobar cómo en el estado estacionario se cumple la denominada relación de Fisher entre tipos de interés nominales, reales e inflación, alterándose en igual sentido y cuantía la inflación y el tipo de interés nominal.

A partir de la ecuación (1.4) podemos comprobar cómo el valor del stock de capital en el estado estacionario es independiente de la cantidad de dinero y de las variaciones que experimente ésta. De este modo, en el estado estacionario se cumpliría:

$$1 = \beta(f_k(k^{ss}) + (1 - \delta)) \Rightarrow \frac{1}{\beta} = f_k(k^{ss}) + (1 - \delta)$$

Si el stock de capital es invariante ante cambios en la cantidad de dinero, también lo será la cantidad producida. Dados los condicionantes establecidos sobre la función de producción, al ser la cantidad producida en estado estacionario independiente de las variables nominales, también lo serán la inversión (igual a la depreciación en estado estacionario) y por tanto el consumo. Si el consumo es constante, resulta obvio que conforme a la restricción CIA

³² Como puede apreciarse (1.7) no es mas que una ecuación estándar de valoración de activos ("asset-pricing equation").

³³ Estado en el que las variables presentan el mismo valor para cada momento temporal t .

establecida, los incrementos en la cantidad monetaria via transferencias de dinero se trasladarán a la inflación registrada en el estado estacionario ³⁴.

Si en el estado estacionario la restricción CIA está activa, se cumpliría $c^{ss} = \frac{M_t}{p_t}$ ³⁵, de

donde inmediatamente se deduce que los crecimientos de la cantidad de dinero y del nivel de precios se producen en la misma cuantía, y por tanto, el crecimiento de la cantidad de dinero supondrá un crecimiento de idéntica cuantía en los precios.

La versión especificada, tal y como se ha analizado, se caracteriza por la neutralidad y super-neutralidad del dinero en el estado estacionario. Sin embargo, es preciso destacar que dicho resultado no se garantiza en el caso de que la restricción CIA afecte tanto al consumo como a los bienes de inversión. Tal y como demuestran Stockman (1981) o Abel (1985), en un modelo CIA con tales características y con la restricción CIA activa en estado estacionario, el valor del stock de capital varía inversamente con la tasa de crecimiento de la oferta monetaria, por lo tanto el dinero no es neutral dado que puede generar variaciones en la producción, capital y consumo.

1.1.2.- Modelos MIU ("Money-in-the-Utility-Function")

Los modelos del tipo "dinero en la función de utilidad" (Modelos MIU³⁶) atribuyen al dinero características propias de los bienes y servicios consumidos, al establecer que la posesión de dinero aporta utilidad directa al consumidor representativo, y por tanto, el dinero presenta

³⁴ Abel (1985) señala que la restricción CIA se cumple exactamente si en el estado estacionario el dinero crece a una tasa superior al parámetro β de descuento de los flujos de utilidad. Si el dinero crece a una tasa inferior a β no existirá estado estacionario.

³⁵ Dado que la transferencia de dinero equivale a: $t_t = (M_t - M_{t-1}) / p_t$, se cumpliría, realizando

sustituciones, $c_t \leq \frac{m_{t-1}}{\Pi_t} + t_t = \frac{M_{t-1} / p_{t-1}}{p_t / p_{t-1}} + \frac{M_t - M_{t-1}}{p_t} = \frac{M_t}{p_t}$. Por lo tanto, si denotamos con el

superíndice "ss" el valor del consumo real en estado estacionario, estando la restricción activa se satisface $c^{ss} = M_t / p_t$. Dado que conforme a la restricción presupuestaria expresada en el estado estacionario

$$c^{ss} + m^{ss} + k^{ss} + b^{ss} = f(k^{ss}) + \frac{m^{ss}}{1 + \pi^{ss}} + \frac{I^{ss} b^{ss}}{1 + \pi^{ss}} + t^{ss} + (1 - \delta)k^{ss}$$

Con $m^{ss} = m^{ss} / (1 + \pi^{ss}) + t^{ss}$ y $b^{ss} = 0$, se obtendría $c^{ss} = f(k^{ss}) - \delta k^{ss}$, que no depende de ninguna variable nominal.

³⁶ Acrónimo del inglés "Money-in-the-utility-function".

valor y es demandado por sí mismo³⁷. Al margen de lo criticable de esta aproximación teórica al papel del dinero, este tipo de modelos no considera de una manera explícita el papel del dinero como medio de cambio que facilita las transacciones, vertiente que otras modelizaciones sí han explotado, como en el caso de los pioneros trabajos de Baumol y Tobin de los años 50.

En la formulación básica de un modelo MIU, se asume que para la realización de transacciones se necesitan "servicios transaccionales" que son demandados por el/los consumidores representativos y que son proveídos por la posesión de saldos monetarios. En consecuencia, el dinero proporciona servicios que son valorados por el consumidor al reportarle utilidad, de modo que la utilidad global del consumidor representativo depende no sólo del consumo efectuado sino que también depende de los saldos monetarios que posee y que se asimilan a los servicios transaccionales, es decir $U_t = u(c_t, m_t)$.

En este modelo, el consumidor representativo trata de determinar pautas temporales de consumo y de saldos monetarios reales, de forma que se maximice la utilidad que obtiene a lo largo de un período de tiempo indefinido descontando la utilidad futura a una tasa β o tasa subjetiva de preferencia tal que $0 < \beta < 1$. Este comportamiento se traduce en la maximización de la función:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, m_t) \quad (1.8)$$

Sujeta a la "habitual" restricción presupuestaria:

$$c_t + m_t + k_t + b_t = f(k_{t-1}) + \frac{m_{t-1} + I_{t-1}b_{t-1}}{\Pi_t} + t_t + (1 - \delta)k_{t-1} \quad {}^{38} \quad (1.9)$$

Donde c_t es el consumo en términos reales, m_t son los saldos reales de dinero mantenidos por el consumidor en el momento t , k_t es el stock de capital físico que se deprecia a una tasa constante δ , $f(k)$ es una función de producción que satisface las condiciones de Inada, b_{t-1} es el valor real de los activos financieros³⁹ (bonos) que posee el hogar en $t-1$, y que proporcionan un rendimiento igual a I_{t-1} , y t_t representa el valor real de la inyección monetaria que tiene lugar en

³⁷ El hecho de que el dinero posea valor intrínseco podría servir como justificación a la posesión de dinero a pesar de que carecería de sentido mantener dinero dado el coste de oportunidad de mantener dinero ocioso.

³⁸ Como se puede comprobar, es la misma restricción presupuestaria tratada en el modelo CIA.

³⁹ Dichos bonos vencen cada período y presentan un rendimiento bruto igual a I_{t-1} , el cual recoge no solo los intereses devengados sino también el reembolso del nominal, es decir, si i_t es el tipo de interés, $I_t = 1 + i_t$.

t y Πt el incremento bruto del nivel general de precios en el momento t , siendo $\Pi t = 1 + \pi t$, con πt igual a la tasa de crecimiento de los precios.

Planteando ⁴⁰ el lagrangiano correspondiente al problema de optimización determinado por (1.8) sujeto a la restricción (1.9), se llega a:

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[U(c_t, m_t) + \lambda_t \left(f(k_{t-1}) + \frac{m_{t-1} + I_{t-1} b_{t-1}}{\Pi_t} + t_t + (1-\delta)k_{t-1} - c_t - m_t - k_t - b_t \right) \right]$$

Cuya maximización se efectúa respecto a c_t , m_t , b_t y k_t , obteniéndose las siguientes condiciones de primer orden:

$$\frac{\delta L}{\delta c_t} = U_c(c_t, m_t) - \lambda_t = 0 \Rightarrow U_c(c_t, m_t) = \lambda_t \quad (1.10)$$

$$\frac{\delta L}{\delta m_t} = U_m(c_t, m_t) - \lambda_t + \beta \lambda_{t+1} \frac{1}{\Pi_{t+1}} = 0 \quad (1.11)$$

$$\frac{\delta L}{\delta k_t} = -\lambda_t + \beta \lambda_{t+1} (f_k(k_t) + (1-\delta)) = 0 \Rightarrow \lambda_t = \beta \lambda_{t+1} (f_k(k_t) + (1-\delta)) \quad (1.12)$$

$$\frac{\delta L}{\delta b_t} = -\lambda_t + \beta \lambda_{t+1} \left(\frac{I_t}{\Pi_{t+1}} \right) = 0 \Rightarrow \lambda_t = \beta \lambda_{t+1} \left(\frac{I_t}{\Pi_{t+1}} \right) \quad (1.13)$$

A partir de las condiciones de primer orden relativas al consumo y a los saldos reales de dinero, ecuaciones 1.10 y 1.11, podemos establecer el siguiente resultado:

$$U_m(c_t, m_t) + \beta \frac{1}{\Pi_{t+1}} U_c(c_{t+1}, m_{t+1}) = U_c(c_t, m_t) \quad (1.14)$$

Esta ecuación determina, en términos de utilidad, como ha de distribuir el consumidor representativo los recursos disponibles entre consumo y dinero. La regla de distribución exige,

⁴⁰ En lo esencial he seguido a Walsh (1998), si bien la optimización la he planteado a partir del lagrangiano mientras que Walsh plantea la optimización sobre la ecuación de Bellman. Asimismo he optado por incluir directamente en la restricción presupuestaria la opción de adquirir bonos, mientras que Walsh no considera inicialmente esta opción, aunque sí lo hace durante el desarrollo de las implicaciones derivadas de la optimización, en especial en la determinación del coste de oportunidad de mantener dinero.

como es usual en este tipo de problemas, que los beneficios marginales del consumo y del dinero se igualen. El mantener dinero aporta un beneficio directo, dado que en un marco MIU éste aporta utilidad en forma de "servicios transaccionales", y un beneficio indirecto derivado de la posibilidad de transformar dicho dinero en consumo futuro. En consecuencia, la distribución óptima entre consumo y dinero supone que la utilidad marginal derivada de mantener renta o riqueza como dinero, $U_m(c_t, m_t)$, más el valor descontado de la utilidad marginal derivada del posible consumo que se puede realizar en el futuro con dicha cantidad de dinero, obviamente, una vez reducido el efecto de la inflación, $(\beta/\Pi_{t+1})U_c(c_{t+1}, m_{t+1})$, ha de ser igual a la utilidad marginal del consumo actual, $U_c(c_t, m_t)$.

Un razonamiento similar puede aplicarse a las condiciones de optimalidad del capital y de los bonos, así según las ecuaciones 1.10 y 1.12, se llegaría a la expresión ⁴¹,

$$U_c(c_t, m_t) = \beta(f_k(k_t) + (1 - \delta))U_c(c_{t+1}, m_{t+1}) \quad (1.15)$$

Expresión que recoge como el incrementar el stock de capital supone renunciar en el momento actual al consumo alcanzable con los recursos comprometidos en dicha inversión. Por otra parte, la inversión supone incrementar los recursos futuros en una cuantía equivalente al rendimiento marginal del capital, $f_k(k_t) + (1 - \delta)$, lo cual permitiría incrementar el consumo futuro y por tanto la función objetivo. Naturalmente, un comportamiento óptimo exige que ambos resultados se compensen en términos actualizados, tal y como se plasma en dicha ecuación. Igualmente, al combinar los resultados 1.10 y 1.13 llegaríamos a una expresión similar, teniendo en cuenta esta vez que el rendimiento derivado de la renuncia al consumo actual supone incrementar los recursos futuros en una cuantía equivalente al tipo de interés real devengado por los bonos.

$$U_c(c_t, m_t) = \beta U_c(c_{t+1}, m_{t+1}) \left(\frac{I_t}{\Pi_{t+1}} \right).$$

En un estado estacionario, en el que todas las variables no experimentan variaciones, se cumpliría, según 1.10 y 1.12, $1 = \beta(f_k(k_t) + (1 - \delta))$, es decir, el stock de capital estacionario no depende de ninguna variable nominal (cantidad de dinero, precios o inflación), tan sólo de la tasa de descuento, de las características de la función de producción y de la tasa de depreciación. Como se puede apreciar este resultado es idéntico al obtenido en el modelo CIA.

⁴¹ Esta expresión aparece frecuentemente en los modelos de valoración de activos, de hecho se denomina usualmente "basic consumption-based asset pricing equation" (Cochrane, 2001).

Por otra parte, al cumplirse, $\Delta m_t = [(\theta_t - \pi_t)/(1 + \pi_t)]m_{t-1}$ ⁴², siendo θ la tasa de crecimiento de la cantidad nominal de dinero y π la tasa de inflación, en estado estacionario con crecimiento nulo de la cantidad real de dinero se llegaría a la expresión $\Delta m^{ss}/m^{ss} = 0 = [(\theta^{ss} - \pi^{ss})/(1 + \pi^{ss})]$, de donde se deduce inmediatamente que en el estado estacionario la tasa de crecimiento de la cantidad de dinero y la tasa de inflación han de ser iguales, es decir, $\theta^{ss} = \pi^{ss}$.

En base a este resultado, la restricción presupuestaria puede re-expresarse en el estado estacionario como:

$$c^{ss} + m^{ss} + k^{ss} + b^{ss} = f(k^{ss}) + \frac{m^{ss}}{1 + \pi^{ss}} + \frac{I^{ss}b^{ss}}{1 + \pi^{ss}} + t^{ss} + (1 - \delta)k^{ss}$$

O reordenando

$$c^{ss} = f(k^{ss}) + \delta k^{ss} + \frac{i^{ss} - \pi^{ss}}{1 + \pi^{ss}} b^{ss} - \frac{\pi^{ss}}{1 + \pi^{ss}} m^{ss} + t^{ss}$$

De donde, en base al resultado $t^{ss} = (\theta^{ss}/(1 + \pi^{ss}))m^{ss}$ y dado que en estado estacionario $\theta^{ss} = \pi^{ss}$, se obtendría:

$$c^{ss} = f(k^{ss}) + \delta k^{ss} + \frac{i^{ss} - \pi^{ss}}{1 + \pi^{ss}} b^{ss}$$

Si en estado estacionario se satisface, $b^{ss}=0$, se observaría de forma inmediata que tanto el stock de capital en equilibrio estacionario, y por tanto la producción total, como el consumo no dependen de la tasa de crecimiento de la cantidad de dinero ni por tanto de la tasa de inflación, propiedad que se caracteriza como super-neutralidad del dinero.

⁴² A partir de la identidad $\Delta m_t = \frac{M_t}{P_t} - \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}}$, realizando las siguientes sustituciones

$$\Delta m_t = \frac{M_t}{M_{t-1}} \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_t} - \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} = \left(\frac{M_t}{M_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_t} - 1 \right) \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} = \left(\frac{(1 + \theta_t)}{(1 + \pi_t)} - 1 \right) \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}}$$

$$\text{Se llegaría finalmente a: } \Delta m_t = \left(\frac{(1 + \theta_t)}{(1 + \pi_t)} - 1 \right) \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} = \left(\frac{\theta_t - \pi_t}{1 + \pi_t} \right) m_{t-1}$$

La ecuación 1.13 expresada en el estado estacionario equivale a, $1 = \beta \left(\frac{1+i^{ss}}{1+\pi^{ss}} \right)$, que

no es más que la ecuación de Fisher relativa a la relación entre tipos de interés nominales, inflación y tipos de interés reales, al combinar dicho resultado con la ecuación 1.12 en estado estacionario ⁴³.

Por otra parte de la ecuación 1.11 se deduce,

$$U_m(c_t, m_t) = U_c(c_t, m_t) - \beta \frac{1}{\Pi_{t+1}} U_c(c_{t+1}, m_{t+1})$$

Denominando al tipo de interés real como el rendimiento marginal del capital, $r_t = f_k(k_t) - \delta$, conforme a la ecuación (1.15) podemos establecer,

$$U_c(c_{t+1}, m_{t+1}) = [\beta(1+r_t)]^{-1} U_c(c_t, m_t)$$

lo que sustituido en la ecuación anterior permite establecer la siguiente relación:

$$U_m(c_t, m_t) = U_c(c_t, m_t) \left[1 - \frac{1}{(1+\pi_{t+1})(1+r_t)} \right]$$

O alternativamente

$$\frac{U_m(c_t, m_t)}{U_c(c_t, m_t)} = \left[1 - \frac{1}{(1+\pi_{t+1})(1+r_t)} \right] = \frac{i_t}{1+i_t}$$

Esta relación establece cual es el coste de oportunidad de mantener dinero, que como se aprecia, está directamente ligado al tipo de interés de los bonos. Conforme establece la teoría microeconómica del consumidor, la combinación óptima de consumo de dos bienes ha de

⁴³ En este modelo, el tipo de interés real, r_t , equivale al rendimiento marginal del capital, es decir,

$r_t = f_k(k_t) - \delta$. Según las ecuaciones 1.10 y 1.12, en estado estacionario $f_k(k^{ss}) + (1-\delta) = \frac{1}{\beta}$, resultado que combinado con la condición de primer orden de la deuda en estado estacionario llevaría a $1+r^{ss} = \frac{1+i^{ss}}{1+\pi^{ss}}$, expresión que usualmente se denomina ecuación de Fisher.

satisfacer la consabida identidad entre el ratio de utilidades marginales y el precio relativo. En este caso, el precio relativo del dinero o coste de oportunidad equivale a $i_t / (1 + i_t)$, dado que mantener marginalmente mayor cantidad de dinero supone renunciar al consumo actual (en 1 unidad monetaria) y al consumo futuro que sería alcanzable con el rendimiento derivado de invertir dicha cuantía marginal de dinero en bonos. Dichos bonos rinden por cada unidad monetaria invertida un interés nominal igual a i_t , lo que en términos reales, del año t , supone $i_t / (1 + \pi_{t+1})$ unidades. Esta cantidad, disponible en $t+1$, supone en t , asumiendo un factor de actualización $\beta = 1 / (1 + r_t)$, una cantidad igual a $i_t / (1 + \pi_{t+1})(1 + r_t) = i_t / (1 + i_t)$, por lo tanto, mantener dinero supone incurrir en un coste de oportunidad o precio relativo igual a $i_t / (1 + i_t)$. Esta relación revela que el incremento de la cantidad de dinero en circulación, y el incremento asociado en la tasa de inflación y tipo de interés nominal supondrá un incremento del coste de oportunidad de mantener dinero, con lo cual cabe esperar que la cantidad de dinero "deseada" disminuya, asumiendo que la utilidad marginal del dinero es decreciente⁴⁴.

1.2.- LA NO-NEUTRALIDAD DEL DINERO EN EL CORTO PLAZO: LIMITACIONES DE LOS MODELOS TEÓRICOS

Las propiedades de los modelos analizados en el largo plazo resultan claras: neutralidad del dinero, relación directa entre crecimiento del dinero e inflación y relación entre los tipos de interés nominales, reales e inflación recogida por la ecuación de Fisher. Tales propiedades pueden calificarse como "estáticas" en el sentido de que su cumplimiento se sitúa en el estado estacionario, el cual puede interpretarse como un estado de "equilibrio" especial en el que todas las variables crecen a un ritmo constante⁴⁵.

Aún cuando este análisis resulta sumamente interesante puede calificarse de insatisfactorio dado que omitiría la dinámica de ajuste de las variables incluidas en el modelo ante una "perturbación" que aleje el sistema de su estado estacionario. Este análisis, que podemos calificar como de corto plazo en el sentido en que se analizan desviaciones respecto a

⁴⁴ Llegados a este punto es preciso señalar que la relación presentada supone establecer restricciones sobre la función de utilidad a fin de garantizar la existencia de un equilibrio en el que el dinero esté presente. Como señala Walsh (1998), estas restricciones suponen asumir una función de utilidad separable en los argumentos consumo y saldos monetarios reales, es decir, $u(c, m) = f(c) + g(m)$. Asimismo, se exige que la utilidad marginal del dinero sea negativa para un nivel finito de saldos monetarios.

⁴⁵ Dicho ritmo constante puede ser nulo.

un estado estacionario al que tendería el modelo en ausencia de perturbaciones, prestando especial atención a la co-evolución de las variables más que a la pauta temporal exhibida por una variable aislada. Dado que un modelo DGE es esencialmente dinámico sería poco lógico obviar la dinámica implícita en el modelo, lo cual será objeto de análisis en este apartado, “enriqueciendo” el modelo al incorporar una oferta de trabajo flexible, lo cual permite incluir la dinámica exhibida por el empleo, elemento fundamental en los modelos relativos al ciclo económico.

El análisis se centrará en el caso del modelo básico CIA, dado que en relación con los modelos MIU presenta un mayor efecto del dinero en el corto plazo, dado que, como se muestra a continuación, las variaciones permanentes en las condiciones monetarias, o si no permanentes, al menos capaces de modificar las expectativas de inflación, generan variaciones en el empleo.

Consideremos una economía en la que un consumidor representativo trata de maximizar la utilidad esperada generada por una senda temporal de consumo y ocio, descontando la utilidad futura a una tasa β o tasa subjetiva de preferencia tal que $0 < \beta < 1$. Es decir, el consumidor trata de maximizar $E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i U(c_i, l_i)$, siendo la función de utilidad, derivable, acotada, creciente y cóncava respecto al consumo, c_t , y el ocio, l_t .

Asumiendo que el agente dispone en cada período de 1 unidad de tiempo, y que éste puede distribuirse entre trabajo, n_t , y ocio, l_t , la maximización planteada equivale a $E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i U(c_i, 1 - n_i)$, lo cual permite incorporar decisiones relativas al empleo, permitiendo que éste varíe a lo largo del tiempo. Esta modificación en el modelo, permite incorporar el comportamiento del empleo bajo diferentes condiciones de producción.

A la hora de definir las preferencias de los consumidores seguiré a Walsh (1998), quién asume la siguiente función de utilidad inspirada en la analizada por Cooley y Hansen (1988):

$$U(c_t, 1 - n_t) = \frac{c_t^{1-\Phi}}{1-\Phi} + \Psi \frac{(1 - n_t)^{1-\eta}}{1-\eta}$$

Donde Φ , η y Ψ son parámetros estrictamente positivos.

Por tanto, las utilidades (en el caso de n_t o trabajo, desutilidad) marginales equivalen a:

$$U_{c_t}(c_t, 1-n_t) = \frac{\partial U(c_t, 1-n_t)}{\partial c_t} = c_t^{-\phi}; y, U_{n_t}(c_t, 1-n_t) = \frac{\partial U(c_t, 1-n_t)}{\partial n_t} = -\Psi(1-n_t)^{-\eta}.$$

El consumidor, que ofrece a las empresas trabajo y capital se enfrenta a la restricción presupuestaria intertemporal expresada en términos reales:

$$c_t + m_t + k_t = y_t + \frac{m_{t-1}}{\Pi_t} + t_t + (1-\delta)k_{t-1} \quad (1.16)$$

Donde c_t es el consumo en términos reales, m_t son los saldos reales de dinero mantenidos por el consumidor en el momento t , k_t es el stock de capital físico que se deprecia a una tasa constante δ , y_t es una función de producción que satisface las condiciones de Inada, $\Pi_t = 1 + \pi_t$, siendo π_t la tasa de inflación en el período t y t_t representa el valor real de la inyección monetaria que tiene lugar en t y que puede verse como una transferencia directa de efectivo al consumidor representativo.

La función de producción, o tecnología de la economía, responde a una expresión Cobb-Douglas con rendimientos constantes de escala, $y_t = e^{z_t} k_{t-1}^\alpha n_t^{1-\alpha}$ ⁴⁶, con $0 \leq \alpha \leq 1$, siendo z_t un "shock" de productividad que evoluciona conforme a una AR(1), $z_t = \rho z_{t-1} + e_t$, con $0 \leq \rho \leq 1$, y siendo e_t una innovación que se distribuye idéntica e independientemente con media nula y varianza σ_e^2 .

Como se desprende inmediatamente, esta versión propuesta por Walsh (1998) comparte con los modelos del ciclo real la existencia de un proceso exógeno aleatorio sobre la productividad total de los factores, el cual por sí solo puede generar características cíclicas.

Dado que se trata de un modelo CIA, junto a la restricción presupuestaria, el consumidor se enfrenta a la restricción "cash-in-advance", que establece los gastos que necesariamente han de hacerse con dinero. En este modelos, el consumo es el único "cash-good" u operación que necesariamente ha de realizarse con dinero, estableciéndose,

⁴⁶ Como es sabido, las productividades marginales de ambos factores son .

$$y_{k,t-1} = \alpha z_t k_{t-1}^{\alpha-1} n_t^{1-\alpha} = \alpha z_t k_{t-1}^{\alpha} k_{t-1}^{-1} n_t^{1-\alpha} = \alpha \frac{y}{k_{t-1}}; y; y_{n,t} = (1-\alpha) \frac{y}{n_t}$$

$$c_t \leq \frac{m_{t-1}}{\Pi_t} + t_t$$

Es decir, el valor de los bienes de consumo adquiridos por el consumidor representativo en un determinado período, ha de ser satisfecho en exclusiva con el dinero disponible en dicho período, el cual será la suma de las tenencias de dinero decididas en el período inmediatamente anterior más la transferencia de dinero efectuada en el período corriente.

Por último, se asume que las transferencias monetarias efectuadas por la autoridad monetaria responden a: $t_t = \theta_t m_{t-1}$, de modo que la oferta monetaria real equivale a $m_t = (1 + \theta)m_{t-1}$. A la hora de simular el modelo en torno al estado estacionario se asumirá que θ varía en torno a su valor estacionario θ^{ss} de forma estocástica, de modo que $\theta_t - \theta^{ss} = u_t$ siendo: $u_t = \gamma u_{t-1} + \phi z_{t-1} + \varphi_t$, donde φ_t es una perturbación aleatoria idéntica e independientemente distribuida con varianza σ_φ^2 . Se asume que en el proceso que rige la oferta monetaria puede intervenir de forma genérica el shock de productividad presente en la función de producción agregada, si bien, basta hacer $\phi = 0$ para que esto no se produzca.

Para resolver el anterior problema se maximiza el siguiente lagrangiano⁴⁷ respecto a c_t , n_t , k_t y m_t :

$$L = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[U(c_t, 1 - n_t) + \lambda_t \left(e^{z_t} k_{t-1}^\alpha n_t^{1-\alpha} + \frac{m_{t-1}}{\Pi_t} + t_t + (1 - \delta)k_{t-1} - c_t - m_t - k_t \right) + \mu_t \left(\frac{m_{t-1}}{\Pi_t} + t_t - c_t \right) \right]$$

Las condiciones de primer orden de máximo conducen a las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = U_c(c_t, 1 - n_t) - \lambda_t - \mu_t = 0 \Rightarrow c_t^{-\Phi} = \lambda_t + \mu_t \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial n_t} = U_n(c_t, 1 - n_t) + \lambda_t (1 - \alpha) \frac{y_t}{n_t} = 0 \Rightarrow \Psi(1 - n_t)^{-\eta} = \lambda_t (1 - \alpha) \frac{y_t}{n_t} \quad (1.18)$$

⁴⁷ Nuevamente podría plantearse su resolución mediante la maximización de la ecuación de Bellman tal y como realiza Walsh (1998).

$$\frac{\delta L}{\delta k_t} = -\lambda_t + \beta E_t \lambda_{t+1} \left(\alpha \frac{y_{t+1}}{k_t} + (1 - \delta) \right) = 0 \Rightarrow \lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(\alpha \frac{y_{t+1}}{k_t} + (1 - \delta) \right) \quad (1.19)$$

$$\frac{\delta L}{\delta m_t} = -\lambda_t + \beta E_t \left[\lambda_{t+1} \left(\frac{1}{\Pi_{t+1}} \right) + \mu_{t+1} \left(\frac{1}{\Pi_{t+1}} \right) \right] = 0 \Rightarrow \lambda_t = \beta E_t \left[\lambda_{t+1} \left(\frac{1}{\Pi_{t+1}} \right) + \mu_{t+1} \left(\frac{1}{\Pi_{t+1}} \right) \right] \quad (1.20)$$

Partiendo de las condiciones de primer orden de óptimo, se procede a continuación a determinar los valores de las variables en estado estacionario.

Si denominamos R_t al rendimiento marginal del capital recogido en la ecuación d, es decir, $R_t = \alpha E_t \frac{y_{t+1}}{k_t} - \delta + 1$, podemos re-expresar (1.19) como:

$$\lambda_t = \beta E_t R_t \lambda_{t+1} \quad (1.21) \quad 48$$

El estado estacionario⁴⁹ de esta economía exige que según (1.21), $1 = \beta R^{ss} \Rightarrow R^{ss} = \frac{1}{\beta}$, es decir, el tipo de interés real coincide con la tasa subjetiva de descuento. Teniendo en cuenta la definición anterior tendremos el valor del ratio producción / capital en estado estacionario según se comprueba de:

$$R^{ss} = \alpha \frac{y^{ss}}{k^{ss}} - \delta + 1 = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \frac{y^{ss}}{k^{ss}} = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{\beta} + \delta - 1 \right) \quad (1.22)$$

Según la restricción presupuestaria, expresada en estado estacionario:

$$c^{ss} + m^{ss} = y^{ss} + \frac{m^{ss}}{1 + \pi^{ss}} + t^{ss} - \delta k^{ss}$$

⁴⁸ Nuevamente puede apreciarse (7) no es mas que una ecuación estándar de valoración de activos ("asset-pricing equation") en este caso de naturaleza estocástica.

⁴⁹ En adelante el operador esperanza se elimina, asumiéndose que en el estado estacionario las perturbaciones aleatorias consideradas toman como valor el de su esperanza (para $z = 0$, de donde $e^{\wedge}E(z) = e^{\wedge}0 = 1$)

pero dado que $\frac{m^{ss}}{1+\pi^{ss}} + t^{ss} = m^{ss}$ ⁵⁰, se llegaría a:

$$c^{ss} = y^{ss} - \delta k^{ss},$$

o alternativamente,

$$\frac{c^{ss}}{k^{ss}} = \frac{y^{ss}}{k^{ss}} - \delta \quad (1.23).$$

Por otra parte, si la restricción CIA está activa en el estado estacionario, implicaría,

$$c^{ss} = \frac{m^{ss}}{1+\pi^{ss}} + t^{ss}, \text{ pero dado que } \frac{m^{ss}}{1+\pi^{ss}} + t^{ss} = m^{ss}, \text{ se deducirá de forma inmediata que}$$

$c^{ss} = m^{ss}$ (1.24) es decir, en el estado estacionario, el consumo ha de ser igual a la cantidad de saldos monetarios reales, condición obvia dada la restricción CIA incorporada en el modelo.

Expresando la ecuación (1.20) en estado estacionario se obtendría:

$$\lambda^{ss} = \beta \left[\lambda^{ss} \left(\frac{1}{\Pi^{ss}} \right) + \mu^{ss} \left(\frac{1}{\Pi^{ss}} \right) \right] \Rightarrow \mu^{ss} = \lambda^{ss} \left[\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\Pi^{ss}} \right] \left(\frac{1}{\Pi^{ss}} \right)^{-1} = \lambda^{ss} \left[\frac{\Pi^{ss}}{\beta} - 1 \right]$$

⁵⁰ A partir de la identidad $\Delta m_t = \frac{M_t}{P_t} - \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}}$, realizando las siguientes sustituciones

$$\Delta m_t = \frac{M_t}{M_{t-1}} \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_t} - \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} = \left(\frac{M_t}{M_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_t} - 1 \right) \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} = \left(\frac{(1+\theta_t)}{(1+\pi_t)} - 1 \right) \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Se llegaría finalmente a: $\Delta m_t = \left(\frac{(1+\theta_t)}{(1+\pi_t)} - 1 \right) \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}} = \left(\frac{\theta_t - \pi_t}{1+\pi_t} \right) m_{t-1}$, es decir,

$$m_t = m_{t-1} + \left(\frac{\theta_t}{1+\pi_t} \right) m_{t-1} - \frac{\pi_t}{1+\pi_t} m_{t-1} = \left(\frac{\theta_t}{1+\pi_t} \right) m_{t-1} - \frac{1}{1+\pi_t} m_{t-1}. \text{ Si en el estado estacionario}$$

$$t^{ss} = \left[\theta^{ss} / (1+\pi^{ss}) \right] m^{ss}, \text{ entonces, } m^{ss} = t^{ss} - \frac{1}{1+\pi^{ss}} m^{ss}, \text{ que es el resultado buscado.}$$

y utilizando este resultado en la ecuación (1.17) se llegaría a $c^{ss-\Phi} = \lambda^{ss} \left[\frac{\Pi^{ss}}{\beta} \right]$, lo que nos permite obtener la siguiente expresión para el multiplicador lambda en estado estacionario

$$\lambda^{ss} = \left[\frac{\beta}{\Pi^{ss}} \right] c^{ss-\Phi} \quad (1.25)$$

Finalmente, la única variable por determinar es el empleo en equilibrio estacionario. A partir de la condición de primer orden de optimalidad del empleo, ecuación 1.18, obtendremos en el estado estacionario:

$$\Psi(1 - n^{ss})^{-\eta} = \lambda^{ss} (1 - \alpha) \frac{y^{ss}}{n^{ss}}$$

Utilizando el resultado recogido en la ecuación 1.25 podemos reexpresar esta ecuación como:

$$\Psi(1 - n^{ss})^{-\eta} = \left[\frac{\beta}{\Pi^{ss}} \right] c^{ss-\Phi} (1 - \alpha) \frac{y^{ss}}{n^{ss}}$$

Resultado en el que interviene la producción en estado estacionario, que solo queda definida cuando se delimite el valor de n^{ss} . Para poder obtener n^{ss} de forma única y dado que la función de producción es Cobb-Douglas, utilizamos el resultado: $n^{ss} / k^{ss} = (y^{ss} / k^{ss})^{1/(1-\alpha)}$ ⁵¹. Partiendo de la expresión anterior, multiplicando y dividiendo el lado izquierdo por k^{ss} .

$$\Psi(1 - n^{ss})^{-\eta} = \left[\frac{\beta}{\Pi^{ss}} \right] c^{ss-\Phi} (1 - \alpha) \frac{y^{ss}}{k^{ss}} \frac{k^{ss}}{n^{ss}}$$

En donde sustituyendo el resultado anterior, $\Psi(1 - n^{ss})^{-\eta} = \left[\frac{\beta}{\Pi^{ss}} \right] c^{ss-\Phi} (1 - \alpha) \left(\frac{y^{ss}}{k^{ss}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$, de

donde finalmente se obtiene:

⁵¹ La función de producción expresada en el estado estacionario equivale a: $y^{ss} = (k^{ss})^{\alpha} (n^{ss})^{1-\alpha}$, de donde dividiendo por k^{ss} , se obtendría: $y^{ss} / k^{ss} = (k^{ss})^{\alpha-1} (n^{ss})^{1-\alpha} = (n^{ss} / k^{ss})^{1-\alpha}$. Ecuación, a partir de la cual se obtiene inmediatamente el resultado indicado.

$$\Psi(1 - n^{ss})^{-\eta} = \left[\frac{\beta}{\Pi^{ss}} \right] c^{ss-\Phi} (1 - \alpha) \left(\frac{y^{ss}}{k^{ss}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (1.26)$$

Como puede apreciarse en la ecuación 1.26, el nivel de empleo en estado estacionario depende inversamente de la tasa de inflación, la cual a su vez viene determinada por el crecimiento de la cantidad de dinero en estado estacionario. En consecuencia, es posible que las variaciones en la cantidad de dinero generen efectos reales, a través de su efecto en el empleo, y de éste a la producción y el consumo. La inflación erosiona el valor de las rentas nominales, de ahí que si parte del trabajo se destina a financiar el capital y el dinero que generarán rentas y consumo en el próximo período, dado que la inflación reduce el valor nominal del dinero, será preciso reajustar la oferta de trabajo para garantizar un consumo y producción estables.

Una vez caracterizado el estado estacionario, y siguiendo a Uhlig (1995 y 1999), se procede a calcular la aproximación lineal en torno al estado estacionario.

Las condiciones de primer orden analizadas, junto con las restricciones establecidas y las ecuaciones de comportamiento de las perturbaciones aleatorias que afectan a la función de producción y a la evolución de la masa monetaria, conducen al siguiente sistema de ecuaciones dinámicas no lineales:

$$c_t^{-\Phi} = \lambda_t + \mu_t \quad (1.27)$$

$$\Psi(1 - n_t)^{-\eta} = \lambda_t (1 - \alpha) \frac{y_t}{n_t} \quad (1.28)$$

$$\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left(\alpha \frac{y_{t+1}}{k_t} + (1 - \delta) \right) \quad (1.29)$$

$$\lambda_t = \beta E_t \left[\lambda_{t+1} \left(\frac{1}{\Pi_{t+1}} \right) + \mu_{t+1} \left(\frac{1}{\Pi_{t+1}} \right) \right] \quad (1.30)$$

$$c_t + m_t + k_t = y_t + \frac{m_{t-1}}{\Pi_t} + t_t + (1 - \delta)k_{t-1} \quad (1.31)$$

$$y_t = e^{z_t} k_{t-1}^{\alpha} n_t^{1-\alpha} \quad (1.32)$$

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t \quad (1.33)$$

$$c_t \leq \frac{m_{t-1}}{\Pi_t} + t_t \quad (1.34)$$

$$m_t = t_t + \frac{m_{t-1}}{\Pi_t} \quad (1.35)$$

$$\theta_t - \theta^{ss} = u_t \quad (1.36)$$

$$u_t = \gamma u_{t-1} + \phi z_{t-1} + \varphi_t \quad (1.37)$$

El objetivo es simular el comportamiento de este sistema en torno al "equilibrio" delimitado por los valores de las variables en el equilibrio estacionario. Para ello se seguirá el método expuesto por Uhlig (1995 y 1999) el cual parte de la log-linearización del sistema de ecuaciones en torno a la solución de equilibrio, para posteriormente resolver el sistema resultante mediante el método de los coeficientes indeterminados ⁵².

Como señala Uhlig, la log-linearización consiste en utilizar la aproximación de Taylor en torno al equilibrio estacionario, reemplazando las ecuaciones por aproximaciones que son funciones lineales de las desviaciones logarítmicas de las variables originales ⁵³. A continuación se detallan los pasos seguidos ⁵⁴ utilizando este método para llegar a un sistema de ecuaciones lineales.

La linearización logarítmica (véase nota nº 34) de la restricción presupuestaria (ecuación

1.31), con $m_t = t_t + \frac{m_{t-1}}{\Pi_t}$, daría lugar a la relación:

$$c^{ss}(1 + \hat{c}_t) + k^{ss}(1 + \hat{k}_t) = y^{ss}(1 + \hat{y}_t) + (1 - \delta)k^{ss}(1 + \hat{k}_{t-1})$$

⁵² El autor proporciona un conjunto de rutinas en MATLAB que implementan este procedimiento de forma automatizada a partir de la aproximación lineal del sistema de ecuaciones.

⁵³ Si x_t es la variable original y x^{ss} su valor en el estado estacionario, la desviación logarítmica respecto al estado estacionario, \hat{x}_t , se define como: $\hat{x}_t = \log(x_t) - \log(x^{ss}) = \log(x_t / x^{ss})$. De esta expresión se deduce: $\log(x_t) = \hat{x}_t + \log(x^{ss}) = \log[\exp(\hat{x}_t)x^{ss}] \rightarrow x_t = x^{ss} \exp(\hat{x}_t)$. Esta expresión se utiliza para sustituir las variables que aparecen en el sistema no lineal por las desviaciones en torno al estado estacionario y posteriormente aplicarse la aproximación lineal mediante el polinomio de Taylor (sólo se utiliza el primer término del polinomio de Taylor y se expande en torno al valor 0, que es el entorno en el que se moverán las desviaciones en torno al estado estacionario). Dado que según Taylor, $e^y \approx 1 + y$, podrá utilizarse la siguiente aproximación: $x_t = x^{ss} \exp(\hat{x}_t) \approx x^{ss}(1 + \hat{x}_t)$.

⁵⁴ He seguido los mismo pasos que realiza Walsh (1998), presentando los resultados y pasos seguidos de forma más detallada.

Según el resultado recogido en la ecuación 1.23, $c^{ss} = y^{ss} - \delta k^{ss}$, por lo que podemos expresar la ecuación anterior como:

$$c^{ss} \hat{c}_t + k^{ss} \hat{k}_t = y^{ss} \hat{y}_t + (1 - \delta) k^{ss} \hat{k}_{t-1} \rightarrow k^{ss} \hat{k}_t = y^{ss} \hat{y}_t + (1 - \delta) k^{ss} \hat{k}_{t-1} - c^{ss} \hat{c}_t$$

Dividiendo todo por el valor del capital en estado estacionario, k^{ss} , se obtiene finalmente:

$$\hat{k}_t = \frac{y^{ss}}{k^{ss}} \hat{y}_t + (1 - \delta) \hat{k}_{t-1} - \frac{c^{ss}}{k^{ss}} \hat{c}_t \quad (1.38)$$

Para linearizar la función de producción agregada, se parte de la ecuación 1.32 en logaritmos, realizando la misma sustitución anterior, obteniendo ⁵⁵:

$$\hat{y}_t = z_t + \alpha \hat{k}_{t-1} + (1 - \alpha) \hat{n}_t \quad (1.39)$$

Conforme a la definición del tipo de interés real, $R_t = \alpha E_t \frac{y_{t+1}}{k_t} - \delta + 1$, expresión que log-linearizada llevaría a:

$$R^{ss} (1 + \hat{R}_t) = \alpha \frac{y^{ss}}{k^{ss}} E_t \frac{(1 + \hat{y}_{t+1})}{(1 + \hat{k}_t)} - \delta + 1 \approx \alpha \frac{y^{ss}}{k^{ss}} (1 + E_t \hat{y}_{t+1} - \hat{k}_t) - \delta + 1$$

Dado que en estado estacionario, $R^{ss} = \alpha \frac{y^{ss}}{k^{ss}} - \delta + 1$, sustituyendo en la ecuación anterior, se obtiene:

⁵⁵ Partiendo de la función expresada en logaritmos, $\log(y_t) = z_t + \alpha \log(k_{t-1}) + (1 - \alpha) \log(n_t)$, se efectúa el cambio de variable detallado anteriormente, llegando a: $\log(y^{ss}) + \hat{y}_t = z_t + \alpha \hat{k}_{t-1} + \alpha \log(k^{ss}) + (1 - \alpha) \hat{n}_t + (1 - \alpha) \log(n^{ss})$.

Por otra parte, dado que la función de producción agregada en el estado estacionario equivale a:

$y^{ss} = (k^{ss})^\alpha (n^{ss})^{1-\alpha}$, de donde, $\log y^{ss} = \alpha \log(k^{ss}) + (1 - \alpha) \log(n^{ss})$. Aplicando este resultado a la ecuación anterior se obtendría el resultado especificado en el texto principal.

$$R^{ss} \hat{R}_t \approx \alpha \frac{y^{ss}}{k^{ss}} (E_t \hat{y}_{t+1} - \hat{k}_t) \quad (1.40)$$

Si la restricción CIA está activa y dado que $m_t = l_t + \frac{m_{t-1}}{\Pi_t}$, se cumpliría $c_t = m_t$.

Utilizando esta expresión en la ecuación 1.27 se llegaría a:

$$c_t^{-\Phi} = m_t^{-\Phi} = \lambda_t + \mu_t$$

lo que reemplazado (desplazado un período) en la ecuación 1.30 permite obtener,

$$\lambda_t = \beta E_t \left[\frac{m_{t+1}^{-\Phi}}{\Pi_{t+1}} \right],$$

expresión que log-linearizada ⁵⁶ equivale a :

$$\hat{\lambda}_t = -E_t [\Phi \hat{m}_{t+1} + \hat{\Pi}_{t+1}] \quad (1.41)$$

La log-linearización de la ecuación 1.28, $\Psi(1-n_t)^{-\eta} = \lambda_t(1-\alpha) \frac{y_t}{n_t}$, produce⁵⁷ el resultado

⁵⁶ Aplicando logaritmos a la expresión, $\lambda_t = \beta E_t \left[\frac{m_{t+1}^{-\Phi}}{\Pi_{t+1}} \right]$, se llega a :

$$\log(\lambda_t) = \log(\beta) - \Phi E_t \log m_{t+1} - E_t \log \Pi_{t+1}$$

sustituyendo las variables por sus desviaciones respecto al estado estacionario, se llegaría a:

$$\hat{\lambda}_t + \log(\lambda^{ss}) = \log(\beta) - \Phi E_t \hat{m}_{t+1} - \Phi \log m^{ss} - E_t \hat{\Pi}_{t+1} - \log \Pi^{ss}$$

Utilizando la relación, en estado estacionario, $c^{ss-\Phi} = m^{ss-\Phi} = \lambda^{ss} \left[\frac{\Pi^{ss}}{\beta} \right]$, expresada en logaritmos,

$-\Phi \log m^{ss} = \log \lambda^{ss} + \log \Pi^{ss} - \log \beta$, se llegaría finalmente a la expresión incluida en el texto.

⁵⁷ Aplicando logaritmos, y teniendo en cuenta que $l_t = 1-n_t$, $\log \Psi - \eta \log(l_t) = \log \lambda_t + \log(1-\alpha) + \log y_t - \log n_t$, sustituyendo las variables por sus desviaciones se llega a:

$$\log \Psi + \hat{n}_t + \log n^{ss} - \eta \hat{l}_t - \eta \log(l^{ss}) = \hat{\lambda}_t + \log \lambda^{ss} + \log(1-\alpha) + \hat{y}_t + \log y^{ss}$$

$$(1 + \eta \frac{n^{ss}}{1 - n^{ss}}) \hat{n}_t = \hat{\lambda}_t + \hat{y}_t \quad (1.42)$$

La log-linearización de la ecuación 1.29, utilizando la sustitución $R_t = \alpha E_t \frac{y_{t+1}}{k_t} - \delta + 1$, conduce a la expresión ⁵⁸:

$$\hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \hat{R}_t \quad (1.43)$$

Por último, partiendo de $m_t = t_t + \frac{m_{t-1}}{\Pi_t}$, con $t_t = \frac{\theta_t}{\Pi_t} m_{t-1}$, es decir, $m_t = \frac{1 + \theta_t}{\Pi_t} m_{t-1}$,

determina la siguiente expresión para las desviaciones de la oferta nominal de dinero ⁵⁹ respecto al equilibrio:

Dado que en estado estacionario se satisface $\Psi(1 - n^{ss})^{-\eta} = \lambda^{ss}(1 - \alpha) \frac{y^{ss}}{n^{ss}}$, o en logaritmos,

$\log \Psi + \log n^{ss} - \eta \log(l^{ss}) = \log \lambda^{ss} + \log(1 - \alpha) + \log y^{ss}$, podemos expresar la anterior ecuación como:

$$\hat{n}_t - \eta \hat{l}_t = \hat{\lambda}_t + \hat{y}_t$$

Dado que $l^{ss}(1 + \hat{l}_t) \approx l_t = (1 - n_t) \approx 1 - n^{ss}(1 + \hat{n}_t)$, sustituyendo, teniendo en cuenta que $l^{ss} = 1 - n^{ss}$, se llegaría a:

$$\hat{l}_t = \frac{1}{l^{ss}} - 1 - \frac{n^{ss}}{l^{ss}} - \frac{n^{ss}}{l^{ss}} \hat{n}_t = \frac{1 - l^{ss} - n^{ss}}{l^{ss}} - \frac{n^{ss}}{l^{ss}} \hat{n}_t = -\frac{n^{ss}}{l^{ss}} \hat{n}_t$$

Lo que sustituido en la expresión anterior proporciona la ecuación presentada en el texto. $\left(1 + \eta \frac{n^{ss}}{l^{ss}}\right) \hat{n}_t = \hat{\lambda}_t + \hat{y}_t$, con $l^{ss} = 1 - n^{ss}$.

⁵⁸ Tomando logaritmos en $\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} R_t$, se llegaría a: $\log \lambda_t = \log \beta + E_t \log \lambda_{t+1} + \log R_t$, donde sustituyendo las variables por sus desviaciones proporciona la expresión:

$$\hat{\lambda}_t + \log \lambda^{ss} = \log \beta + E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \log \lambda^{ss} + \hat{R}_t + \log R^{ss}, \quad \text{sustituyendo la relación}$$

$1 = \beta R^{ss} \Rightarrow \log R^{ss} + \log \beta = 0$, finalmente se obtiene la expresión incluida en el texto.

⁵⁹ Tomando logaritmos, $\log m_t = \log m_{t-1} + \log(1 + \theta_t) - \log \Pi_t \approx \log m_{t-1} + \log \theta_t - \log \Pi_t$, y sustituyendo por desviaciones, $\hat{m}_t + \log m^{ss} = \hat{m}_{t-1} + \log m^{ss} + \hat{\theta}_t + \log \theta^{ss} - \hat{\Pi}_t - \log \Pi^{ss}$ y dado que en equilibrio estacionario $\theta^{ss} = \pi^{ss}$, se llegaría a $\hat{m}_t = \hat{m}_{t-1} + \hat{\theta}_t - \hat{\Pi}_t$. Dado se previamente se ha definido u_t como $\hat{\theta}_t$, se llega finalmente a la expresión indicada.

$$\hat{m}_t = \hat{m}_{t-1} - \hat{\Pi}_t + u_t \quad (1.44)$$

Una vez realizado el proceso de log-linearización, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones lineales respecto a las variables expresadas en desviaciones respecto a su valor en estado estacionario:

$$\hat{y}_t = z_t + \alpha \hat{k}_{t-1} + (1 - \alpha) \hat{n}_t \quad (1.45)$$

$$\hat{k}_t = \frac{y^{ss}}{k^{ss}} \hat{y}_t + (1 - \delta) \hat{k}_{t-1} - \frac{c^{ss}}{k^{ss}} \hat{c}_t \quad (1.46)$$

$$(1 + \eta \frac{n^{ss}}{1 - n^{ss}}) \hat{n}_t = \hat{\lambda}_t + \hat{y}_t \quad (1.47)$$

$$\hat{m}_t = \hat{m}_{t-1} - \hat{\Pi}_t + u_t \quad (1.48)$$

$$R^{ss} \hat{R}_t \approx \alpha \frac{y^{ss}}{k^{ss}} (E_t \hat{y}_{t+1} - \hat{k}_t) \quad (1.49)$$

$$\hat{\lambda}_t = -E_t [\Phi \hat{m}_{t+1} + \hat{\Pi}_{t+1}] \quad (1.50)$$

$$\hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \hat{R}_t \quad (1.51)$$

Más las ecuaciones que determinan la evolución de los componentes estocásticos,

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t$$

$$u_t = \gamma u_{t-1} + \phi z_{t-1} + \varphi_t$$

El sistema de ecuaciones descrito permite determinar bajo qué condiciones los shock monetarios generarán efectos reales. A partir de las ecuaciones 1.47 y 1.45 se desprende que el

empleo⁶⁰ puede variar en función de la evolución del multiplicador dinámico lambda, el cual a su vez viene determinado, a partir de la ecuación 1.50, por las expectativas sobre la inflación y la masa monetaria. Si aumenta la inflación esperada (o el crecimiento de la masa monetaria) el empleo se reducirá, y con él la producción y el consumo.

La evolución de la masa monetaria e inflación viene determinada por la ecuación 1.48, según la cual estas variables se hallan relacionadas con el crecimiento estocástico de la masa monetaria, u_t , el cual en esta formulación general depende a su vez de un shock externo, φ_t , de la productividad z_{t-1} , y del valor retardado de u . Bajo esta formulación, las expectativas sobre la evolución de la inflación evolucionarán con "estructura", ceteris paribus, cuando el parámetro γ sea distinto de cero, dado que la persistencia generada por el parámetro autorregresivo altera el valor esperado de u_t ⁶¹. De hecho con un valor de $\gamma = 0$ el modelo no presenta efectos reales tras un shock temporal en la oferta de dinero.

Del mismo modo, si ϕ es distinto de cero, tanto la masa monetaria como la inflación "responderán" sostenidamente frente a "shocks" de productividad. Concretamente con un valor de $\phi < 0$, supondría que la inflación se reduciría tras dicho shock tecnológico⁶², tal y como se puede comprobar en los siguientes gráficos, en los que se presentan las funciones de impulso-respuesta de distintas variables frente a un shock "tecnológico" tanto en el caso en que $\phi = 0$ como cuando $\phi < 0$, en ambos, asumiendo que el crecimiento de la oferta monetaria carece de "inercia" ($\gamma = 0$).

⁶⁰ De 1.47 y 1.45 $\left(\eta \frac{n^{ss}}{1-n^{ss}} + \alpha \right) \hat{n}_t = \hat{\lambda}_t + \alpha \hat{k}_{t-1} + z_t$, si en t asumimos que \hat{k}_{t-1} y z_t están dados y

son constantes, la evolución del empleo viene determinada por el valor del multiplicador lambda, el cual viene dado, según la ecuación 1.50 por el valor esperado de la masa monetaria y de la inflación.

⁶¹ Supongamos por simplicidad que $\phi = 0$ y que $E\varphi_{t+1} = 0$, por lo tanto la ecuación de movimiento de la tasa de crecimiento de la oferta monetaria se simplifica en $u_t = \gamma u_{t-1} + \varphi_t$. por lo tanto,

$$E_t[u_{t+1}] = \gamma E_t[u_t] + E_t[\varphi_{t+1}] = \gamma^2 u_{t-1} + \gamma \varphi_t = \gamma^3 u_{t-2} + \gamma^2 \varphi_{t-1} + \gamma \varphi_t = \sum_{j=0}^{\infty} \gamma^j \varphi_{t-j}$$

⁶² Un argumento similar se ha difundido ampliamente para la "explicación" de los "dorados" años 90 en los Estados Unidos, al combinarse elevadas tasas de crecimiento del PIB con crecimientos moderados de los precios.

Figura 2. Respuesta ⁶³ de distintas variables frente a un "shock tecnológico". $\gamma=\phi=0$

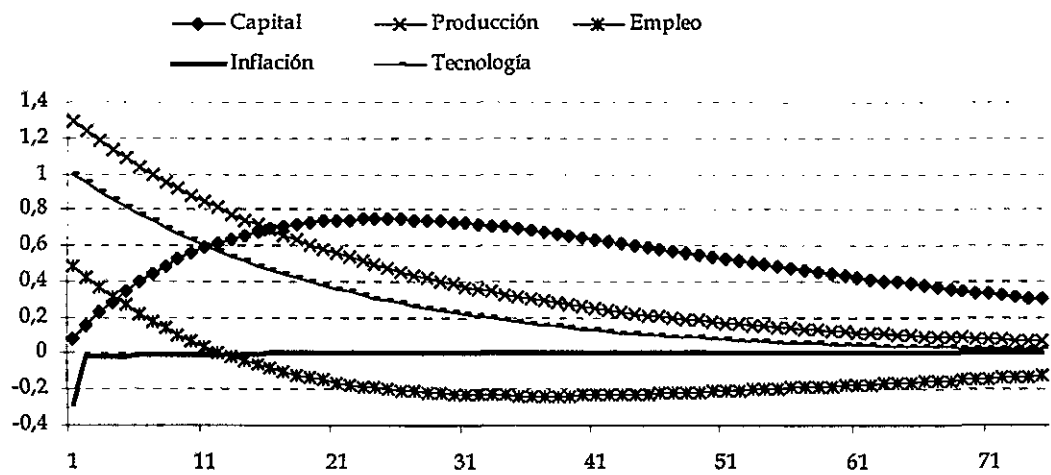
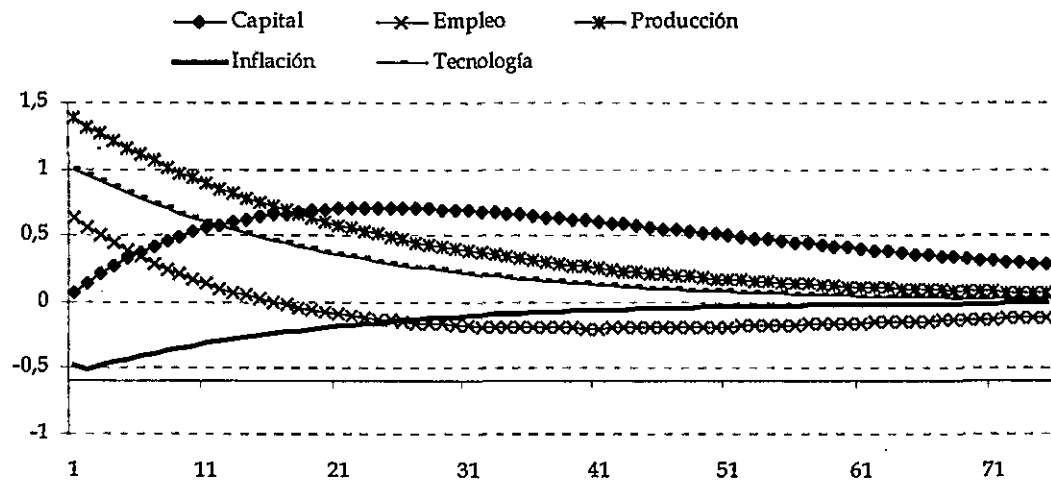


Figura 3. Respuesta de distintas variables frente a un "shock tecnológico". $\gamma=0; \phi=-0.5$

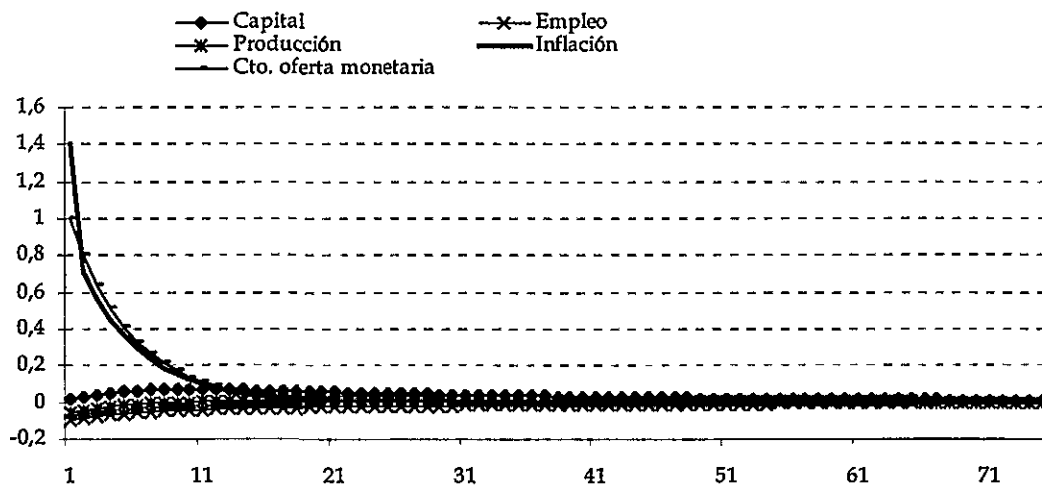


⁶³ Los valores utilizados en la simulación, salvo los especificados expresamente son, los mismos que detalla Walsh (1998), quien calibra el modelo en base a resultados de otros autores.

α	δ	ρ	σ_e	β	η	Π	σ_φ
0,4	0,019	0,95	0,00007	0,989	1	1,0125	0,000089
Φ	Ψ						
2	1.34						

Como se ha señalado previamente, la no neutralidad del dinero en el corto plazo exige que el crecimiento de la oferta monetaria presente inercia, la cual se recoge a través del parámetro γ . La figura recoge la función de impulso-respuesta frente a un shock monetario con $\gamma=0.8$, pudiendo comprobarse el efecto señalado, reduciéndose el empleo y la producción, e incrementándose la inflación (como se ha visto previamente la inercia presente en la inflación es idéntica a la que exhibe el shock monetario). A pesar de todo, el efecto inducido en las variables reales es muy reducido y de "vida" muy corta, dado que en apenas seis períodos la desviación respecto al estado estacionario en la producción es inferior a 0.01.

Figura 4. Respuesta de distintas variables frente a un "shock monetario". $\gamma=0.8$; $\phi=0$.



La "poca" importancia de los shocks monetarios en la evolución de las variables reales se evidencia aún más al simular el conjunto del sistema. Como cabe apreciarse en la figura 5 los movimientos registrados en la producción y empleo son prácticamente coincidentes con los experimentados por el shock "tecnológico". De igual modo, la inflación está completamente dominada por la evolución de la oferta monetaria, sin que pueda apreciarse ningún retardo en la transmisión del shock monetario a la inflación, la cual, no presenta ninguna correlación con la producción. Por último cabe apreciarse una notable estabilidad en el capital y en el tipo de interés real, existiendo una clara relación entre éste, el shock tecnológico y la variación del capital, aunque muy amortiguada. Así, por una variación del 1% en el shock tecnológico, el tipo de interés real y la "inversión" (variación del capital) varían en un 0,03% y 0,06% respectivamente.

Figura 5 . Simulación del sistema. Selección de variables. $\gamma=0.8$; $\phi=0$.

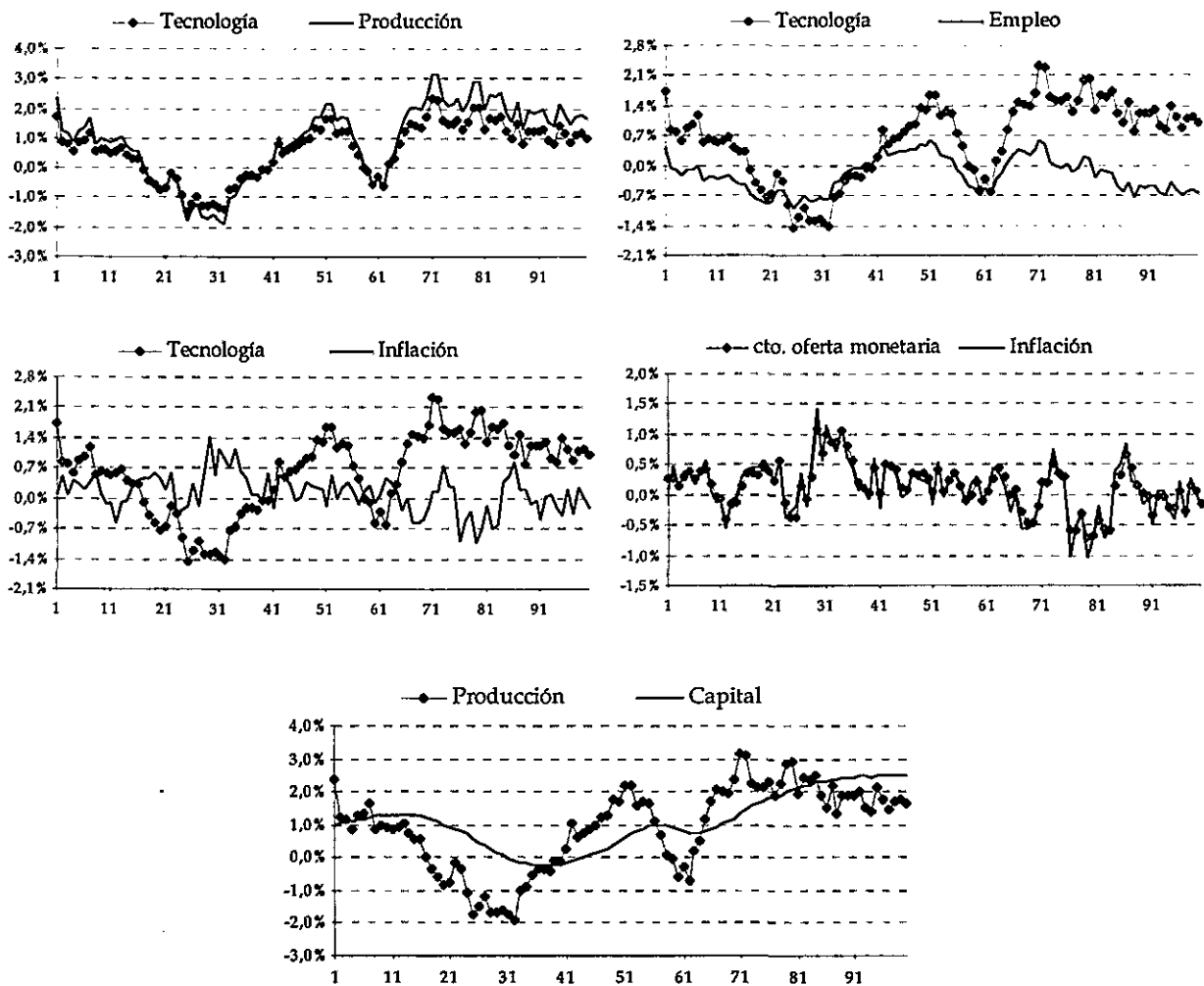


Tabla 1 . Correlaciones cruzadas con la producción. Simulación con $\gamma=0.8$; $\phi=0$.

	x(-5)	x(-4)	x(-3)	x(-2)	x(-1)	x	x(+1)	x(+2)	x(+3)	x(+4)	x(+5)
Capital	0,82	0,76	0,70	0,64	0,57	0,50	0,42	0,35	0,28	0,20	0,13
Tipo interés real	0,27	0,37	0,46	0,54	0,64	0,80	0,74	0,74	0,75	0,75	0,74
Producción	0,73	0,77	0,82	0,86	0,90	1,00	0,90	0,86	0,82	0,77	0,73
Empleo	0,15	0,25	0,35	0,44	0,55	0,72	0,67	0,68	0,70	0,70	0,71
Inflación	- 0,09	- 0,17	- 0,16	- 0,16	- 0,19	- 0,27	- 0,28	- 0,25	- 0,26	- 0,21	- 0,24
Tecnología	0,69	0,74	0,79	0,84	0,89	1,00	0,90	0,86	0,83	0,79	0,74
Cto. oferta monetaria	- 0,13	- 0,19	- 0,18	- 0,20	- 0,23	- 0,24	- 0,26	- 0,24	- 0,23	- 0,19	- 0,17

1.3.- PREDICCIONES TEÓRICAS Y RESULTADOS EMPÍRICOS: EL SOPORTE DE LA ECONOMÍA MONETARIA

Los modelos analizados anteriormente exhiben, en el largo plazo, un comportamiento acorde con los denominados "hechos monetarios" o "hechos estilizados de la economía monetaria". Estos hechos se refieren básicamente a la neutralidad y super-neutralidad del dinero en el largo plazo, a la traslación directa de las variaciones en la cantidad de dinero en los precios y por último, a la relación de Fisher que vincula los tipos de interés nominales con la inflación. Estos tres hechos monetarios, neutralidad, inflación como fenómeno monetario y relación directa entre tipos de interés nominales e inflación, constituyen las principales predicciones de los modelos MIU y CIA analizados, formando asimismo, parte del "cuerpo" de, llamémoslo así, axiomas del pensamiento económico convencional.

Estos hechos "estilizados" relativos a la economía monetaria, corresponden⁶⁴ con los resultados obtenidos por McCandless y Weber (1995) y recogidos, entre otros, por Lucas en su discurso por el Nóbel de Economía. Estos autores, - tras examinar datos de un conjunto de 130 países y analizar las correlaciones existentes entre el crecimiento⁶⁵ de la cantidad de dinero en circulación, inflación y crecimiento del PIB real en un período de 30 años - establecieron tres "hechos monetarios" relativos a las relaciones de largo plazo⁶⁶ existentes entre las variables analizadas que, en la actualidad, constituyen el núcleo de discusión de la economía monetaria y que forman parte del fundamento último de la existencia de Bancos Centrales y de la finalidad y validez de la política monetaria. Como se analizará a continuación, si bien los resultados empíricos soportan los tres hechos monetarios fundamentales, es preciso efectuar una "clara" separación entre el medio y largo plazo, y el corto plazo.

⁶⁴ Dichos hechos estilizados no han sido formulados originariamente por dichos autores. El trabajo de McCandless y Weber (1995) se cita dada su relativa actualidad y la amplitud geográfica y temporal de los datos utilizados, lo cual les dota de cierta consistencia frente a las posibles alteraciones que podría introducir la existencia de un marco institucional concreto, en especial, la existencia de reglas de política monetaria que pudiesen "contaminar" las observaciones.

⁶⁵ Tasas de crecimiento geométrica media registrada en el período considerado de 30 años para cada uno de los países.

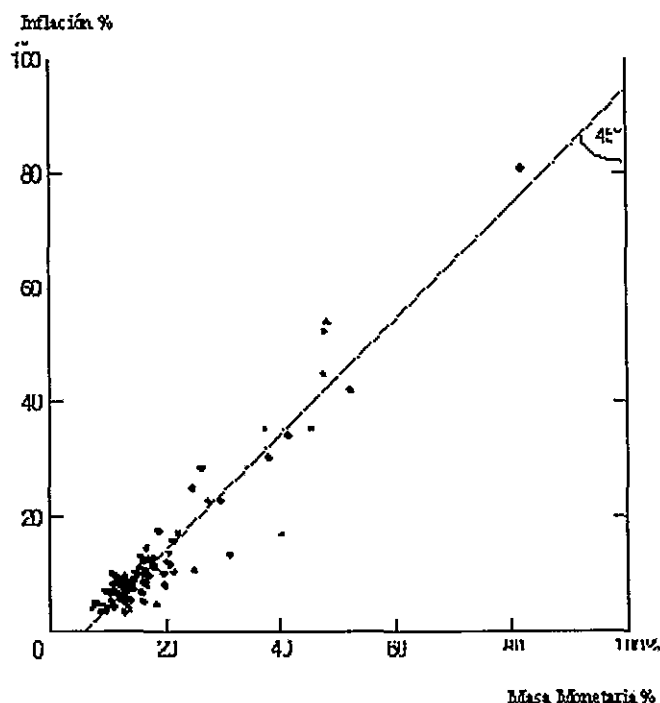
⁶⁶ Al observar las variables analizadas es inevitable traer a colación la ecuación cuantitativa del dinero expresada en tasas de crecimiento (un * sobre la variable indica tasa de crecimiento). Dicha relación,

$$m + v \approx p + y$$
, indica que con una velocidad de circulación del dinero constante ($v = 0$), el crecimiento de la cantidad de dinero (m) ha de ser proporcional al crecimiento de los precios (p) y del nivel de producción real (y). Si el dinero experimenta un crecimiento superior al de la producción, cabe esperar, según esta ecuación, un crecimiento de los precios.

1.3.1-¿Es la inflación un fenómeno monetario?

El primero de los hechos estilizados hace referencia a la existencia de altos coeficientes de correlación (prácticamente 1) entre las tasas de crecimiento de la oferta monetaria y la tasa de inflación. McCandless y Weber (1995) comprueban que este hecho monetario es consistente ante la consideración de diferentes definiciones de los agregados monetarios (M0, M1 y M2) o la segmentación de la muestra en países pertenecientes a la OCDE y países Latinoamericanos. Los resultados de McCandless y Weber (1995) respecto a este primer hecho monetario se resumen en la figura siguiente, en la cual se representa, para cada país, el crecimiento medio experimentado por la masa monetaria y la inflación. A pesar de la evidente existencia de países "extremos" o casi atípicos, la relación directa entre masa monetaria e inflación es consistente para diferentes submuestras de países, lo que corrobora la robustez de este resultado en el largo plazo.

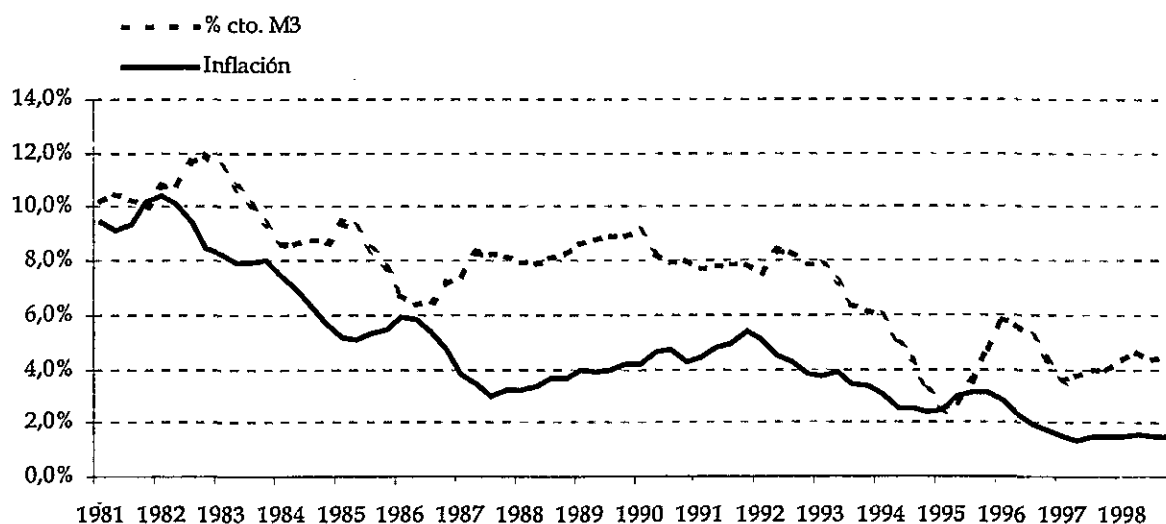
Figura 6.- Relación de largo plazo entre inflación y masa monetaria



Fuente: McCandless, George T. y Weber, Warren E. Some monetary facts. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quaterly Review. Vol. 19, n° 3. Verano 1995, pp. 2-11. 1995.

Este “hecho monetario” probablemente constituya una de las pocas proposiciones que de manera consensuada es aceptada por todos los economistas. En el largo plazo, un mayor crecimiento de la cantidad de dinero en circulación está acompañado en último término de una mayor tasa de inflación, proposición que asimismo se desprende de los trabajos de, por ejemplo, Lucas (1980), Vogel (1974), Barro (1990) o Masuch et al. (2001), incluso Lucas en su lectura por el premio Nóbel hace referencia a este hecho estilizado como la principal predicción de la teoría cuantitativa del dinero.

Figura 7.- Evolución de la inflación y masa monetaria. Area Euro.



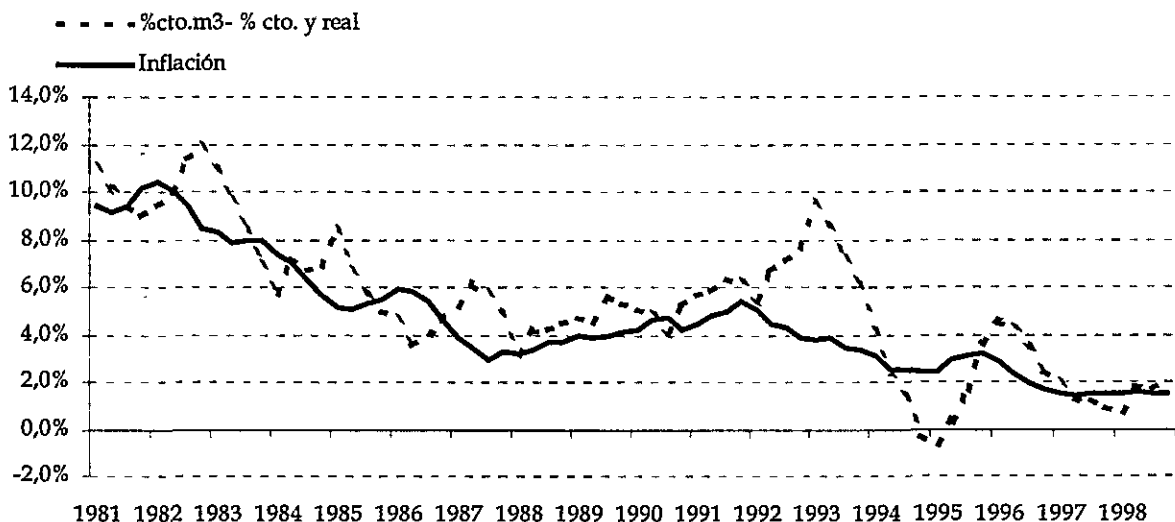
Fuente: Coenen, G. y J.-L. Vega. “The demand for euro area M3”. ECB Working paper No. 6. 1999.

En el caso del área Euro y España, la evidencia empírica coincide en esta misma línea, tal y como se deduce de los trabajos de Coenen y Vega (1999) ó Brand y Cassola (2000). En la figura 7 se representa la evolución del crecimiento de la masa monetaria, medida a través del agregado M3, y de la inflación, obtenidas de las estimaciones de Coenen y Vega (1999) para el Area Euro durante el período 1981:I-1998:IV. El caso español, con datos del Banco de España e INE, se representa en la figura 9 con datos mensuales para el mismo período. Como puede apreciarse tanto en el caso español como en el conjunto de la UEM, la similar evolución temporal exhibida por la M3 y la inflación resulta coherente con una concepción monetaria de la inflación en el medio y largo plazo tal y como se desprende del similar patrón tendencial⁶⁷ presente en ambas series.

⁶⁷ Por patrón tendencial ha de entenderse en este caso como “similar evolución a largo plazo”, dado que al manejar tasas de crecimiento interanuales (diferencias logarítmicas interanuales) de las variables se ha

La desviación que presentan ambas series en periodos cortos, pone de manifiesto que la relación entre las variaciones monetarias y la inflación no es inmediata. Esto es así, no sólo por la complejidad y multiplicidad de mecanismos de transmisión de la política monetaria (véase la figura 16) así como por la diversidad de "shocks" no monetarios que pueden provocar procesos inflacionarios en el corto plazo, sino que incluso, de la aplicación estricta de la ecuación cuantitativa del dinero de Fisher (nota pie de página 45) se desprende la necesidad de tener también en cuenta el crecimiento de la producción real (y de la velocidad de circulación del dinero, que dista de ser estable). Asimismo, no pueden obviarse las posibles rigideces que puedan existir en los procesos de ajuste de precios y salarios a las variaciones de las condiciones monetarias (aspecto que será tratado al abordar el segundo "hecho monetario" de McCandless y Weber) y que pueden provocar procesos de ajuste, temporalmente largos, frente a shocks de carácter monetario.

Figura 8.- Evolución de la inflación y del diferencial de crecimiento entre el dinero y el PIB real. Area Euro.

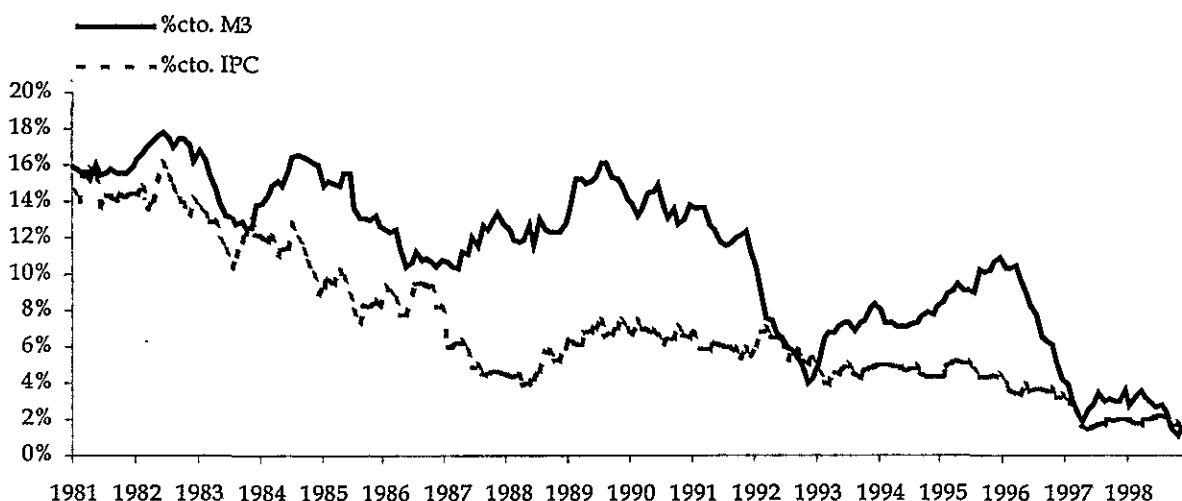


Fuente: Coenen, G. y J.-L. Vega. "The demand for euro area M3". ECB Working paper No. 6. 1999.

filtrado parte del componente tendencial de las variables M3 y precios, aunque como resulta evidente en el gráfico, aún se puede percibir la existencia de tendencia. Sobre los componentes tendenciales y los efectos de los filtros puede consultarse el trabajo de investigación presentado por el doctorando para la obtención del Título de Estudios Avanzados.

La relevancia de las variables monetarias en la explicación de fenómenos inflacionarios en ciertos casos puede no limitarse a la manifestación de unos patrones de evolución más o menos similares. En el área euro existe evidencia de que los indicadores monetarios y crediticios presentan cierto carácter adelantado⁶⁸ sobre la evolución de los precios en el medio plazo (Trecroci y Vega ,2000). Esto justificaría el papel predominante que el BCE otorga a la masa monetaria e indicadores monetarios y financieros en el seguimiento y anticipación de la inflación. No obstante, no existe un claro consenso sobre el contenido informativo de la evolución de la masa monetaria sobre la inflación futura, aunque apenas se discute el papel del dinero en la evolución del nivel de precios. Así por ejemplo, Agresti y Mojon (2001), encuentran que para el área Euro, dentro de los indicadores monetarios, tan sólo la evolución de los préstamos bancarios presenta "poder" predictivo sobre la inflación futura.

Figura 9.- Evolución de la inflación y masa monetaria. España. Enero 1981-Diciembre 1998



Fuente: Banco de España e Instituto Nacional de Estadística.

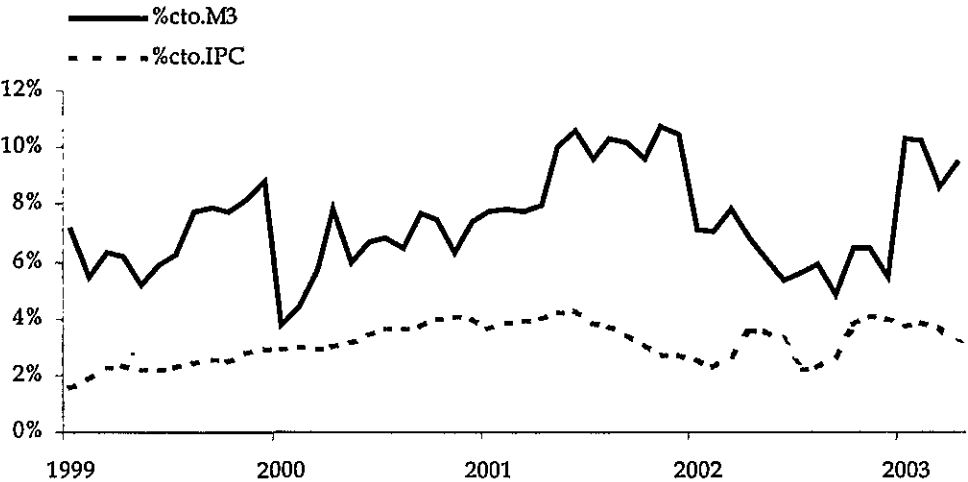
⁶⁸ Según los resultados de Trecroci y Vega ,(2000) el "gap" monetario real o diferencia entre los saldos monetarios reales en un momento temporal dado y su valor de equilibrio a largo plazo, contiene información sobre la evolución de la inflación futura en un horizonte de cinco-seis trimestres.

Tabla 2.- Correlaciones cruzadas entre el %cto. IPC y %cto. de M3 retardada (adelantada) i meses.

Desplaz	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	1
M3 (-i)	0,80	0,78	0,77	0,75	0,73	0,71	0,69	0,68	0,66	0,64	0,62	0,60	0,59	0,57	0,55	0,53	0,51	0,49	0,4
M3 (+i)	0,80	0,79	0,77	0,76	0,75	0,74	0,73	0,72	0,71	0,70	0,68	0,67	0,66	0,64	0,62	0,61	0,59	0,57	0,5

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del BCE e INE para el período enero-1981/diciembre-1998. Los resultados mostrados corresponden a las correlaciones cruzadas entre las tasas de crecimiento interanuales. Como se comprueba, al considerar estas variables no cabe apreciar un desfase significativo entre ellas.

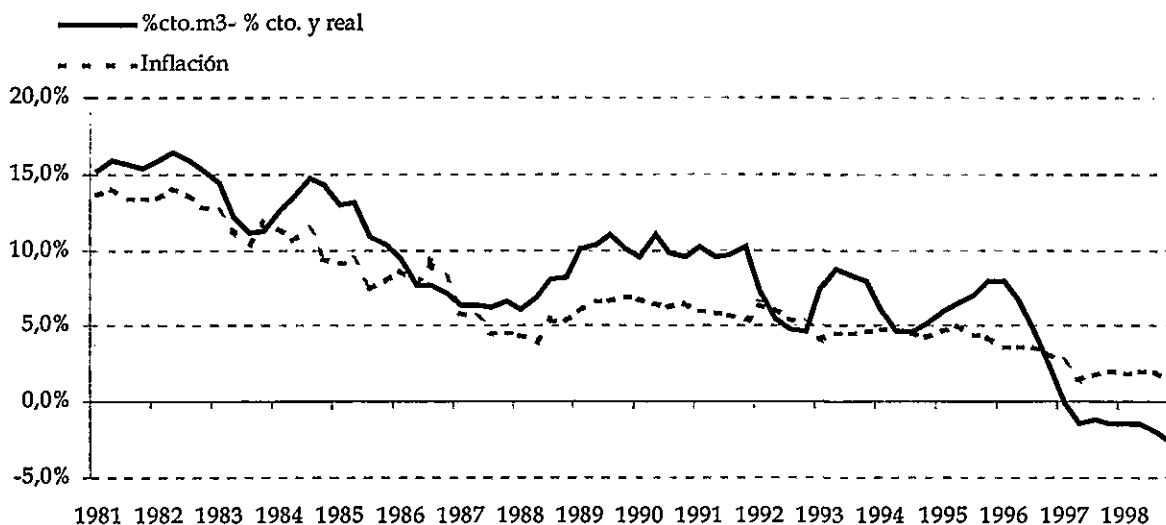
Figura 10.- Evolución de la inflación y masa monetaria. España. Enero 1999-Abril 2003⁶⁹



Fuente: Banco de España e Instituto Nacional de Estadística. Como M3 se incluye la aportación a la M3 de las IFM de España, excluyendo el efectivo.

⁶⁹ Entre otras “alteraciones” introducidas por la incorporación de España a la Unión Económica y Monetaria y la puesta en marcha del Eurosistema en 1999 se halla la ruptura de las series temporales relativas a agregados monetarios, dado que tras el nacimiento del euro no tiene sentido hablar de cantidades de dinero nacionales dada la imposibilidad de distinguir, digamos por ejemplo, dinero español de dinero holandés. El BCE y Banco de España han tratado de suplir esta carencia mediante la publicación de la Aportación de cada país miembro a la M3 del Area Euro, si bien, entre otros problemas, la asignación del efectivo suele ser problemática y generalmente se opta por excluirlo del cálculo. Esto supone que las variables pueden presentar una evolución muy distinta de la exhibida de forma previa al nacimiento del euro, de ahí que cuando ha sido necesario utilizar datos españoles se han utilizado los disponibles hasta diciembre de 1998 a fin de preservar el “comportamiento” de la economía. Obviamente esta opción supone sacrificar la información más reciente y probablemente también suponga que los resultados presentados sean más bien una “curiosidad histórica”.

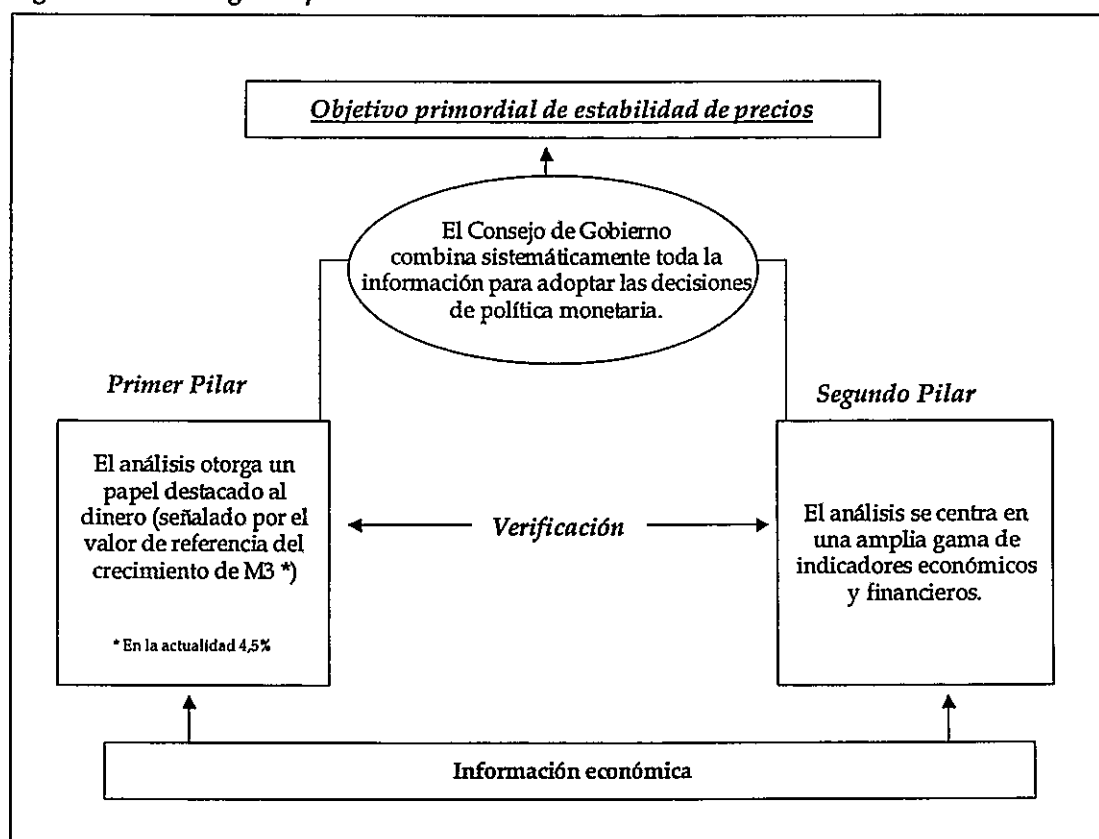
Figura 11.- Evolución de la inflación y del diferencial de crecimiento entre el dinero y el PIB real. España 1981:I-1998:IV



Fuente: Elaboración propia a partir de datos del Banco de España e Instituto Nacional de Estadística (PIB e IPC).

El origen monetario de la inflación sirve de soporte al denominado “primer pilar” de la estrategia de política monetaria del BCE, el cual otorga un destacado papel a la evolución del dinero, medido a través del agregado M3. Como este organismo destaca en su publicación: “La política monetaria del BCE”, “...Una de las regularidades empíricas más notable de la macroeconomía, es la relación estable de largo plazo entre el nivel general de precios y el dinero....La evolución monetaria contiene información sobre el comportamiento futuro de los precios y, por lo tanto, puede facilitar la evaluación global de los riesgos que amenazan la estabilidad (p. 47)”. Estas líneas parecen denotar un elevado grado de confianza en la relación dinero-precios, aunque como señala el BCE en esa misma publicación al justificar la existencia de dos pilares, “...Un reflejo de la incertidumbre que rodea a la economía y del conocimiento imperfecto que se tiene de ella, es la amplia gama de modelos del proceso de inflación....Muchos de estos modelos captan elementos importantes de la realidad, pero ninguno de ellos parece capaz de describir dicha realidad íntegramente....En estas circunstancias sería ilógico apoyarse exclusivamente en un solo enfoque o en un solo indicador para adoptar decisiones de política monetaria. (p. 55)” “En vista de la multiplicidad de modelos existentes, el BCE ha decidido estructurar su análisis en torno a dos pilares, teniendo en cuenta el hecho de que ha resultado sumamente difícil asignar al dinero un papel destacado en los modelos convencionales de la economía real. (p. 56)”

Figura 12.- Estrategia de política monetaria del BCE orientada hacia la estabilidad



Fuente: Banco Central Europeo. La Política Monetaria del BCE, BCE 2001.

La línea argumental que se desprende de dicho documento refleja el estado del conocimiento actual sobre los procesos inflacionarios: la evolución del dinero presenta un papel importante en la explicación de fenómenos inflacionistas sostenidos en el medio y largo plazo, sin embargo la omisión de otros factores impediría comprender la evolución de la inflación en el corto plazo así como anticipar su comportamiento. La propia inercia⁷⁰ presente en los procesos inflacionarios dificulta la adecuada comprensión de la transmisión monetaria en los precios a la vez que supone un auténtico quebradero de cabeza para los organismo decisores de la política monetaria y un enorme reto para la teoría económica monetaria contemporánea. Si bien parecían imponerse las tesis que aludían a la existencia de rigideces en la formación de precios y salarios (fijación de precios a intervalos, costes de menú, salarios fijados por períodos

⁷⁰ La inflación presenta una elevada correlación con sus propios valores desfasados. En el caso del IPC español, las tasas de crecimiento interanuales del IPC general presentan una correlación de 0.956 con el valor retardado un período de la misma variable. Esto supone que una predicción aceptable de la inflación de un mes sea la registrada en el mes inmediatamente anterior, lo cual puede comprobarse al estudiar las propiedades del residuo de una regresión entre la inflación de un mes y la del mes anterior. Al margen de los efectos generados por el cambio de base (2001) en el IPC puede comprobarse que el residuo es ruido blanco al incluir un ARMA (1,1) en la regresión.

amplios,...) algunas propuestas actuales apuestan por reconsiderar los mecanismos por los que los agentes forman sus expectativas. Tal y como destaca Mankiw⁷¹ en el NBER Reporter de la primavera de 2003, estos “nuevos” enfoques se alejan de los modelos usuales relativos a los procesos de fijación de precios, en cuanto que asumen que los agentes son “descuidados” con la información. Estos agentes forman sus expectativas de manera atípica, en esta línea Mankiw destaca varias propuestas, entre ellas la de Woodford ⁷², quién establece que a la hora de fijar precios, los agentes no sólo tienen en cuenta sus propias expectativas, sino que también atienden las expectativas de otros agentes. Al basarse unos y otros en información del conjunto, se puede generar persistencia en la inflación, dado que la formación de expectativas presentaría bastante inercia. Otra de las propuestas es la del propio Mankiw con Ricardo Reis⁷³, quienes suponen un agente que actualiza su “información” de manera aleatoria, de forma que puede estar tomando decisiones con información “desfasada” durante un período de tiempo aleatorio pero lo suficientemente importante como para poder generar persistencia en la inflación.

Fácilmente se puede concluir, que la diversidad de propuestas evidencia lo lejos que aún nos encontramos de disponer de una explicación plausible, empíricamente válida y coherente con aspectos económicos no monetarios de la transmisión de la política monetaria sobre la inflación.

1.3.2.-¿Neutralidad del dinero?

El segundo “hecho monetario” al que aluden McCandless y Weber hace referencia a la principal predicción que se deriva de la neutralidad del dinero. Conforme a los resultados de estos autores, en el largo plazo, no existe correlación entre las tasas de crecimiento del dinero y de la producción real. Esta evidencia es robusta frente a diferentes especificaciones de dinero, a diferencia de lo que ocurre al considerar diferentes submuestras de países. Así, McCandless y Weber encuentran una correlación positiva significativa entre crecimiento del dinero y producción real para un subconjunto de países pertenecientes a la OCDE.

Este hecho monetario, aunque cabría preguntarse hasta que punto puede hablarse de “hecho monetario” cuando estos autores no han sido capaces de encontrar un comportamiento

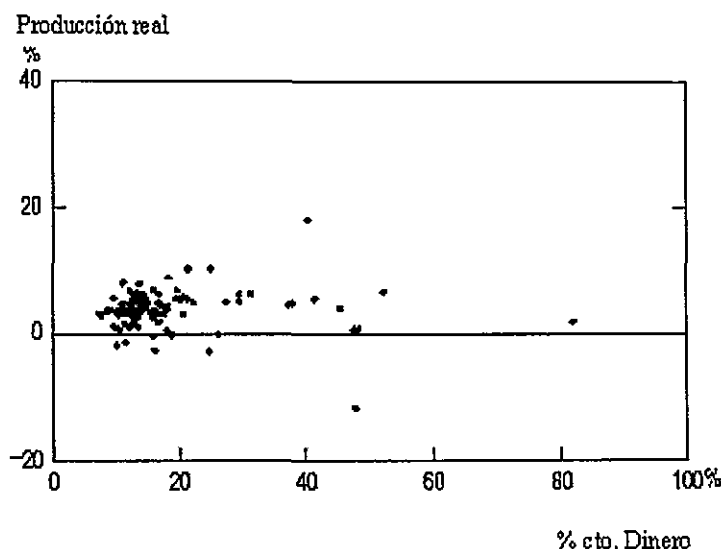
⁷¹ N. Gregory Mankiw es, entre otros cargos, el Director del programa “Monetary Economics” del NBER.

⁷² NBER Working paper nº 8673.

⁷³ NBER Working paper nº 8290 y nº 8614.

homogéneo entre países, pone de manifiesto una de las principales cuestiones que ha tratado la teoría económica: la hipótesis de la neutralidad del dinero.

Figura 13.- Relación de largo plazo entre crecimiento de la masa monetaria y de la producción.



Fuente: McCandless, George T. y Weber, Warren E. Some monetary facts. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quaterly Review. Vol. 19, nº 3. Verano 1995, pp. 2-11. 1995. El gráfico corresponde a la totalidad de países analizados por los autores. Como se ha señalado, para un conjunto de países de la OCDE, los autores encuentran una correlación positiva significativa.

Del mismo modo que el trabajo de McCandless y Weber recoge un aspecto tan importante como la neutralidad del dinero, sus resultados ponen de manifiesto la imposibilidad de afirmarse en un sentido u otro. A pesar de las posibles argumentaciones relativas a las peculiaridades de los países pertenecientes a la OCDE que podrían explicar los diferentes resultados obtenidos por McCandless y Weber sin tirar por tierra la proposición de neutralidad del dinero, distintas investigaciones han puesto de manifiesto la ausencia de un consenso sobre este aspecto⁷⁴, básico en el desarrollo de la teoría monetaria, por lo que cualquier posición al respecto es solamente "condicionalmente" válida.

⁷⁴ En el propio trabajo de McCandless y Weber se recogen algunos ejemplos de esta falta de consenso. Otros trabajos al respecto son, por ejemplo, el realizado por Malliaropulos (1995) con datos del Reino Unido, encontrando evidencia de la neutralidad del dinero en el largo plazo, aunque con evidentes efectos en el corto y medio plazo. Por el contrario Jefferson (1997), argumenta que no se puede asegurar la no neutralidad de ciertas formas de dinero. Así, para datos de EEUU este autor encuentra evidencias de no neutralidad del "inside money" (componentes del stock de dinero que simultáneamente son un activo y un pasivo del sector privado, en términos prácticos, un agregado M2 o M1 al que se excluye el efectivo), mientras no puede rechazar la neutralidad del "outside money" (componentes del stock de dinero que son

Si controvertida es la neutralidad del dinero en el largo plazo, aún más lo resulta cuando se analiza el papel del dinero a lo largo del ciclo económico. Kydland y Prescott (1990) rotundamente apuntan al trabajo de Friedman y Schwartz (1963) como responsable de la percepción generalizada en los años 70-80 de que las perturbaciones monetarias son las principales responsables del ciclo económico, erigiéndose como un elemento de primer orden a la hora de anticipar y explicar las fluctuaciones en la producción, empleo y otras variables. En concreto, se justificaba el papel del dinero en el ciclo económico en la similitud de la evolución registrada por agregados monetarios estrechos (M1) y el PIB de trimestres posteriores, lo que confería al componente cíclico⁷⁵ de los agregados monetarios un carácter adelantado respecto al ciclo económico. Este resultado parece corroborarse con los resultados de Kydland y Prescott (1990) y Stock y Watson (1998), si bien desplazando el carácter de indicador adelantado del agregado M1 a la M2 (o incluso a la diferencia M2-M1, compuesta en su mayor parte por depósitos bancarios que devengan intereses) basándose en la existencia de una correlación significativa entre el PIB estadounidense y la M2 retardada dos trimestres, tal y como se desprende de las tablas presentada a continuación, extraídas de los artículo de Kydland y Prescott (1990) y Stock y Watson (1998).

Tabla 3.- Correlaciones cruzadas entre el PIB e indicadores monetarios y de precios. EEUU.

Correlación cruzada del PIB real con:											
	x(t-5)	x(t-4)	x(t-3)	x(t-2)	x(t-1)	x(t)	x(t+1)	x(t+2)	x(t+3)	x(t+4)	x(t+5)
Agregados Monetarios											
Base Monetaria	-0.12	0.02	0.14	0.25	0.36	0.41	0.40	0.37	0.32	0.28	0.26
M1	0.01	0.12	0.23	0.33	0.35	0.31	0.22	0.15	0.09	0.07	0.07
M2	0.48	0.60	0.67	0.68	0.61	0.46	0.26	0.05	-0.15	-0.33	-0.46
M1-M2	0.53	0.63	0.67	0.65	0.56	0.40	0.20	-0.01	-0.21	-0.39	-0.53
Precios											
Deflactor del PIB	-0.50	-0.61	-0.68	-0.69	-0.64	-0.55	-0.43	-0.31	-0.17	-0.04	0.09
IPC	-0.52	-0.63	-0.70	-0.72	-0.68	-0.57	-0.41	-0.24	-0.05	0.14	0.30

Fuente: Kydland y Prescott (1990). Datos trimestrales de la economía de EEUU para el período 1959:I-1989:IV. Las correlaciones cruzadas se calculan sobre el componente cíclico obtenido tras eliminar la tendencia estimada por un filtro Hodrick-Prescott de parámetro 1600. Una correlación elevada (superior a la exhibida en xt) para una valor negativo del desplazamiento, x(t-i), implica que la variable "adelanta" al PIB. En caso contrario, la variable se "retrasa" respecto al PIB. "Adelantar" y "retrasar" no han de interpretarse como relaciones de causalidad.

un activo neto del sector privado, es decir, básicamente la base monetaria). Las diferencias exhibidas por el dinero endógeno o "inside money" y el exógeno u "outside money" pueden evidenciar la importancia de los fenómenos de inversión-financiación (y la generación de créditos y depósitos vinculados a los mismos) en la "no-neutralidad" del dinero.

⁷⁵ En el trabajo de Kydland y Prescott el componente cíclico de una serie se calcula como la diferencia de la serie original frente a la "tendencia" que se obtiene mediante la aplicación del filtro de Hodrick-Prescott con un parámetro lambda igual a 1600 sobre series trimestrales corregidas de estacionalidad.

Tabla 4.- Correlaciones cruzadas entre el PIB e indicadores monetarios y de precios.EEUU

Correlación cruzada del PIB real con:												
		x(t-5)	x(t-4)	x(t-3)	x(t-2)	x(t-1)	x(t)	x(t+1)	x(t+2)	x(t+3)	x(t+4)	x(t+5)
Agregados Monetarios												
Base Monetaria	(nominal)	0.10	0.13	0.16	0.18	0.19	0.18	0.13	0.07	0.01	-0.03	-0.05
M2	(nominal)	0.40	0.51	0.58	0.59	0.53	0.39	0.22	0.03	-0.15	-0.27	-0.35
M2	(real)	0.49	0.62	0.71	0.73	0.69	0.57	0.40	0.20	0.00	-0.17	-0.30
M2	(nominal, % cto.)	0.37	0.31	0.19	0.01	-0.19	-0.38	-0.50	-0.54	-0.48	-0.36	-0.22
Tipos de interés												
Bonos Tesoro	(3 meses)	-0.69	-0.60	-0.41	-0.16	0.13	0.38	0.56	0.63	0.60	0.50	0.38
Bonos Tesoro	(10 años)	-0.52	-0.49	-0.39	-0.24	-0.07	0.08	0.16	0.17	0.13	0.07	0.03
Diferencial	10a-3m	0.52	0.38	0.17	-0.07	-0.32	-0.52	-0.64	-0.66	-0.61	-0.52	-0.40
Precios												
Deflactor del PIB		-0.42	-0.52	-0.59	-0.61	-0.60	-0.54	-0.46	-0.33	-0.18	-0.02	0.12
IPC		-0.48	-0.59	-0.67	-0.68	-0.62	-0.51	-0.38	-0.21	-0.04	0.12	0.24
IPC	(% cto.)	-0.48	-0.40	-0.27	-0.08	0.14	0.35	0.52	0.62	0.64	0.58	0.47

Fuente: Stock y Watson (1998). Datos trimestrales de la economía de EEUU para el período 1947:I-1996:IV. Las correlaciones cruzadas se calculan sobre el componente cíclico estimado mediante el filtro de Baxter y King tipo "band-pass" sobre las series en logaritmos (salvo los tipos de interés). Una correlación elevada (superior a la exhibida en xt) para una valor negativo del desplazamiento, x(t-i), implica que la variable "adelanta" al PIB. En caso contrario, la variable se "retrasa" respecto al PIB. "Adelantar" y "retrasar" no han de interpretarse como relaciones de causalidad.

Tabla 5.- Correlaciones cruzadas entre el PIB e indicadores monetarios y de precios. Área Euro

Correlación cruzada del PIB real con:									
	x(t-4)	x(t-3)	x(t-2)	x(t-1)	x(t)	x(t+1)	x(t+2)	x(t+3)	x(t+4)
Agregados Monetarios									
M1	0.67	0.68	0.58	0.39	0.16	-0.05	-0.20	-0.26	-0.22
M3	0.07	-0.06	-0.19	-0.27	-0.26	-0.17	0.01	0.23	0.45
Precios									
Deflactor del PIB	-0.67	-0.76	-0.72	-0.55	-0.30	-0.04	0.16	0.27	0.29
IPC	-0.66	-0.72	-0.66	-0.50	-0.26	-0.03	0.16	0.26	0.28
Tipos de interés									
Corto plazo	-0.67	-0.43	-0.08	0.30	0.61	0.76	0.73	0.54	0.27
Largo plazo	-0.46	-0.37	-0.17	0.09	0.33	0.47	0.48	0.38	0.22
Diferencial l/p - c/p	0.56	0.32	-0.01	-0.34	-0.58	-0.68	-0.63	-0.45	-0.20

Fuente: Agresti y Mojon (2001). Datos trimestrales de la economía del Área Euro en el período 1980:I-1999:IV. Las correlaciones cruzadas se calculan sobre el componente cíclico estimado mediante el filtro de Baxter y King tipo "band-pass" sobre las series en logaritmos (salvo los tipos de interés).

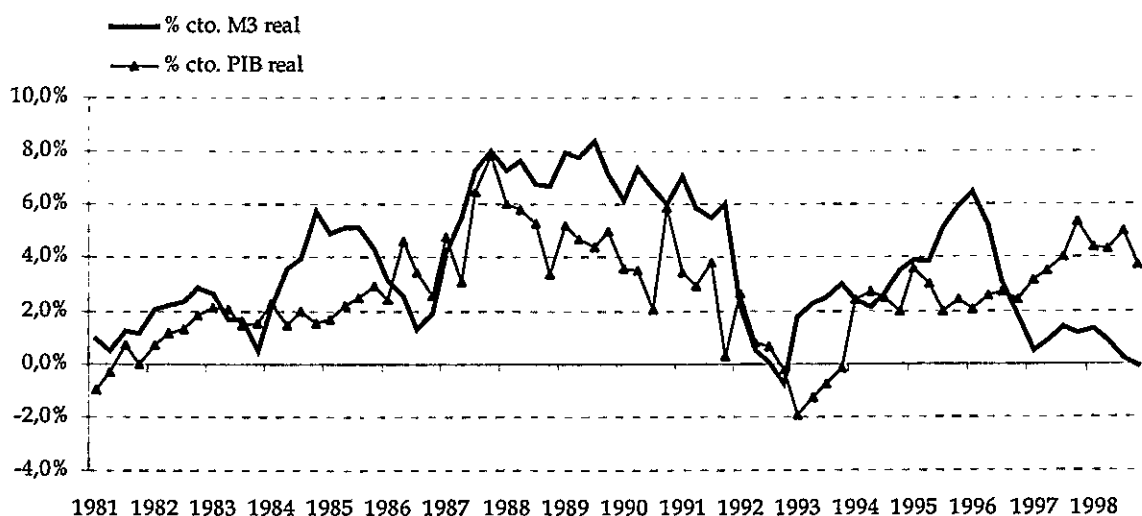
En el caso europeo, como se muestra en la tabla 5, extraída de Agresti y Mojon (2001), la relación entre los agregados monetarios y el PIB real es cuando menos no concluyente. La M1 presenta un carácter marcadamente adelantado frente al PIB, con una correlación superior a la registrada con datos de EEUU y para un plazo mayor (3-4 trimestres en el Area Euro frente a 1-2 trimestres en EEUU). Por el contrario la M3 presenta un comportamiento más bien retardado, dado que la máxima correlación (0.45) se registra con 4 trimestres de demora frente al PIB.

A pesar de lo relevante de estos resultados empíricos, actualmente pocos autores se atreverían a señalar que el hallazgo de unas correlaciones significativas o indicios de que la cantidad de dinero pueda servir como indicador adelantado del PIB, son pruebas evidentes de la no neutralidad del dinero. Como soporte a esta actitud caben dos argumentaciones, la primera basada en criterios puramente estadísticos y econométricos que señalan que una correlación significativa no implica necesariamente una relación de causalidad. La segunda argumentación se fundamenta en aspectos económicos y se halla perfectamente recogida en Kydland (1995). La existencia de una correlación significativa entre PIB y cantidad de dinero es coherente tanto con la no neutralidad del dinero (un shock monetario presenta efectos temporales en las macromagnitudes reales) como con la simple reacción de los bancos centrales a la coyuntura económica (inyectando liquidez al sistema a fin de no generar estrangulamientos en los sistemas de pagos) o incluso con la simple respuesta endógena del dinero a las variables reales, dado que la expansión de la producción puede generar expansión del crédito y éste de los depósitos bancarios y por tanto del dinero.

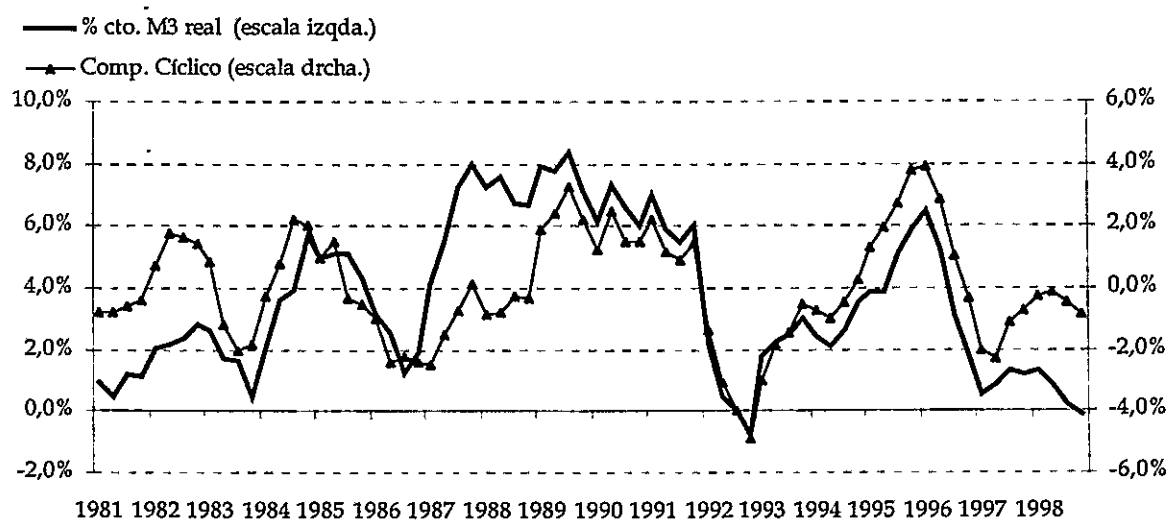
A fin de ilustrar las precauciones necesarias en la interpretación de correlaciones, consideremos por ejemplo la figura 14 en la que se presenta el crecimiento interanual comparado de la masa monetaria real y del PIB real. Como puede comprobarse, existe una evolución bastante similar en ambas variables (con una correlación entre ellas de 0.49), lo cual puede interpretarse como el correlato de la ecuación cuantitativa del dinero⁷⁶, pero que imposibilita establecer ningún tipo de causalidad, dado que dicha relación carece de una interpretación "unidireccional" (del tipo, si crece el dinero por encima de la inflación, la producción aumentará).

* * * *

⁷⁶ Según la ecuación de Fisher, $m + v \approx p + y$. Dado que el %cto. de m/p es aproximadamente el diferencial en las tasas de crecimiento de m y p , nos encontramos con que el %cto. de (m/p) equivale al %cto. del PIB real asumiendo una velocidad de circulación del dinero constante.

Figura 14.- Evolución del dinero en términos reales y PIB.

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del Banco de España e Instituto Nacional de Estadística (PIB e IPC).

Figura 15.- Evolución del dinero en términos reales y componente cíclico M3.

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del Banco de España.

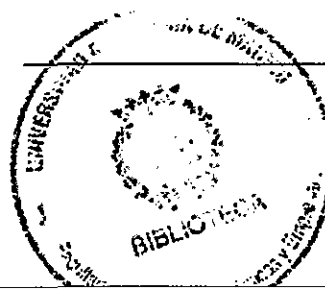
Por otra parte, se ha estimado el componente cíclico presente en la variable M3 (nominal) a partir de los datos trimestrales de las tasas de crecimiento interanual de dicha variable, filtrándose la tendencia presente en las tasas mediante el filtro de Hodrick con parámetro λ igual a 1.600. En la figura 15 se compara el componente cíclico así estimado, con las tasas de crecimiento de la masa monetaria real, pudiendo comprobarse la similar evolución presente en ambas series. Este comportamiento se debe a que la M3 y los precios evolucionan de forma similar en el largo plazo, por tanto exhibiendo una tendencia similar, de ahí que el componente cíclico de la M3 y el crecimiento del dinero en términos reales sean similares. En consecuencia, existirá correlación entre el componente cíclico de la M3 y el PIB real, dada la relación entre dinero en términos reales y el PIB y la similitud entre el ciclo de la M3 y el dinero en términos reales.

Las últimas décadas han dado lugar a una abundante literatura relativa a las posibles causas que explican la correlación observada entre distintas medidas de dinero e indicadores reales de actividad. Junto a los estudios relativos a la forma en que los Bancos Centrales responden a distintas coyunturas económicas o aquellos que distinguen distintas formas de dinero ("inside money" y "outside money") y su relación con el ciclo⁷⁷, destacan especialmente aquellos que versan sobre los mecanismos o condiciones que pueden generar no neutralidad del dinero en el corto plazo.

Las aproximaciones a este "problema" han sido múltiples, desde la consideración de rigidez en los precios y fijación de salarios a intervalos regulares (Taylor, 1979), hasta, en un contexto de precios flexibles, las expectativas-percepciones erróneas de Friedman y Lucas sobre los salarios y precios relativos, pasando por la consideración de efectos de liquidez y participación limitada⁷⁸ de Christiano y Eichenbaum (1992) o Fuerst (1992) o incluso por

⁷⁷ Las referencias obligadas a este respecto son los trabajos de King y Plosser (1984), Freeman y Huffman (1991) y Jefferson (1997) en los que se apunta la necesidad de distinguir diferentes formas de dinero a la hora de interpretar las correlaciones entre dinero y producción, así como a la hora de teorizar sobre la neutralidad del dinero.

⁷⁸ Siguiendo a Walsh (1998) el efecto de liquidez ("liquidity effect") hace referencia a la posible reducción de los tipos de interés nominales que puede seguir a una expansión de la masa monetaria. Conforme a los postulados más comunes, una política monetaria expansiva que acelere el crecimiento de la cantidad de dinero puede reducir los tipos de interés nominales, lo cual constituye una de las principales vías por las que la política monetaria actúa sobre el sistema económico (véase la figura 16). La "participación limitada" hace referencia a la existencia de diferencias sobre el modo en que se distribuye una inyección monetaria entre los diferentes agentes. Tal y como señala Fuerst (1992), el origen de los modelos con efecto liquidez y participación limitada puede remontarse a los trabajos de Grossman y Weiss (1983) y Rotemberg (1984). La justificación a la reducción de los tipos de interés es múltiple. Puede hallarse (Friedman y Schartz, 1982) en la recomposición de cartera que sigue a la acumulación de efectivo en exceso. Los agentes al demandar activos distintos del dinero elevan el precio de los mismos, reduciendo por lo tanto el tipo de interés. Otra explicación posible es la existencia de un canal bancario de la política monetaria. Un shock monetario que supone un mayor volumen de fondos para prestar supone que los bancos reduzcan los tipos de interés que exigen a los prestatarios a fin de "deshacerse" del exceso de fondos generado por la inyección monetaria.



modificar los supuestos de competencia perfecta básicos en un modelo de equilibrio general neoclásico, como en el caso de Blanchard y Kiyotaki combinado con rigidez en los precios.

Tal y como señala Walsh (1998), si en los años 70 los modelos "más populares" se basaban en la formación de expectativas en un contexto de precios flexibles, en la actualidad, a pesar de que los modelos de participación limitada han atraído recientemente la atención de la "academia", los modelos más difundidos son aquellos que incorporan algún tipo de rigidez en los mecanismos de formación de los precios y de los salarios^{79 80}.

Esta característica deriva en no neutralidad del dinero de forma inmediata, dado que al variar en distinta medida los agregados monetarios y los precios, se producen cambios (temporales) en los valores reales de las magnitudes, los cuales sí presentan efecto en las decisiones de los agentes económicos. Por ejemplo, en el pionero trabajo de Taylor (1979) la rigidez surge de la fijación de salarios a intervalos. Dado que los salarios se fijan anualmente, entretanto la evolución de la inflación puede generar percepciones erróneas sobre el salario real, lo que modificaría la oferta de trabajo y por tanto el empleo y producción de equilibrio. Otras alternativas hacen referencia a los procesos de fijación de precios, asumiendo que las empresas ajustan sus precios de forma infrecuente y aleatoria siguiendo una determinada distribución de probabilidad.

Una muestra de la pluralidad de teorías existentes, relativas al efecto de la política monetaria en el corto plazo, se pueden encontrar en los denominados mecanismos o canales de transmisión de la política monetaria que el BCE incluye en la publicación "La política monetaria del BCE", anteriormente mencionada. Dichos mecanismos quedan reflejados en la figura 16 en la que se condensan dichos mecanismos y su efecto sobre los precios⁸¹ partiendo de una variación en los tipos de interés del mercado monetario⁸².

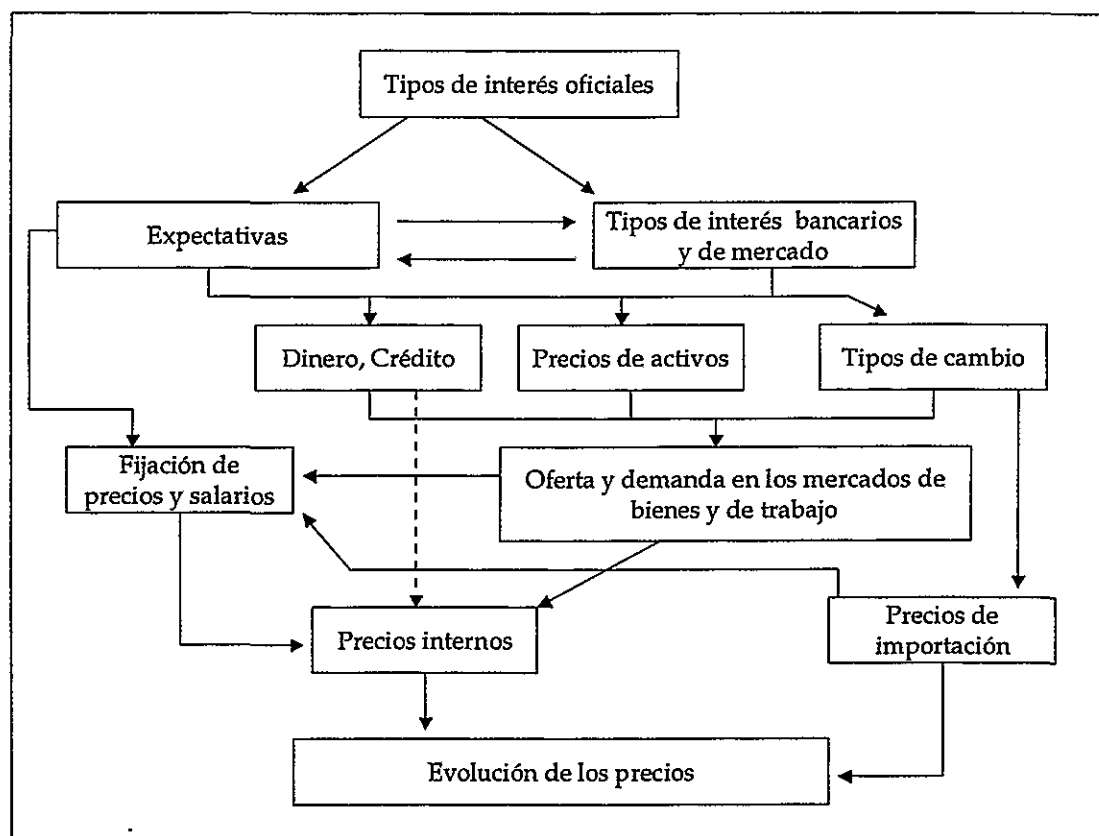
⁷⁹ No es mi intención incluir una lista aceptablemente completa de todos los trabajos que han analizado rigideces en los precios. Algunos trabajos recientes especialmente interesantes son los de Ireland (2002^a y 2002^b), Khan et al. (2002), Smets y Wouters (2002), Casares (2002), Huang y Liu (2002) o Doepke (2002).

⁸⁰ El trabajo de King y Watson (1996) presenta una comparativa entre diferentes tipos de modelos (modelo de ciclo real, modelo con precios rígidos y modelo con efectos de liquidez) en relación a su habilidad para replicar las características cíclicas de la economía norteamericana. Entre otras conclusiones destacan que ninguna de las variantes que han considerado consigue replicar el carácter de indicador adelantado que presentan los tipos de interés reales y nominales. Otros autores como Huang y Liu (2002) comparan la diferente capacidad de generar efectos persistentes de un modelo con rigidez en los precios frente a un modelo con rigidez en los salarios, concluyendo que este último es capaz de generar mayor persistencia.

⁸¹ Aunque en sentido estricto describe un mecanismo de transmisión sobre los precios, resulta obvio que vincula tales efectos a la no neutralidad del dinero sobre las magnitudes reales.

⁸² Se asume por tanto que el BCE tiene "poder" para modificar los tipos de interés nominales en el (muy) corto plazo.

Figura 16.- Ilustración del mecanismo de transmisión desde los tipos de interés hasta los precios.



Fuente: Banco Central Europeo. La Política Monetaria del BCE. BCE 2001.

Conforme al esquema perfilado en la figura anterior, el proceso se inicia con una alteración en los tipos de interés en el mercado monetario, la cual puede transmitirse a los tipos de interés de plazos más largos al modificarse las expectativas futuras sobre la evolución de la política monetaria, inflación, etc. Dada la correspondencia entre evolución de los agregados monetarios e inflación, las inyecciones monetarias desembocarán en expectativas de mayores tasas de inflación, las cuales erosionan el valor real de los saldos monetarios, provocando una recomposición de la cartera de activos financieros de los hogares y empresas, que tratarán de deshacerse de tenencias excesivas de dinero. Una de las posibles vías de "escape" del exceso de dinero es la demanda de bienes y servicios reales, por lo que podría esperarse un incremento de la demanda de productos, lo que, asumiendo una producción fija o cuando menos inelástica, deriva en crecimientos de los precios. Otro canal de transmisión importante lo constituye el mercado crediticio, dado que la disponibilidad de crédito y su coste condicionan la evolución

de la inversión empresarial y el consumo de bienes duraderos, componentes que se integran en la demanda agregada de la economía, y que por lo tanto, pueden generar excesos de demanda al crecer alentados por unas condiciones crediticias más laxas.⁸³

Como se desprende del proceso esbozado, las expectativas sobre la inflación y las condiciones crediticias juegan un importante papel en la actuación de la política monetaria y cuyos efectos pueden verse amplificados por la existencia de rigideces en los precios y salarios. Mientras que las expectativas de inflación desencadenan la modificación de la curva de tipos, recomposición de carteras, renegociación de contratos con prestaciones estipuladas en términos nominales, etc., la alteración de las condiciones crediticias afectan al gasto de los agentes económicos que requiera de recursos financieros ajenos, favoreciendo la inversión y el consumo de bienes duraderos⁸⁴.

Los resultados empíricos en el caso europeo, y como recoge el BCE en su boletín mensual de octubre de 2002, revelan que "la política monetaria tiene un efecto muy lento, pero duradero, sobre los precios, y un efecto rápido, pero transitorio, sobre la producción. Esta ausencia de neutralidad a corto plazo se justifica en base a rigideces nominales y reales de los mercados de trabajo y de bienes, que impiden un rápido ajuste de los precios a un cambio de política monetaria". De estas líneas parece confirmarse que el BCE se inclina más por considerar un modelo de economía con rigideces frente a otras alternativas teóricas. No obstante, conviene ser cauteloso al igual que hace el propio BCE al reconocer, a continuación de detallar el esquema comentado anteriormente: "...el mecanismo de transmisión de la política monetaria es una trama compleja de interacciones económicas. Pese a los esfuerzos desplegados con la mejor intención por los economistas que trabajan en el mundo académico, los centros de investigación y los bancos centrales, dicho mecanismo sigue sin conocerse totalmente." No solo dicho mecanismo no se conoce en su totalidad, sino que los modelos disponibles en la actualidad presentan limitaciones a la hora de replicar ciertas regularidades empíricas. Por ejemplo Doepke (2002) destaca que el persistente (no permanente) aumento de los tipos de interés y caída de la producción que suelen acompañar a un shock monetario contractivo no es

⁸³ La experiencia española en el mercado de la vivienda en el período 1999-2003 (aún no concluida) puede servir de ilustración de dicho efecto. La mayor demanda de vivienda, alimentada por unas condiciones crediticias muy favorables, ha generado importantes incrementos en los precios de los materiales de construcción y salarios en el sector, lo que junto a otros factores (mayor población en edad de comprar su 1ª vivienda, excesivo grado de intervención administrativa en la oferta de suelo, descenso de la rentabilidad de otros activos, afloramiento de dinero negro por la entrada del euro,...) han provocado importantes incrementos de los precios de la vivienda.

⁸⁴ Dentro de las regularidades que destacan Bernanke y Gertler (1995) se destacan, en primer lugar el papel de la demanda final en absorber inicialmente los efectos de la política monetaria, en segundo lugar, la rápida y abrupta respuesta de la inversión residencial frente a un shock monetario y por último, la respuesta muy retardada de la inversión fija empresarial (entre 6 y 24 meses después del shock), posterior a la respuesta de la inversión residencial, consumo de bienes duraderos, producción y tipos de interés.

capturado adecuadamente por los modelos habituales (modelos con rigideces o de participación limitada), que si bien recogen dichos efectos, no presentan un grado de persistencia similar al que se desprende de las investigaciones empíricas⁸⁵.

1.3.3.- *La inflación y el crecimiento económico.*

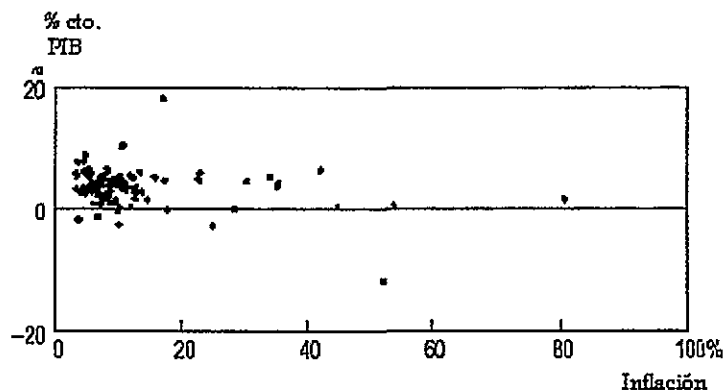
El tercer y último "hecho monetario" al que aluden McCandless y Weber alude a la ausencia de correlación en el largo plazo entre la inflación y el crecimiento del PIB real, hecho que se produce para todas las definiciones de dinero consideradas y para todos los países del estudio.

En la figura 17, extraída del artículo original, se presenta gráficamente los datos de inflación y crecimiento del PIB para los 110 países incluidos por estos autores en su estudio. Como puede apreciarse, resulta evidente la ausencia de un patrón claro entre la inflación y el crecimiento del PIB, no obstante, cabe apreciarse que con una adecuada selección muestral podrían producirse resultados distintos, lo cual, a juicio de McCandless y Weber permite justificar los diferentes resultados a los que llegan otros autores, como es el caso de Barro (1995).

El estudio llevado a cabo por Robert J. Barro (1995) le permite determinar que un crecimiento de la inflación media de 10 puntos porcentuales reduce el crecimiento del PIB per capita en 0.2% -0.3 % anualmente y del ratio inversión - PIB en un 0.4%-0.6%. Aunque, en una línea argumental similar a la expuesta por McCandless y Weber, este autor reconoce que dicho resultado solo resulta estadísticamente significativo al incluir países que han experimentado o que presentan altas tasas de inflación.

Este podría ser el caso del punto atípico que se observa en la figura 17, que corresponde a Nicaragua, país que registra una importante tasa de inflación y una notable caída de la producción a consecuencia de la larga guerra que experimentó durante el período que estudian los autores. Como consecuencia de este atípico es posible encontrar una correlación negativa entre PIB e inflación, conclusión que se desmorona al excluir esta observación del estudio, dado que en tal caso la correlación resulta nula.

⁸⁵ Doepke (2002) propone combinar un modelo de participación limitada con elementos o fricciones que aumenten la "viscosidad" de los procesos de transmisión que se generan por el efecto liquidez. Estos elementos son por una parte la existencia de costes vinculados a la reestructuración de la cartera de activos de los hogares y por otra la práctica de las empresas de retener parte de sus beneficios.

Figura 17.- Relación de largo plazo entre inflación y crecimiento del PIB

Fuente: McCandless, George T. y Weber, Warren E. Some monetary facts. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quaterly Review. Vol. 19, n° 3. Verano 1995, pp. 2-11. 1995.

La sensibilidad de este resultado a la delimitación de la muestra utilizada plantea serias dudas sobre si cabe hablar de ausencia de relación entre la inflación y el crecimiento económico o si por el contrario, el control de la inflación permite a los países alcanzar mayores niveles de producción. Al margen de la delimitación muestral, McCandless y Weber señalan que cualquier relación entre inflación y crecimiento resulta incierta dado que la consideración de otras variables a la hora de "explicar" el crecimiento del PIB supone alcanzar todo tipo de resultados en relación a la inflación, lo que imposibilita alcanzar alguna conclusión medianamente sólida.

En el corto plazo, la relación entre precios y crecimiento del PIB también dista de ser nítida y homogénea. Si tradicionalmente se había asumido que el nivel de precios presentaba una correlación positiva con el componente cíclico del PIB, a partir de la 2ª Guerra Mundial esta relación parece no haberse mantenido (Zarnowitz 1992), dado que desde entonces ha prevalecido un estado "inflacionario" general (un aumento constante del nivel de precios) en el que la inflación, o variación del nivel de precios, evoluciona de forma procíclica. En este sentido, los trabajos de Kydland y Prescott (1990), Cooley y Ohanian (1991) o Stock y Watson (1998) en los que se determina una correlación negativa entre el componente cíclico de los precios y el del PIB plantean una clara contradicción con la "visión" tradicional. No obstante, al estudiar el componente cíclico de la inflación (esto es, de las tasas de crecimiento de los precios) muchas de estas investigaciones llegan a un resultado más acorde con la percepción general del carácter procíclico de la inflación.

Tabla 6.- Correlaciones cruzadas entre el PIB de precios. EE.UU.

Indicador	Correlación cruzada con el PIB en el retardo (adelanto) k								
	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
IPC (nivel)	-0.59	-0.67	-0.68	-0.62	-0.51	-0.38	-0.21	-0.04	0.12
IP productor (nivel)	-0.56	-0.54	-0.47	-0.37	-0.24	-0.09	0.05	0.18	0.27
Deflactor PIB (nivel)	-0.52	-0.59	-0.61	-0.60	-0.54	-0.46	-0.33	-0.18	-0.02
Precios mat. primas (nivel).	-0.26	-0.11	0.04	0.18	0.30	0.38	0.41	0.41	0.36
IPC (tasa inflación)	-0.40	-0.27	-0.08	0.14	0.35	0.52	0.62	0.64	0.58
IP productor (tasa inflación).	-0.05	0.07	0.21	0.34	0.43	0.49	0.49	0.43	0.43
Deflactor PIB (tasa inflación).	-0.34	-0.25	-0.14	-0.01	0.15	0.32	0.48	0.58	0.61
Precios mat. Primas (tasa).	0.28	0.39	0.44	0.41	0.33	0.22	0.09	-0.03	-0.15

Fuente : Stock y Watson (1998). En la tabla se muestran las correlaciones cruzadas entre los componentes cíclicos de la serie especificada y el PIB.

En conclusión, estos estudios ponen de manifiesto la necesidad de distinguir entre componente cíclico del nivel de precios y componente cíclico de la inflación, tal y como ilustra la tabla 6, dado que los signos de las correlaciones son distintos. Ante estos resultados cabría preguntarse hasta que punto cabe confiar en un patrón que no resulta robusto frente a transformaciones tan usuales como el cálculo de las tasas de crecimiento lo que puede traer a colación los resultados de Wallis (1974) sobre el efecto de la aplicación de "filtros" ⁸⁶ distintos a las variables.

En el caso español como referencia obligada hay que citar el trabajo realizado por el INE, en cuanto a la clasificación de un amplio conjunto de variables por su relación con el ciclo

⁸⁶. Una tasa de crecimiento es en definitiva un filtro (véase por ejemplo el trabajo de Melis, 1984 relativo al análisis de las propiedades de las tasas de crecimiento). Las relaciones dinámicas entre variables también pueden verse alteradas por el proceso de filtrado seguido. Wallis (1974) plantea que si entre variables sin ajustar existe una relación dinámica, es decir, $Y_t = B(L)X_t + u_t$, siendo $B(L)$ un polinomio de retardos que recoge dicha relación dinámica.

La aplicación de filtros sobre las series originales, $Y^a_t = A_y(L)Y_t$; $X^a_t = A_x(L)X_t$, determina que si se trata de observar la relación existente a partir de las variables ajustadas, la relación sería:

$$Y^a_t = \frac{A_y(L)B(L)}{A_x(L)} X^a_t + A_y(L)u_t$$

En el caso de que los filtros aplicados fuesen iguales $A_y(L) = A_x(L)$, la relación existente entre las variables no se vería alterada salvo en la introducción de comportamiento en la perturbación. Ésta limitación conlleva, en el caso del estudio de comovimientos, la necesidad de aplicar un mismo filtro a todas las variables, el cual puede no resultar óptimo para todas las series.

económico general. Dicho trabajo se materializa en el Sistema de Indicadores Cíclicos de la Economía Española (1994), el cual, en materia de precios presenta unas conclusiones que apuntan, en general, a un carácter⁸⁷ procíclico de los precios, si bien en el caso del indicador de precios por excelencia, el IPC, las conclusiones son confusas, así el IPC general es acíclico, mientras que sus componentes IPC alimentación e IPC no alimentación evolucionan de forma adelantada al ciclo económico general.

Tabla 7.- Clasificación de indicadores de precios en relación al ciclo económico. España.

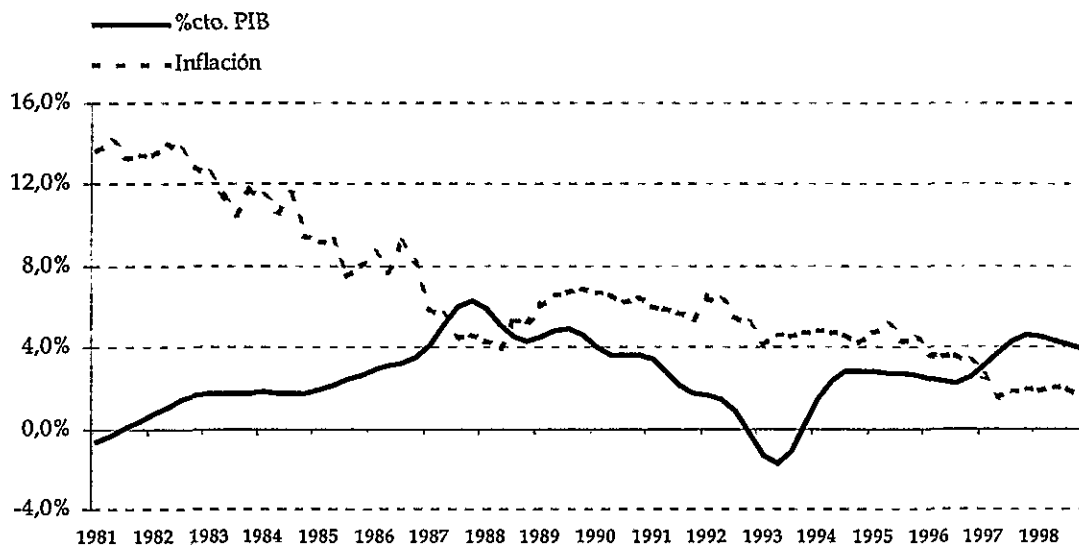
INDICADOR DE PRECIOS	CARÁCTER
IPRI general	Coincidente
IPRI bienes de consumo	Coincidente
IPRI bienes de equipo	Inclasificable
IPRI bienes intermedios	Coincidente
IPC general	Inclasificable
IPC no alimentación	Adelantado

Fuente: Sistema de Indicadores Cíclicos de la Economía Española: metodología e índices sintéticos de adelanto, coincidencia y retraso. INE.1994.

La ausencia de un patrón claro entre inflación y crecimiento del PIB, ya sea indicando una relación entre ambas variables o la ausencia de ella, es una muestra más del carácter controvertido de la neutralidad del dinero. Si se asume que los precios responden a factores monetarios en el medio y largo plazo, la ausencia de relación entre los precios y el crecimiento vendría a poner de manifiesto la neutralidad del dinero en el medio y largo plazo, tal y como parecen indicar los datos. Sin embargo y como se ha mencionado en el apartado anterior, en el corto plazo existen múltiples causas y mecanismos que pueden generar no neutralidad del dinero de manera temporal y por lo tanto reflejarse en la evolución comparada de precio y producción real. Entre estas causas destaca especialmente la existencia de rigideces de precios y salarios. Si los precios se ajustan de forma lenta y/o los salarios se ajustan gradualmente, es posible encontrar dinámicas diversas en los precios e inflación, de ahí que cabrían todo tipo de resultados en el corto plazo, sobre todo si se tienen en cuenta otras variables que intervienen en la inflación (tipos de cambio, precios materias primas, estructuras de mercado,...).

⁸⁷ Una serie es pro cíclica si presenta una correlación positiva con el ciclo económico estimado a partir del PIB. Si la correlación más elevada se presenta para valores contemporáneos, el indicador es coincidente, si es más elevada para valores retardados del indicador, éste es adelantado y si la correlación más elevada se presenta para valores adelantados del indicador, éste es clasificado como retardado. Si no existe una correlación significativa entre el indicador y el PIB la variable es clasificado como no clasificable.

Figura 18.- Evolución comparada del crecimiento del PIB e IPC. España.



Fuente: INE.

1.3.4.- Tipos de interés nominales e inflación.

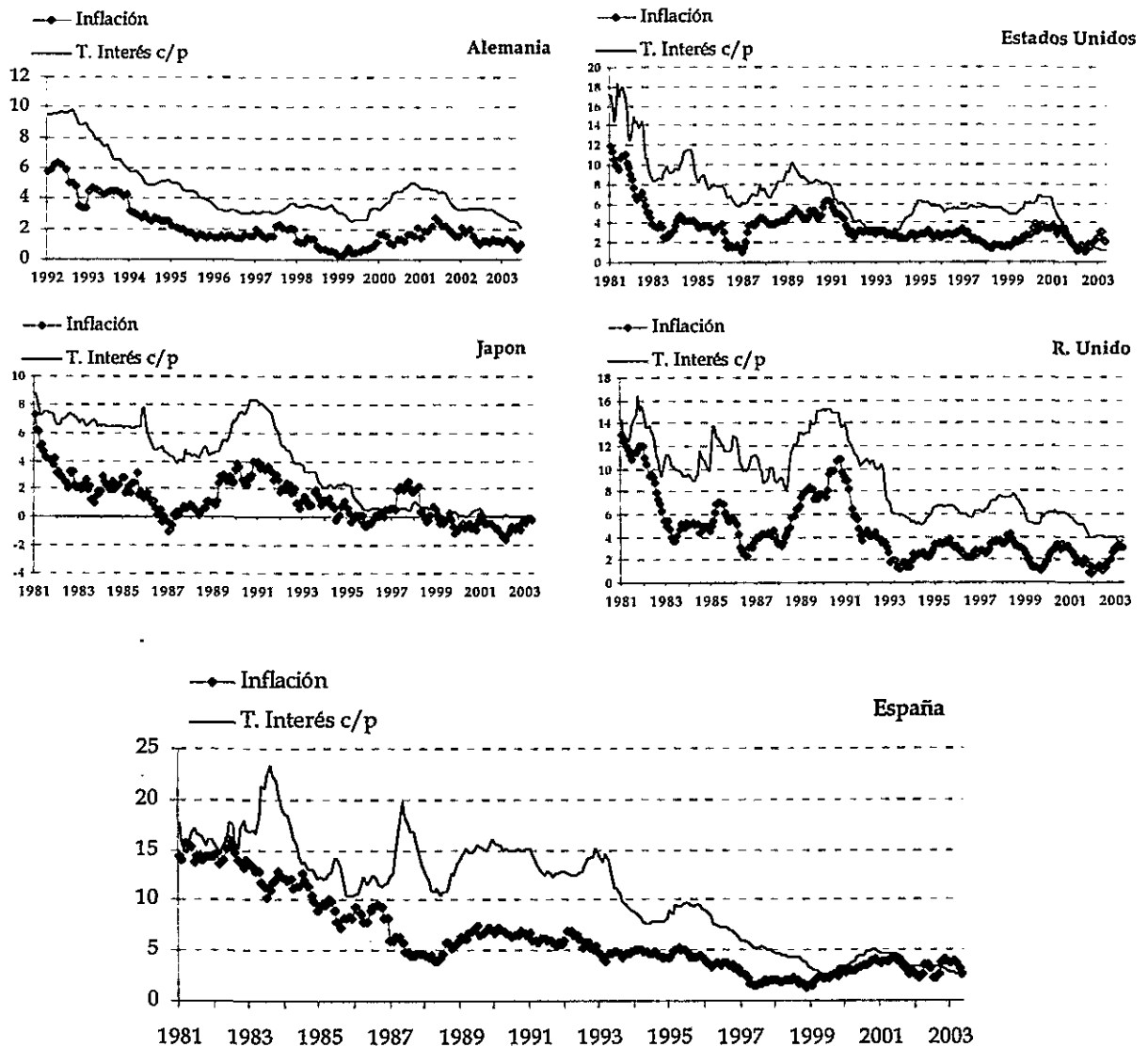
Tanto en los modelos MIU como CIA aparece implícitamente la ecuación de Fisher relativa a los tipos de interés nominales, inflación y tipos de interés reales. Dicha expresión, que se resume en la ecuación, $1 + r = (1 + i)/(1 + \pi)$, muestra cómo los tipos de interés nominales recogen directamente las variaciones en la inflación, dado que en el marco de los modelos analizados, los tipos reales dependen del rendimiento marginal del capital, el cual sólo depende de la productividad marginal del capital y de la depreciación⁸⁸.

La figura 19 parece indicar que en el medio y largo plazo la proposición de Fisher parece cumplirse, dado que los movimientos experimentados por los tipos de interés nominales y la inflación están bastante acompasados, incluso puede apreciarse que en casos límite como el que constituye Japón en los últimos años cabe apreciar que en deflación, los tipos de interés se

⁸⁸ Se asume que el precio del capital equivale al precio del bien homogéneo producido en la economía modelizada. Si dicho precio fuese diferente y pudiese variar de modo independiente, el rendimiento marginal del capital debería incluir dichas variaciones en el precio.

sitúan prácticamente en su límite inferior (registrando un valor de 0.04% desde diciembre de 2002).

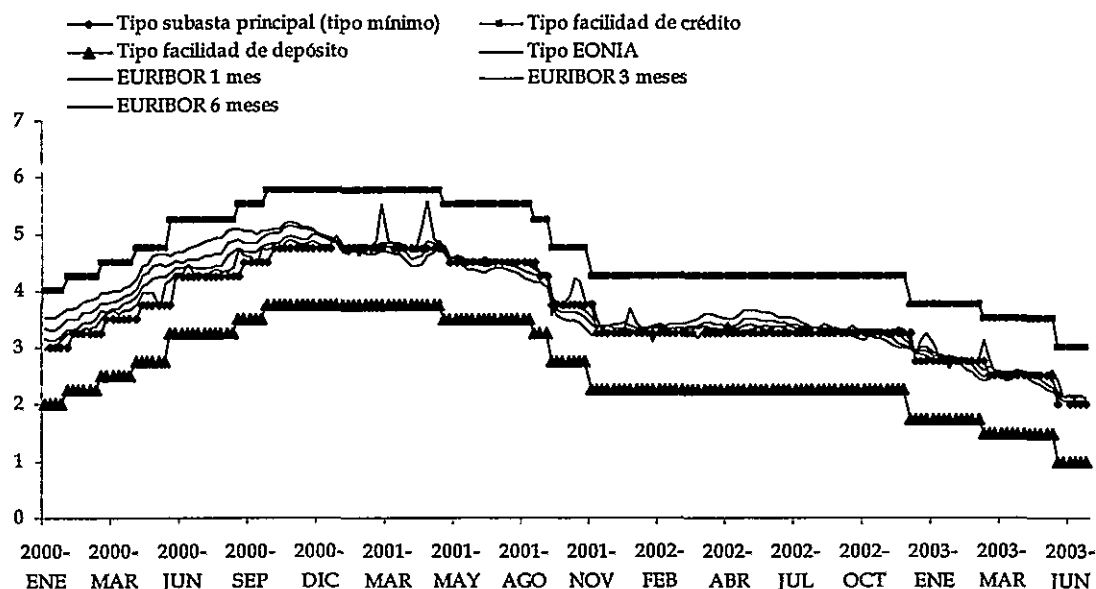
Figura 19.- Evolución comparada de la inflación y tipos de interés nominal a corto plazo.



Fuente: INE, Banco de España y OCDE. El tipo de interés a corto plazo de España y Alemania es el interbancario a tres meses. Para Estado Unidos y Japón es el tipo de interés de los Certificados de Depósito.

En el caso español también cabe apreciarse un comportamiento como el descrito por la ecuación de Fisher, mucho más evidente a partir de 1989, fecha en la que inicia la reforma del sistema financiero español.

Figura 20.- Evolución comparada de distintos tipos de interés y tipos de referencia.



Fuente: Banco Central Europeo. El tipo EONIA presenta un plazo de 1 día.

Aún cuando los datos validan la relación entre tipos de interés nominales e inflación, resulta poco creíble una argumentación en la que la evolución temporal registrada por los tipos de interés nominales sea la simple respuesta a las alteraciones en la expectativas de inflación, dado que la práctica totalidad de Bancos Centrales efectúa un seguimiento continuado de los tipos de interés, cuya evolución y control forma parte importante de la estrategia de política monetaria. La figura 20, en la que se presenta la evolución semanal de los tipos de referencia del BCE y distintos tipos de interés a corto plazo, ilustra claramente este comentario, dado que permite comprobar cómo los tipos de mercado oscilan ⁸⁹ en torno al tipo de interés de las operaciones principales de financiación, el cual es fijado discrecionalmente por el BCE.

⁸⁹ Si el mercado presenta expectativas de tensionamiento de la política monetaria, los tipos de interés de los plazos más largos (los utilizados en el gráfico, de plazo máximo 6 meses) estarán por encima de los correspondientes a plazos cortos (por ejemplo entre enero y septiembre de 2000 las expectativas apuntaban a continuadas subidas de tipos). Si por el contrario las expectativas son de bajada de tipos

En consecuencia, dado que los tipos de interés para los distintos plazos, en ausencia de expectativas de tensionamiento o relajación de tipos, evolucionan de forma muy similar, cabría pensar que el banco central es quién controla la evolución de los tipos de interés nominales, y que éstos varían conforme lo hacen las expectativas de inflación del propio banco central. De modo que, conforme la autoridad monetaria considere que no existen riesgos para la estabilidad de precios, los tipos de interés podrían reducirse. Para que tal relación entre inflación y tipos se produzca, es preciso por lo tanto que el Banco Central actúe reduciendo los tipos en los mercados monetarios, provocando que dicho movimiento se extienda a todos los plazos.

Obviamente, la realidad es mucho más compleja, ya que no puede afirmarse que los diferenciales entre los tipos de interés de distintos plazos sean constantes y que éstos sean independientes de las expectativas de inflación y de la futura orientación de la política monetaria (Walsh, 1998). Dado que los cambios en los tipos de interés de corto plazo afectan a las decisiones de gasto e inversión de los agentes económicos en cuanto que afecten a las tipos de interés de plazos más largos, resulta crucial comprender adecuadamente cómo se estructura la curva de tipos de interés, es decir, qué variables afectan a los tipos de interés de los distintos plazos.

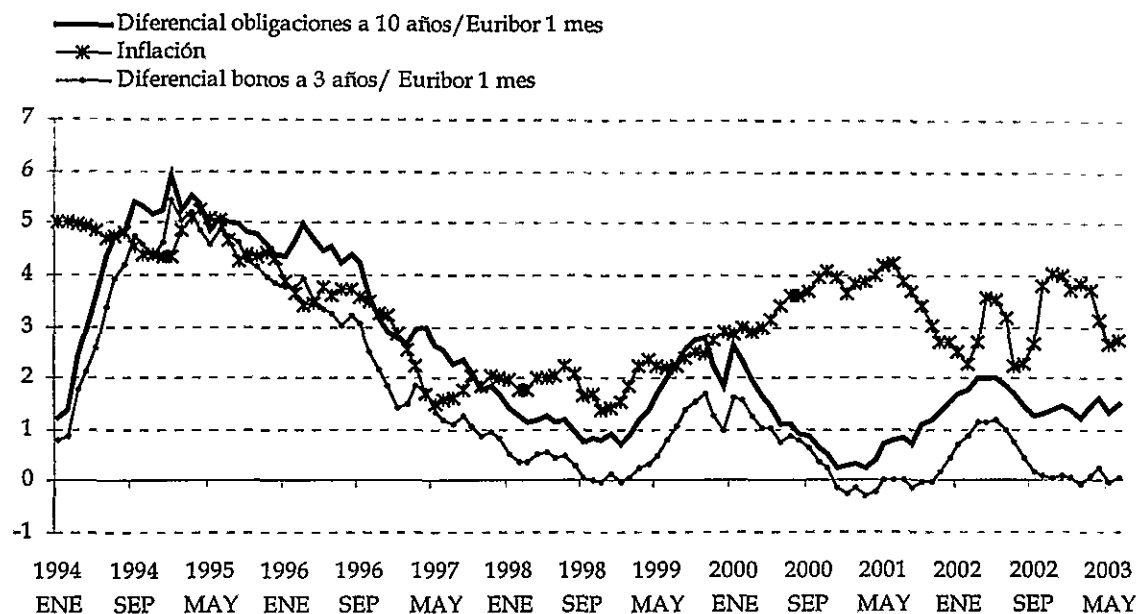
Si bien los datos pueden aceptar el cumplimiento de la relación de Fisher, la forma en que los Bancos Centrales implementan su estrategia de política monetaria, puede ser el causante de este aparente "éxito" de los modelos analizados. Es más, plantear una actuación de los Bancos Centrales con objetivos de tipos de interés⁹⁰ determina que los modelos planteados anteriormente deban ser modificados adecuadamente, dado que la oferta de dinero no puede interpretarse como simples transferencias sin objeto alguno. Esto obligaría a incorporar una regla de comportamiento para el Banco Central o al menos un tipo de interés "óptimo" ligado a un objetivo de "inflación", asumiendo que el control de la misma sea el objetivo fundamental del Banco Central ⁹¹.

(desde octubre de 2002 hasta, al menos, junio de 2003) la curva de tipos estará "invertida" por lo que los tipos de interés a plazos largos estarán por debajo de los cortos.

⁹⁰ En este resultado es obligado mencionar las reglas de política monetaria, tipo Taylor, es decir, reglas que determinan como responde el Banco Central a las condiciones económicas existentes. En estas reglas, el tipo de interés nominal fijado por el Banco Central depende de la tasa de inflación (desviaciones frente a un objetivo) y de alguna medida de actividad (generalmente desviaciones del PIB frente a su valor "potencial"). Bajo estas reglas, la relación entre tipos de interés nominales e inflación puede ser incluso superior a la relación uno:uno que se deriva de la relación de Fisher, cuando la actitud del banco central sea claramente combativa frente a desviaciones de la inflación de un objetivo dado.

⁹¹ La consideración de los tipos de interés como las verdaderas variables indicativas de la actuación de las autoridades monetarias, puede proporcionar diferentes resultados de los que se obtendrían al utilizar agregados monetarios. Según destacan Fung y Kasumovich (1998), el utilizar tipos de interés en lugar de agregados monetarios, permite eludir el denominado "puzzle" de la liquidez. Este "puzzle" hace referencia al repetido hallazgo de que inmediatamente después de un shock monetario expansivo los tipos

Figura 21.- Evolución de distintos diferenciales de tipos de interés y la inflación. España.



Fuente: Banco Central Europeo, Banco de España e INE.

1.4.- MODELOS TEÓRICOS Y HECHOS ESTILIZADOS DE LA ECONOMÍA MONETARIA: RECAPITULACIÓN

El papel del dinero en la teoría económica es sumamente controvertido. Desde su omisión en el marco de los primeros modelos de equilibrio general, hasta considerarlo como una de las principales "fuerzas" que explican el ciclo económico, las posturas teóricas sobre el dinero contemplan un amplio abanico de posibilidades y de "protagonismo" del dinero.

de interés se incrementaban, en vez de reducirse. Estos resultados se obtienen a partir del planteamiento de un modelo VAR (vectores autoregresivos) en el que se computan las funciones de impulso-respuesta de cada variable integrada en el VAR (en estos casos, indicadores de actividad, precios e indicadores monetarios) frente a una variación (un shock) en la perturbación aleatoria que afecta a la especificación de una de las variables, previa ortogonalización del sistema (en Hamilton (1991) o Lütkepohl (1991) se analiza con detalle la metodología VAR y como se obtienen las funciones de impulso-respuesta). Tal y como indican Fung y Kasumovich (1998), el "puzzle" de la liquidez desaparece al incluir en el modelo VAR tipos de interés en vez de agregados monetarios. Dichos autores proponen asimismo otra alternativa: considerar "shocks" en los agregados monetarios pero incluir una restricción de largo plazo en el modelo VAR (un ecuación de demanda de dinero). Siguiendo este procedimiento, los autores obtienen resultados también carentes de "puzzle" de la liquidez.

Los modelos de equilibrio general más difundidos en la actualidad, en los que el dinero presenta algún papel, capturan adecuadamente algunos de los denominados "hechos monetarios" o "hechos estilizados de la economía monetaria. Estos hechos, recopilados y "contrastados" empíricamente por McCandless y Weber (1995), se refieren básicamente a la neutralidad y superneutralidad del dinero en el largo plazo, a la traslación directa de las variaciones en la cantidad de dinero a los precios y por último, a la relación de Fisher que vincula los tipos de interés nominales con la inflación. Estos tres hechos monetarios, neutralidad, inflación como fenómeno monetario y relación directa entre tipos de interés nominales e inflación, constituyen las principales predicciones de los modelos MIU y CIA, analizados en detalle en este capítulo.

Sin embargo, estos modelos presentan notables limitaciones y debilidades, al igual que tampoco puede garantizarse una validez absoluta de los "hechos monetarios", elementos que no hacen sino corroborar las palabras que Lucas pronunció al recibir el premio Nóbel de Economía en 1995 al referirse a la neutralidad del dinero: "*...this question has not been given anything like a fully satisfactory answer...*" (R. Lucas, 1995).

Una de las principales debilidades de los modelos MIU y CIA es su limitada capacidad de replicar los comovimientos de corto plazo experimentados por variables monetarias y reales así como su estructura temporal. Asimismo, y en general, estos modelos son incapaces de generar respuestas apreciables en las variables reales tras la realización de un "shock" monetario asimilable a medidas de política monetaria.

En el caso del primer hecho monetario estilizado, explicación monetaria de la inflación, las limitaciones de los modelos MIU y CIA se plasman en la incapacidad de estos modelos para reflejar la inercia presente en los procesos inflacionarios observados en la realidad. Esta característica presente en los datos, usualmente se ha asociado a la existencia de rigideces en la formación de precios y salarios (fijación de precios a intervalos, costes de menú, salarios fijados por períodos amplios,...) si bien algunas propuestas actuales apuntan a los mecanismos por los que los agentes forman sus expectativas como causantes de la persistencia de los procesos inflacionarios. En cualquier caso, mientras que en las versiones más simples de los modelos CIA y MIU los procesos inflacionarios son "inmediatos", la realidad muestra persistencia en los mismos, de modo que en ocasiones una predicción aceptable de la inflación de un mes sea la registrada en el mes inmediatamente anterior. Bajo estas características, en el modelo un "shock" monetario genera una respuesta inmediata en la inflación de dicho período, algo que no puede colegirse de los datos reales.

Los modelos contemplados en el capítulo también muestran sus debilidades en relación al cumplimiento de la relación de Fisher sobre los tipos de interés que emerge en los modelos CIA y MIU. Dicha relación, que se resume en la ecuación, $1 + r = (1 + i)/(1 + \pi)$, muestra cómo los tipos de interés nominales recogen directamente las variaciones en la inflación, dado que en el marco de los modelos analizados, los tipos reales dependen del rendimiento marginal del capital, el cual sólo depende de la productividad marginal del capital y de la depreciación. A partir de dichos modelos, un incremento de la masa monetaria derivado de una política monetaria expansiva supondría una elevación inmediata de los tipos de interés nominales. Frente a este comportamiento, tanto los resultados empíricos más habituales como al razonamiento económico habitual apuntan a una reducción de los tipos de interés nominales (efecto liquidez) como consecuencia de políticas monetarias expansivas.

Por último, y como uno de los aspectos más importantes, la propia neutralidad del dinero que emerge en los modelos CIA y MIU es un resultado que se caracteriza básicamente por la ausencia de consenso al respecto. El trabajo de McCandless y Weber (1995) es un claro exponente al respecto, al encontrar evidencia de no neutralidad del dinero en determinados países (todos ellos "desarrollados"), o más correctamente, al encontrar una correlación significativa entre el crecimiento del PIB y el crecimiento de la masa monetaria en dichos países, característica que otros autores han puesto de manifiesto en el corto plazo para países concretos.

Las últimas décadas han dado lugar a una abundante literatura relativa a las posibles causas que explican la correlación observada entre distintas medidas de dinero e indicadores reales de actividad. Junto a los estudios relativos a la forma en que los Bancos Centrales responden a distintas coyunturas económicas o aquellos que distinguen distintas formas de dinero ("inside money" y "outside money") y su relación con el ciclo, destacan especialmente aquellos que versan sobre los mecanismos o condiciones que pueden generar no neutralidad del dinero en el corto plazo, tales como la consideración de rigidez en los precios y fijación de salarios a intervalos regulares, o en un contexto de precios flexibles, las expectativas erróneas sobre los salarios y precios relativos, la consideración de efectos de liquidez y participación limitada, etc.

Mientras en los 70 era aceptadas de forma generalizada las explicaciones basadas en la formación de expectativas en un contexto de precios flexibles (y que también actualmente estas explicaciones están siendo reconsideradas), en la actualidad, los modelos más difundidos son aquellos que incorporan algún tipo de rigidez en los mecanismos de formación de los precios y de los salarios. Tales rigideces derivan en no neutralidad del dinero de forma inmediata, dado que al variar en distinta medida los agregados monetarios y los precios, se producen cambios

(temporales) en los valores reales de las magnitudes, los cuales sí presentan efecto en las decisiones de los agentes económicos.

Junto a las limitaciones señaladas, los modelos presentados, así como las variaciones posteriores de los mismos, suelen argumentar la posible no neutralidad del dinero sobre mecanismos, cuando menos, poco "realistas". Por ejemplo, en un modelo CIA típico como el analizado en este capítulo, el mecanismo por el que se genera efectos sobre la producción y empleo pasa por la modificación de la oferta de trabajo como respuesta a las alteraciones en el consumo inducidas por la restricción CIA y las variaciones en las expectativas de inflación.

No sólo los mecanismos de respuesta son poco realistas en ocasiones, sino que también suele presentar graves omisiones. En concreto, en los modelos CIA y MIU vistos cabe destacar la ausencia de efectos significativos en el stock de capital tras variaciones en las condiciones monetarias, algo que realmente condiciona el realismo de los modelos monetarios del ciclo económico. Esta debilidad se ve agravada por el papel primordial de la inversión en las fluctuaciones cíclicas de la economía, algo que limita considerablemente la validez de una explicación monetaria del ciclo en la que el capital no registre variaciones.

Asimismo, otra de las limitaciones exhibidas por estos modelos se refiere a la pobreza de la modelización de la "parte financiera" de la economía. Así, es frecuente asumir que sólo existen dos activos financieros (dinero y bonos) perfectamente sustituibles entre sí, lo que supone que el equilibrio en el mercado de bonos es simultáneo al equilibrio en el mercado de dinero, de modo que modificaciones en la oferta de dinero altera el tipo de interés de equilibrio en el mercado de bonos. En base a esto, es posible abstraerse del mercado de bonos y considerar en exclusiva el mercado de dinero como el único activo financiero de la economía.

Si la economía presenta intermediarios financieros que crean distintos activos de diversas características y no perfectamente sustituibles entre sí, el papel de las modificaciones en las cantidades de dinero sobre el rendimiento del resto de activos financieros no es tan directo. En tales condiciones, el papel del dinero se difumina, dado que los tipos de interés de los activos financieros son menos "sensibles" a las alteraciones en las condiciones existentes en el mercado de dinero. De este modo, las decisiones de inversión y otros gastos vinculados a los tipos de interés no mostrarán una dependencia acusada de las condiciones monetarias, salvo que éstas alteren sustancialmente los tipos de interés del resto de activos financieros.

Sin lugar a dudas, una explicación monetaria del ciclo en la que omite cualquier referencia al papel de la inversión y de las condiciones financieras no puede aceptarse como una explicación válida, máxime el papel primordial de estas variables en las fluctuaciones cíclicas

que experimentan la economías. Este aspecto será tratado en el siguiente capítulo, poniéndose de manifiesto el papel de la inversión en las fluctuaciones de la actividad económica.

2.- INVERSIÓN Y FINANCIACIÓN EN EL CICLO ECONÓMICO

"But I suggest that the essential character of the trade cycle ... is mainly due to the way in which the marginal efficiency of capital fluctuates ... the marginal efficiency of the capital depends, not only on the existing abundance or scarcity of capital-goods, but also on current expectations as to the future yield of capital-goods... But, as we seen, the basis for such expectations is very precarious. Being based on shifting and unreliable evidence, they are subject to sudden and violent changes"

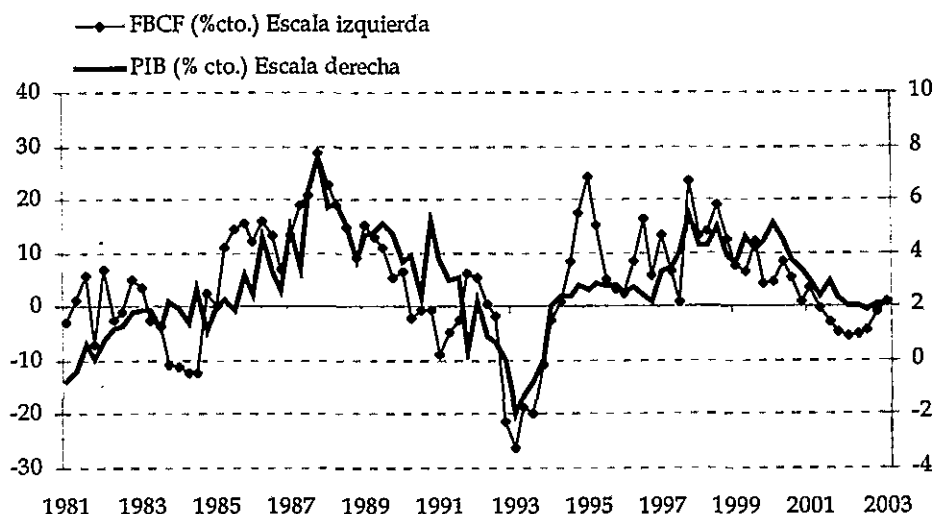
J.M.Keynes, *The General Theory*, ch. 22. Citado en Bernanke (1983)"

El capítulo anterior ha prestado especial atención a los principales modelos teóricos de la economía monetaria, así como a los principales "hechos" empíricos que definen el papel del dinero en el crecimiento económico y las fluctuaciones cíclicas. Como se ha puesto de manifiesto, la posición teórica-empírica actual escinde el papel del dinero en función del período temporal considerado. En el largo plazo la neutralidad del dinero y el carácter monetario de la inflación son aspectos apenas cuestionados, sin embargo en el corto plazo los datos y estudios empíricos parecen ir en contra de tales proposiciones, vinculándose efectos

reales a los shocks monetarios y características no monetarias a la inflación que los modelos teóricos primigenios son incapaces de replicar.

Al margen de estas importantes limitaciones y debilidades de los modelos teóricos, quizás la limitación más evidente es, a juicio del doctorando, el tratamiento dado al comportamiento de la inversión frente a los "shocks" monetarios. El que los modelos vistos se caractericen por la ausencia de efectos significativos en el stock de capital tras variaciones en las condiciones monetarias, condiciona la verosimilitud de los modelos monetarios del ciclo económico. Esta debilidad se ve agravada por el marcado carácter procíclico de la inversión y la mayor variabilidad registrada por esta variable respecto al PIB⁹², aspectos ambos que se reflejan claramente en la figura 22. Por lo tanto, una explicación monetaria del ciclo sin efectos en la inversión es, cuando menos, incompleta⁹³.

Figura 22.- Evolución del PIB y Formación Bruta de Capital Fijo (FBCF). España.



Fuente: INE.

⁹² Aspectos que han servido a economistas de distintas épocas de soporte para tesis que señalan que el origen de las fluctuaciones cíclicas que experimentan las economías de mercado se halla en los fundamentos de la inversión. Léase por ejemplo la nota de Keynes reproducida al inicio de este capítulo o la monografía de Chirinko (1993). En el caso español, la correlación entre las tasas de crecimiento de la FBCF y el PIB es de 0.7, siendo la desviación típica de la FBCF prácticamente 6 veces superior a la del PIB.

⁹³ En el estudio del modelo CIA en el corto plazo, se pudo comprobar que mediante "shocks" tecnológicos era posible generar dinámicas en la inversión más coherentes con los datos, si bien, era preciso incluir un parámetro que relacionase la evolución de la oferta monetaria con el "shock" tecnológico, lo cual desvirtuaba sensiblemente el carácter monetario de los movimientos cíclicos generados por dicho modelo.

Tabla 7.- Características cíclicas de la inversión.

Correlación cruzada del PIB real con:											
	x(t-5)	x(t-4)	x(t-3)	x(t-2)	x(t-1)	x(t)	x(t+1)	x(t+2)	x(t+3)	x(t+4)	x(t+5)
España											
FBCF	0.26	0.46	0.63	0.77	0.85	0.87	0.82	0.69	0.53	0.35	0.17
esagregación por bienes											
Bienes de equipo	0.26	0.43	0.58	0.71	0.80	0.82	0.75	0.61	0.42	0.23	0.05
Construcción	0.23	0.43	0.62	0.76	0.85	0.87	0.83	0.73	0.60	0.44	0.28
Otros países											
EEUU	0.13	0.30	0.48	0.68	0.86	0.95	0.87	0.71	0.52	0.31	0.10
Japón	0.16	0.33	0.53	0.68	0.80	0.93	0.81	0.64	0.44	0.23	0.00
Area Euro	-	0.06	0.34	0.62	0.81	0.86	0.75	0.51	0.21	-0.09	-

Fuente: Estrada et al. (1997) y Agresti y Mojon (2001). Los datos de España, EEUU y Japón (1970-1995) se refieren a las correlaciones cruzadas de los componentes cíclicos estimados con el filtro de Hodrick-Prescott. En cuanto a la zona euro, (1970-2000) el componente cíclico se ha estimado con un filtro Baxter-King

Aún cuando bastarían los argumentos empíricos para justificar la inclusión de un tratamiento específico de la inversión en el marco de esta Tesis Doctoral, la justificación más evidente a la realización de un análisis pormenorizado de la inversión en relación a factores monetarios se halla en la, denominémosla así, "cultura económica". Basta echar un vistazo a los principales manuales de Economía a nivel de Licenciatura para comprobar la percepción generalizada de que una de las principales vías por la que la política monetaria⁹⁴ presenta efectos reales reside en la respuesta del gasto de inversión de las empresas a los tipos de interés (el denominado canal de los tipos de interés). El tan difundido modelo IS-LM requiere de la existencia de componentes del gasto agregado que sean sensibles a los tipos de interés, los cuales "transmiten" las alteraciones del equilibrio en el mercado monetario al mercado de bienes y servicios. No sólo se circunscribe esta percepción a las aulas, sino que es ampliamente compartida por analistas económicos, periodistas especializados en economía, consultores, analistas de inversión, etc., baste comprobar la insistente proclama de la conveniencia de que el BCE bajase los tipos de interés vivida en el período 2002-2003.

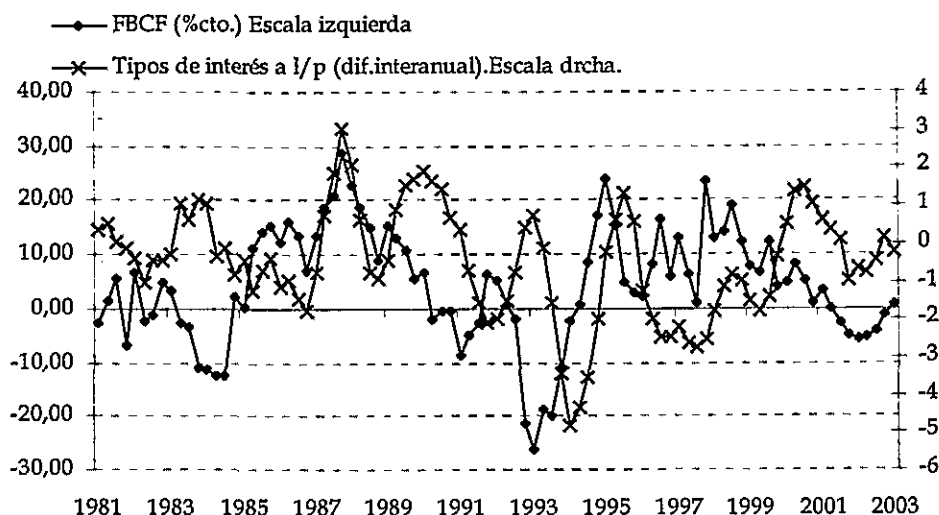
Frente a esta visión generalizada, los divergentes resultados de las distintas investigaciones aconsejarían menos vehemencia. Sirvan como simple ejemplo los resultados de Bernanke y Gertler (1995), quienes destacan que la respuesta de la inversión empresarial a los

⁹⁴ En este punto no es relevante la materialización concreta de la política monetaria, es decir, es indiferente si las disminuciones (o alzas) de los tipos de interés son consecuencia de un incremento (o disminución) de la oferta monetaria (mediatizado por el "canal bancario") o por la disminución (o incremento) directa de los tipos de interés de referencia (tipo de las operaciones principales de financiación en la nomenclatura de la política monetaria europea).

tipos de interés es considerablemente lenta (con un plazo comprendido en 6-24 meses), o los propios resultados de Angeloni et al. (2002) quienes encuentran que el denominado canal de tipos de interés no es suficiente para explicar la transmisión de la política monetaria en países como Alemania⁹⁵ y Bélgica, mientras que en países como España o Finlandia sí resultaría suficiente.

A pesar de la reconocida importancia de la inversión en el proceso de transmisión de la política monetaria a las variables de actividad, y en concreto a la respuesta de la inversión a las alteraciones que produce la política monetaria en las condiciones crediticias, los diferentes estudios sobre aquellos componentes del gasto sensibles a los tipos de interés han encontrado dificultades a la hora de identificar un efecto cuantitativamente importante de los tipos de interés⁹⁶ (Bernanke y Gertler, 1995; Chirinko, 1993). La figura 23 pone de manifiesto la ausencia de una vinculación evidente entre tipos de interés e inversión, situación que delata la existencia de otros determinantes de la inversión.

Figura 23.- Evolución de la Formación Bruta de Capital Fijo (FBCF) y tipos de interés a largo plazo. España.



Fuente: INE y Banco de España. El tipo de interés especificado es el de los préstamos bancarios a 3 y más años. Se incluye la diferencia interanual de los tipos de interés (expresado en puntos básicos) dado que se representa en relación al % cto. de la FBCF, cuando la relación teórica es entre la FBCF (y no el % cto.) y el tipo de interés.

⁹⁵ Estos autores señalan que, por ejemplo, en el caso alemán es preciso incorporar el denominado canal bancario, que recoge las variaciones en la oferta de préstamos ante alteraciones en la política monetaria.

⁹⁶ Tipos de interés como componente del coste de uso del capital en un sentido neoclásico. Este concepto será tratado de forma especial en un apartado posterior.

Dada la relevancia de la evolución de la inversión en el ciclo económico y en el proceso de transmisión de la política monetaria, la segunda parte de esta Tesis Doctoral se centra en el análisis teórico de la inversión, partiendo del modelo neoclásico de Jorgenson, que servirá de referencia, para posteriormente analizar las distintas modificaciones propuestas con el objeto de superar las deficiencias exhibidas por el modelo neoclásico.

Al analizar las modificaciones propuestas por diferentes autores se pondrá de manifiesto la relevancia de variables y aspectos financieros en las decisiones de inversión. Este aspecto es tratado de forma especial por la literatura económica en los últimos años, una vez que se ha puesto de manifiesto la existencia de imperfecciones en los mercados de capitales que invalidan el teorema de irrelevancia financiera de Modigliani y Miller y que vuelven a traer a colación la importancia de la estructura financiera y capacidad de autofinanciación de las empresas.

El énfasis de la teoría económica tradicional (monetaristas y primeros keynesianos) en el dinero como principal variable financiera, ha sido sustituido por una mayor atención a otros activos financieros distintos del dinero. Esto supone retomar algunas de las tesis desvirtuadas tras la aceptación general del teorema de Modigliani-Miller propuesto por estos autores en 1958. Entre ellas, aquellas que sugieren un papel importante de los intermediarios financieros y del grado de desarrollo del sistema financiero en la interpretación de las relaciones entre variables financieras y reales. Conforme se desarrollan los sistemas financieros, la captación de pasivos bancarios se diversifica, presentando mayor importancia otras operaciones distintas de los depósitos bancarios, lo que supone que la oferta crediticia de los intermediarios financieros esté menos vinculada a los depósitos y operaciones que se califican como dinero (este argumento podría servir como justificación de la inestabilidad de la velocidad de circulación del dinero). Asimismo, en estructuras financieras desarrolladas las operaciones desintermediadas cobran mayor importancia, lo que conjuntamente con la diversificación de pasivos determina que la vinculación entre operaciones de préstamo y depósitos bancarios (dinero) se haga más difusa, más aún cuanto menor sea la sustituibilidad de los distintos instrumentos financieros. La tabla 8 puede servir como ilustración de esta característica, pudiéndose comprobar la elevada cuantía que suponen los pasivos a largo plazo de las Instituciones Financieras Monetarias (IFM) en relación a los depósitos a la vista, uno de los principales componentes de la "oferta" monetaria, y en relación a los préstamos al sector privado.

Tabla 8.-Agregados monetarios de la UEM y contrapartidas de M3. Julio 2001.MM €

AGREGADOS MONETARIOS		CONTRAPARTIDAS DE LA M3	
1 M1= 2 + 3	2.105	CONTRAPARTIDAS DE M3 (A - B)	
2 Efectivo en circulación	327	A.-ACTIVOS DE LAS IFM	
3 Depósitos a la vista	1.777	12 Crédito a residentes en la UEM	9 282
4 M2= M1 + (5 + 6)	4.468	13 A las Administraciones Públicas	2 030
5 Depósitos a plazo hasta dos años	1 076	14 Créditos y préstamos	834
6 Depósitos con preaviso hasta tres meses	1 287	15 Valores distintos de acciones y participaciones	1 196
7 M3= M2 + (8 + 9 + 10 + 11)	5 332	16 A otros residentes en la UEM	7 253
8 Cesiones temporales	227	17 Créditos y préstamos	6 388
9 Valores distintos de acciones y participaciones hasta dos años, emitidos por IFM de la UEM	145	18 Valores distintos de acciones y participaciones	315
10 Instrumentos del mercado monetario	98	19 Acciones y participaciones	549
11 Participaciones en fondos del mercado monetario	394	20 Activos frente a no residentes en la UEM	2 605
		B.- PASIVOS DE LAS IFM	
		21 Depósitos de la Administración Central	156
		22 Pasivos financieros a más largo plazo frente a otros residentes en la UEM	2 879
		23 Depósitos a plazo a más de dos años	1 164
		24 Depósitos con preaviso superior a tres meses	122
		25 Valores distintos de acciones a más de dos años	1 593
		26 Capital y reservas	958
		27 Pasivos frente a no residentes en la UEM	2 502
		28 Otros pasivos netos	64

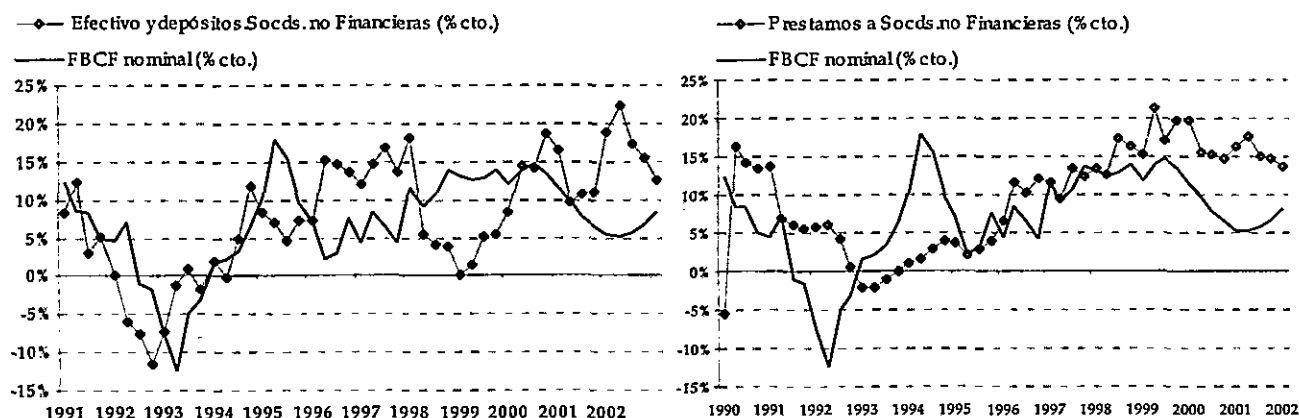
Fuente: BCE

En base a estos argumentos, es posible que se puedan producir variaciones en el volumen de crédito, ligado a decisiones de inversión o consumo duradero, sin una correspondencia en los agregados monetarios ⁹⁷, de ahí que en estructuras más avanzadas, y en términos de efectos macroeconómicos reales, más relevante que la evolución del stock de dinero

⁹⁷ Un ejemplo puede ser el siguiente: un shock tecnológico genera nuevas oportunidades de inversión en una empresa / sector productivo. La empresa invierte, endeudándose mediante un préstamo bancario, cuyos fondos han surgido de un depósito a largo plazo, no incluido en la definición de dinero. En tal caso, existe inicialmente un efecto real (inversión) independiente de la evolución del dinero, si bien posteriormente cabe esperar que la inversión suponga pagos a otros agentes que pueden derivar posteriormente en un incremento de los depósitos bancarios y por tanto en un incremento del dinero. En este caso el dinero generado posteriormente es completamente endógeno, siendo determinado por una operación previa de crédito.

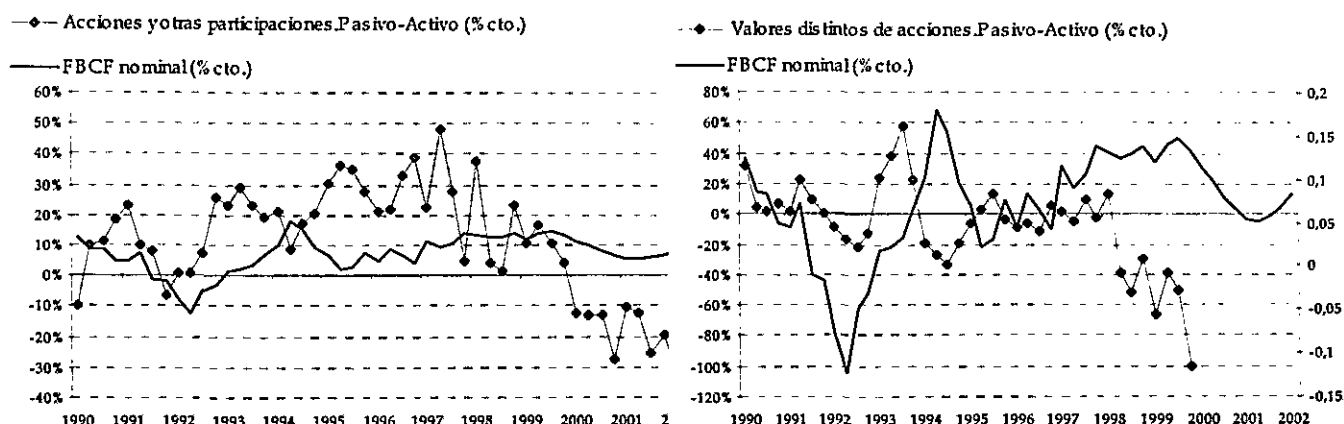
puede ser el comportamiento experimentado por las operaciones de préstamo (las cuales están asimismo vinculadas a la evolución de variables monetarias y decisiones de política monetaria⁹⁸ pero no de forma exclusiva) y por las características de los mercados crediticios, las cuales actúan como factores que amplifican y propagan los shocks monetarios (Bernanke y Gertler, 1995), complementando el tradicional "canal de tipos interés" de transmisión de la política monetaria.

Figura 23.- Evolución de la Formación Bruta de Capital Fijo (FBCF) y variables financieras. España. 1990-2002. Sociedades no financieras.



⁹⁸ El canal bancario de la política monetaria hace referencia al efecto que tienen las variaciones en la oferta de reservas por parte del banco central sobre la oferta de préstamos bancarios. Si este canal es relevante, existirá una clara relación entre base monetaria (controlada por el banco central) y oferta crediticia bancaria. En el caso español, y según los datos de las Cuentas Financieras de la Economía Española, los préstamos concedidos a empresas no financieras en 2002 (cuentas de la Economía Nacional) ascendieron a un total de 369.824 millones de euros, mientras que los valores distintos de acciones se elevaron a 8.051 millones de euros, y las acciones y participaciones a 526.751 millones. Estas cifras ponen de manifiesto que las principales fuentes de financiación de las empresas son las acciones y participaciones y los préstamos, concedidos mayoritariamente por Instituciones Financieras Monetarias.

Figura 23 (cont.).- Evolución de la Formación Bruta de Capital Fijo (FBCF) y variables financieras. España. 1990-2002. Sociedades no financieras.



Fuente: Banco de España. Cuentas Financieras de la Economía Española. El gráfico inferior derecho presenta doble escala, representándose en la escala derecha el crecimiento interanual de los Valores distintos de Acciones. Esta serie no se representa todo el período dado que en los últimos años presenta valores extremos

El cambio de enfoque desde el dinero hasta las operaciones de préstamo y la evolución de la deuda como principales variables financieras es una de las propuestas teóricas "actuales" sobre la vinculación entre los agregados macroeconómicos reales (esencialmente la inversión) y las variables financieras. La "actualidad" de dichas propuestas no ha de entenderse como "novedad", dado que ya en los años 50 surgieron aportaciones teóricas en esta misma línea. Este es el caso de la denominada "capacidad financiera"⁹⁹, la cual resultaría más relevante que el stock de dinero en cuanto a efectos macroeconómicos. Este concepto recoge la capacidad de los posibles deudores de absorber deuda sin reducir el nivel de gasto actual o futuro. Dicha capacidad está no sólo ligada a la existencia de un sistema de intermediarios financieros desarrollados sino también a la fortaleza financiera de las empresas (u hogares), de forma que una empresa poco endeudada o con alta capacidad de generación de recursos puede alcanzar mayores volúmenes de inversión (o consumo).

A pesar de la plausibilidad de esta propuesta y otras que reconsideraban el papel del dinero, la publicación de las investigaciones de Modigliani y Miller y en especial, los teoremas

⁹⁹ Según terminología de Gurley y Shaw (*) (1955), tal y como es recogido por Gertler (1989).

(*) Gurley, John y Shaw, Edward. Financial aspects of economic development. American Economic Review, vol. 45, septiembre, pp. 515-538. 1955.

de irrelevancia financiera, determinaron que fuese temporalmente olvidadas por la "Academia"¹⁰⁰. El resurgir de esta línea de investigación se produce en los 70, con las aportaciones de Mishkin en los 70, reforzadas por los trabajos de, entre otros, Bernanke y Gertler en los 80, y, especialmente por las implicaciones de la teoría económica de la información en los mercados crediticios, ligado al trabajo seminal de Akerloff en 1969, como es el caso del trabajo de Stiglitz y Weiss (1981) sobre racionamiento de crédito con prestatarios heterogéneos e información imperfecta que da lugar a problemas de selección adversa.

Estos planteamientos han presentado resultados empíricos atractivos a nivel micro, siendo el "pionero" trabajo de Fazzari et al. [Hubbard y Peterson] (1988) el que abrió el camino a posteriores modelos teóricos sobre los efectos de las restricciones financieras en las decisiones de inversión. Estos modelos serán analizados en los capítulos siguientes, donde se estudiarán no sólo el modelo original de Fazzari et al. (1988) sino también algunas de las propuestas más interesantes que han seguido esta línea de investigación.

A modo de resumen, este capítulo ha puesto de relieve el importante papel que juega la inversión sobre las fluctuaciones económicas de la economía en el corto plazo, tal y como ha sido reconocido por numerosos autores, entre ellos, como no, Keynes. El marcado carácter procíclico de la inversión en relación al PIB sugiere que los procesos que determinan su evolución son en definitiva las "fuerzas" impulsoras del denominado ciclo económico, lo que ratifica la importancia de conocer adecuadamente los principales determinantes de la inversión. Entre éstos, las variables estrictamente monetarias, primero, y las financieras en sentido amplio, más recientemente, han ocupado un papel central en la literatura económica. El vínculo entre las variables reales y financieras de la economía se sustenta fundamentalmente en cómo responde la inversión (y otros gastos) a las modificaciones en las condiciones financieras y crediticias de la economía. Tales respuestas y los mecanismos que dan origen a las mismas, son los aspectos que se tratan con mayor detalle en los siguientes capítulos, en los que se muestran los distintos modelos más difundidos en la actualidad y, de modo implícito, como han ido cobrando mayor importancia los aspectos financieros dentro de los modelos teóricos.

¹⁰⁰ El primer modelo neoclásico de inversión propuesto por Jorgerson a mediados de los 60, que puede calificarse como el primer modelo que presenta un tratamiento riguroso de los determinantes de la inversión, incorpora la irrelevancia financiera del teorema de Modigliani-Miller, no considerando dicho autor ninguna consideración de tipo financiero. En esta línea continuaron los modelos de inversión con costes de ajuste y los modelos Q de inversión.

3.- MODELIZACIÓN DE LOS DETERMINANTES DE LA INVERSIÓN

"[On this general view of economic theory] a "theory" is not a collection of assertions about the behavior of the actual economy but rather an explicit set of instructions for building a parallel or analogue system -a mechanical, imitation economy. A "good" model, from this point of view, will not be exactly more "real" than a poor one, but will provide better imitations. Of course what one means by a "better imitation" will depend on the particular questions to which one wishes answers"

(Robert E. Lucas, Jr. 1980)

El capítulo anterior ha incidido en el papel de la inversión como agregado de primer orden en la comprensión de la actividad económica, del crecimiento a largo plazo y de las variaciones cíclicas. Asimismo, la inversión juega un papel clave en los procesos de transmisión de los shocks de política monetaria, por los que los Bancos Centrales tratan de alcanzar sus objetivos de crecimiento y / o estabilidad de precios.

El reconocimiento de este papel queda refrendado por el interés que ha despertado en la teoría económica la modelización de los determinantes de la inversión. A lo largo de este capítulo se presentarán los principales modelos de inversión, o al menos aquellos más difundidos en la actualidad, así como algunos de los elementos que intervienen de forma

decisiva en las decisiones de inversión, en concreto al efecto de la incertidumbre. Dicha exposición se complementará con los resultados empíricos proporcionados por tales modelos, así como las propuestas que han tratado de solventar las limitaciones exhibidas por los mismos.

El punto de partida de esta revisión y análisis de los diferentes modelos de inversión lo constituye el modelo neoclásico de inversión de Jorgenson, el cual se puede calificar como el primero que presenta un esquema riguroso de delimitación de los determinantes de la inversión, incorporando un esquema de optimización en las decisiones del agente. Dicho modelo constituye el marco de referencia de modelos posteriores que ha tratado de superar las limitaciones exhibidas por la versión original y que serán también tratados en este apartado. No obstante, sería falso afirmar que se han analizado todos los modelos existentes. Como resulta lógico pensar, la relevancia de la variable analizada se traduce en un enorme abanico de modelos alternativos, bajo perspectivas y "escuelas" diversas.

Los modelos analizados tal vez puedan catalogarse como modelos de corte "neoclásico" en cuanto que asumen agentes (empresas) que toman decisiones optimizadoras de algún criterio (generalmente el beneficio o el valor de la empresa), sin embargo se consideran en ocasiones desviaciones tan notables de los supuestos neoclásicos (ajuste inmediato en los mercados, competencia perfecta, ...) que no merecerían tal apelativo. Tal y como sucede en otros grandes temas económicos, la frontera de las "escuelas" es muy difusa y permeable.

3.1.-MODELO NEOCLÁSICO DE INVERSIÓN: JORGENSON

En el modelo de Jorgenson, también denominado modelo microeconómico estático de demanda de factores, el comportamiento de la empresa se restringe a la maximización del valor de la acción, con unos accionistas neutrales al riesgo. La empresa no emite deuda ni paga impuestos y actúa en mercados competitivos tanto en la producción de bienes y servicios como en la adquisición de factores, los cuales son, como es usual, trabajo y capital. No existe asimetría de información y existe sustituibilidad perfecta entre los beneficios retenidos y las nuevas acciones como fuentes de financiación de la inversión, cumpliéndose el teorema de Modigliani-Miller de irrelevancia de la estructura financiera.

La empresa plantea el siguiente problema de optimización dinámica, relativo al descuento (con $1 > \beta > 0$ como factor de descuento) del flujo esperado futuro de beneficios, los cuales dependen de las decisiones adoptadas por la empresa sobre el stock de capital (K_t), inversión (I_t) y factor trabajo (L_t) comprometido en la producción:

$$\text{Max}_{K,L,I} E \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Pi_t(K_t, L_t, I_t) \right]$$

La optimización planteada está sujeta a la restricción dinámica de acumulación de capital con depreciación constante, δ :

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t$$

Este problema de programación dinámica puede expresarse conforme a la siguiente ecuación de Bellman, correspondiente al anterior problema, asumiendo que el factor de descuento, β , del valor de continuación no sea constante.

$$V_t(K_{t-1}) = \left\{ \text{Max}_{I_t, L_t} \Pi_t(K_t, L_t, I_t) + \beta_{t+1} E_t[V_{t+1}(K_t)] \right\} \quad (3.1)$$

En ausencia de costes de ajuste en la dotación de factores, la función de beneficio puede expresarse conforme a una relación típica de ingresos y gastos:

$$\Pi(K_t, L_t, I_t) = p_t F(K_t, L_t) - p_t^K I_t - w_t L_t \quad (3.2)$$

Donde $F(K_t, L_t)$ representa una función de producción que satisface las condiciones de Inada, y p^K , el precio de adquisición del capital.

La solución al problema planteado en la ecuación 3.1 satisface la siguiente condición de primer orden para la inversión:

$$\frac{\partial V_t(K_{t-1})}{\partial I_t} = 0 = \frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} + \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} + \beta_{t+1} E \left[\frac{\partial V_{t+1}(K_t)}{\partial K_t} \frac{\partial K_t}{\partial I_t} \right]$$

O alternativamente,

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} + \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} = -\beta_{t+1} E \left[\frac{\partial V_{t+1}(K_t)}{\partial K_t} \right] \quad (3.3)$$

Asimismo, la condición de primer orden relativa a la variable de empleo es:

$$\frac{\partial V_t(K_{t-1})}{\partial L_t} = 0 = \frac{\partial \Pi_t}{\partial L_t}$$

Conforme al teorema de la envolvente se obtiene (Sargent, 1987)

$$\frac{\partial V_t(K_{t-1})}{\partial K_{t-1}} = \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} \frac{\partial K_t}{\partial K_{t-1}} + \beta_{t+1} E \left[\frac{\partial V_{t+1}(K_t)}{\partial K_t} \frac{\partial K_t}{\partial K_{t-1}} \right]$$

O alternativamente, teniendo en cuenta la ecuación de acumulación del capital,

$$\frac{\partial V_t(K_{t-1})}{\partial K_{t-1}} = \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} (1-\delta) + \beta_{t+1} E \left[\frac{\partial V_{t+1}(K_t)}{\partial K_t} (1-\delta) \right] \quad (3.4)$$

Teniendo en cuenta la ecuación 3.3, podemos establecer, $\lambda_t = \frac{1}{1-\delta} \frac{\partial V_t(K_{t-1})}{\partial K_{t-1}}$, y alterando el subíndice temporal podemos reexpresar 3.4 como:

$$\lambda_t (1-\delta) = \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} (1-\delta) + \beta_{t+1} E [\lambda_{t+1} (1-\delta)^2] \rightarrow \lambda_t = \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} + \beta_{t+1} (1-\delta) E [\lambda_{t+1}] \quad (3.5)^{101}$$

Del mismo modo, conforme a la ecuación 3.5 podemos rescribir la ecuación 3.3 como:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} + \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} = -\beta_{t+1} E \left[\frac{\partial V_{t+1}(K_t)}{\partial K_t} \right] \Rightarrow \frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} = -\lambda_t \quad (3.6)$$

Donde λ_t representa el incremento del valor de la empresa al adquirir marginalmente más factor capital, o alternativamente el valor sombra de contar con una unidad adicional de capital.

Conforme al resultado mostrado en la ecuación 3.6, la maximización del valor de la empresa exige que el coste de la inversión se iguale al beneficio futuro generado por dicha inversión.

Si la empresa actúa en competencia perfecta (precio aceptante), y según la ecuación 3.2, se obtendría, $-\frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} = p_t^K$ y $\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} = p_t \frac{\partial F}{\partial K_t}$. Combinando estos resultados en 3.5 y 3.6, puede reescribirse 3.5 como:

¹⁰¹ Ecuación de Euler en este problema de optimización. La solución en este caso, practicando sustituciones triviales, es de la forma:

$$\lambda_t = E_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} (1-\delta)^s \prod_{r=1}^s \beta_{t+r} \frac{\partial \Pi_{t+s}}{\partial K_{t+s}} \right]$$

Puede comprobarse como λ_t puede interpretarse como una medida del flujo descontado de beneficios futuros adicionales generados por una variación marginal del stock de capital. El ratio λ_t / p_t^K se conoce como q marginal.

$$\frac{\delta F}{\delta K_t} = \frac{p_t^K}{p_t} \left(1 - \beta_{t+1}(1-\delta)E \left[\frac{p_{t+1}^K}{p_t^K} \right] \right) = \frac{r_t}{p_t}; \quad 102$$

Según se desprende de esta ecuación (Jorgenson 1963), si el capital puede ajustarse sin coste, en cada período el producto marginal del capital se iguala con el coste real de uso, r_t/p_t , el cual depende del precio relativo del capital, p_t^K/p_t , depreciación, δ , factor de descuento del flujo de beneficios futuro, β , (o rentabilidad exigida al capital, i , ya que $\beta=1/(1+i)$) y precio esperado del capital p_{t+1}^K . Asimismo, en caso de que tal identidad no se cumpla, la inversión aumentará o disminuirá hasta que tal relación se satisfaga, de modo que salvo alteraciones en la tecnología disponible que afecten a la productividad marginal del capital, y/o modificaciones en los precios del producto y factores productivos y/o rentabilidad exigida a la empresa, el stock de capital óptimo no se modificará y por tanto la inversión se limitará a la cuantía de la depreciación.

Esta caracterización de la inversión omite cualquier tipo de coste de ajuste, período de construcción, o restricción a la modificación instantánea del stock de capital existente en un momento determinado, lo cual se presta de forma inmediata a planteamientos críticos¹⁰³. Éstos, se centran en la conveniencia de modificar el modelo básico, de forma que se permita la existencia de costes de ajuste, que resuman y condensen toda la casuística posible referente a la existencia de fricciones en el ajuste del stock de capital (o cualquier otro factor) empleado por la empresa.

A pesar de estas importantes carencias, cuya inclusión dotaría de mayor realismo al modelo "jorgensoniano" de inversión, muchos autores han explotado, con distinto grado de éxito, las potencialidades del modelo neoclásico a la hora de caracterizar el comportamiento de la inversión. Este es el caso de Mojon et al. (2001), quienes con datos de empresas europeas de las cuatro mayores economías del área euro (Alemania, Francia, Italia y España), tratan de comprobar la incidencia del coste de uso de capital antes definido, en la inversión empresarial,

¹⁰² Las sustituciones intermedias efectuadas son:

$$p_t^K = p_t \frac{\delta F}{\delta K_t} + \beta_{t+1}(1-\delta)E[p_{t+1}^K] \Rightarrow \frac{\delta F}{\delta K_t} = \frac{p_t^K}{p_t} - \beta_{t+1}(1-\delta)E \left[\frac{p_{t+1}^K}{p_t} \right]$$

De donde se deduce la ecuación presentada.

¹⁰³ Tal y como señala Abel (1983), los modelos con coste de ajuste en la inversión presentan un amplio historial, introduciéndose ampliamente a partir de 1963. Algunos exponentes, sin pretender ser exhaustivo, son Eisner y Strotz (1963), Lucas, R. (1967) ó Gould (1968). Otros ejemplos, relacionados con el modelo q de inversión son Mussa (1977), Abel (1979,1981,1982,1983), Abel y Eberly (1994,1997) o Caballero (1991). Otros autores utilizan costes de ajuste en un contexto de modelos de equilibrio general, como por ejemplo Kydland y Prescott (1982). Obviamente la existencia de costes de ajuste no se circunscribe en exclusiva a decisiones relativas al stock de capital. Tal y como recoge Dixit (1997) la modificación del factor trabajo empleado conlleva costes de contratación, formación, despido,... que influyen en la velocidad de ajuste del empleo, idea que tal y como recoge el autor ya es mencionada por Hicks en 1932 en su obra "The theory of wages".

para posteriormente analizar el efecto de la política monetaria, vía tipos de interés, sobre el coste de uso del capital.

Mojon et al. (2001) utilizan una definición de coste de uso (UC) basada en el modelo neoclásico de Jorgenson, definiéndose dicho coste de uso para la industria i en el momento t como:

$$UC_{i,t} = \frac{p_{i,t}^K}{p_{i,t}} \left[(1-\tau)ID_{i,t} \frac{D_i}{D_i + E_i} + l_t \frac{E_i}{D_i + E_i} + \delta_i + (1-\delta_i) \frac{\Delta p_{i,t+1}^K}{p_{i,t}^K} \right]$$

Donde $p_{i,t}^K$ es el precio de los bienes de inversión de la industria i , $p_{i,t}$ es el precio de la producción de la industria i , $(1-\tau)ID_{i,t} \frac{D_i}{D_i + E_i} + l_t \frac{E_i}{D_i + E_i}$ es el rendimiento exigido¹⁰⁴ a la industria i , δ_i es la tasa de depreciación del capital, $(1-\delta_i) \frac{\Delta p_{i,t+1}^K}{p_{i,t}^K}$ es la ganancia ó pérdida de capital descontada la depreciación.

Dicho coste de uso se integra, en logaritmos ($uc = \log(UC)$), en un modelo de ajuste dinámico, de corte "pseudo" neoclásico, de la inversión (en realidad ratio de inversión, dado que $I = \Delta K + D \Rightarrow I/K = \Delta \log(K) + \delta \Rightarrow IK = \Delta k + \delta$) cuya especificación responde a:

$$IK_{i,t} = \eta_t + \gamma_i + \alpha_1 IK_{i,t-1} + \alpha_2 \Delta s_{i,t} + \alpha_3 \Delta s_{i,t-1} + \alpha_4 \Delta uc_{i,t} + \alpha_5 \Delta uc_{i,t-1} + \alpha_6 k_{i,t-2} + \alpha_7 s_{i,t-2} + \alpha_8 uc_{i,t-2} + \varepsilon_{i,t}$$

Siendo η_t , un parámetro que recoge la evolución agregada de la productividad, γ_i , una medida de tasas de depreciación específica de cada industria y $\varepsilon_{i,t}$ una perturbación aleatoria ortogonal¹⁰⁵. Las variables S y K hacen referencia al logaritmo de las ventas y logaritmo del stock de capital respectivamente, utilizándose como variables explicativas tanto sus valores retardados como incrementos (Δ) de dichas variables. Los parámetros α_2 a α_5 recogen los efectos de corto plazo de las ventas y coste de uso del capital sobre el ratio de inversión, α_6 captura la velocidad de ajuste de la inversión a las desviaciones entre el capital instalado y el "deseado" a

¹⁰⁴ El rendimiento exigido a la industria i se define como una media ponderada de los intereses medios pagados por la deuda ($ID_{i,t}$) corregidos de efecto fiscal (siendo τ el tipo marginal más alto sobre el beneficio de la empresas), y del tipo de interés a largo plazo l_t el cual recoge de forma aproximada el rendimiento exigido a las acciones de la empresa. Las ponderaciones utilizadas son la participación media de la deuda y de las acciones sobre la suma total de deuda más acciones en la industria de que se trate.

¹⁰⁵ Los parámetros detallados hacen referencia básicamente al método econométrico de estimación utilizado, específico para el tipo de datos utilizados, datos de panel, los cuales presentan dos dimensiones, temporal y "cross-section" (varias industrias).

largo plazo, α_7 y α_8 representan las elasticidades a largo plazo (al dividir dichos parámetros por α_6) de la ventas y coste de uso del capital respectivamente.

Tabla 9.-Estimación de la versión dinámica del modelo de inversión de Mojon et al. (2001).Detalle de los parámetros relativos al coste de uso del capital.

		Estimadores "Within"									
		Alemania		Francia		Italia		España		Total países	
		Coefic.	Err.	Coefic.	Err.	Coefic.	Err.	Coefic.	Err.	Coefic.	Err.
		Estand.		Estand.		Estand.		Estand.		Estand.	
$\Delta uc_{i,t}$	α_4	-0,24	0,12	-0,08	0,05	-0,08	0,03	-0,28	0,05	-0,13	0,02
$\Delta uc_{i,t}$	α_5	-0,34	0,12	0,07	0,05	-0,01	0,03	-0,10	0,05	-0,03	0,02
	$\alpha_4+\alpha_5$	-0,58		-0,01		-0,09		-0,38		-0,16	
$k_{i,t-2}$	α_6	-0,13	0,03	-0,04	0,01	-0,06	0,01	-0,06	0,01	-0,06	0,01
$uc_{i,t-2}$	α_8	-0,09	0,06	-0,03	0,03	-0,05	0,02	-0,05	0,04	-0,05	0,02
Elasticidades de largo plazo del capital con respecto a:											
Coste de uso	α_8/α_6	-0,68		-0,75		-0,83		-0,88		-0,90	
R^2		0,50		0,48		0,43		0,37		0,43	
		Estimadores basados en desviaciones ortogonales									
		Alemania		Francia		Italia		España		Total países	
		Coefic.	Err.	Coefic.	Err.	Coefic.	Err.	Coefic.	Err.	Coefic.	Err.
		Estand.		Estand.		Estand.		Estand.		Estand.	
$\Delta uc_{i,t}$	α_4	0,07	0,20	-0,30	0,09	-0,13	0,04	-0,41	0,07	-0,38	0,05
$\Delta uc_{i,t}$	α_5	-0,52	0,22	-0,08	0,12	-0,10	0,06	-0,28	0,09	-0,28	0,08
	$\alpha_4+\alpha_5$	-0,45		-0,38		-0,23		-0,69		-0,66	
$k_{i,t-2}$	α_6	-0,35	0,07	-0,16	0,03	-0,19	0,02	-0,15	0,02	-0,28	0,02
$uc_{i,t-2}$	α_8	-0,05	0,12	-0,14	0,06	-0,15	0,04	-0,11	0,06	-0,34	0,04
Elasticidades de largo plazo del capital con respecto a:											
Coste de uso	α_8/α_6	-0,15		-0,88		-0,77		-0,76		-1,20	
R^2		0,34		0,24		0,28		0,19		-0,20	

Fuente: Mojon et al. (2001), página 23. Sólo se han incluido los coeficientes correspondientes al coste de uso. La R^2 correspondiente a la ecuación del conjunto de países estimada según desviaciones ortogonales aparece en el original con signo negativo.

Los resultados de los autores se extienden a varios aspectos. En primer lugar, Mojon et al (2001) comprueban que en general, las empresas de tamaño mediano y pequeño pagan

mayores intereses sobre su deuda que las grandes¹⁰⁶, con independencia del plazo de las deudas o garantías que puedan servir como colateral al préstamo. En segundo lugar, el coste de uso resulta siempre significativo, asimismo los parámetros estimados de elasticidades de largo plazo del coste de uso y de las ventas (producción) no son estadísticamente distintos de 1, no rechazándose por tanto una especificación de la función de producción con rendimientos constantes de escala. Por último, a pesar de que los parámetros que recogen el efecto a corto plazo de las ventas y del coste de uso son significativos, su magnitud difiere considerablemente de unos países a otros, tal y como se comprueba en la tabla 9, extraída del trabajo de Mojon et al. (2001).

En definitiva, los resultados de estos autores apuntan a que el coste de uso del capital presenta "significativos efectos tanto estadística como económicamente" sobre la inversión (Mojon et al. 2001. Pag. 16), no existiendo evidencia de que la sensibilidad de la inversión ante las variaciones en el coste de uso difiera en función del tamaño de las empresas.

El hecho de que estos autores obtengan un significativo efecto del coste de uso (y en definitiva del tipo de interés) sobre la inversión, parece contrastar con el "pobre" ajuste, en términos econométricos, del modelo neoclásico, o con la dificultad de "hallar" un canal del tipo de interés de la política monetaria a nivel agregado. Sin embargo, esta divergencia no debe resultar "extraña", dadas las alteraciones que introduce la agregación sobre diferentes tipos de capital, plantas, empresas, industrias, sectores, diferente escala temporal, etc. sobre los resultados básicos de un modelo de comportamiento a nivel de unidad empresarial¹⁰⁷. Dichos problemas de agregación pueden generar resultados a nivel macroeconómico bastante descorazonadores, lo cual no es un claro indicativo de "escasez" de la teoría, del mismo modo que los resultados de Mojon et al. (1997) tampoco constituyen un sólido aval de la teoría "jorgensoniana" de inversión, dado que la expresión funcional contrastada puede resultar coherente con modelos que difieren del modelo neoclásico "puro". Así por ejemplo, una formulación coherente con el modelo puro se limitaría, asumiendo una función de producción CES, a la siguiente función de demanda estática en logaritmos (Bond y Van Reenen, 2002; Chirinko et al. 1999):

$$k_{i,t} = \theta_i + \beta s_{i,t} - \sigma u_{i,t} \quad ^{108}$$

¹⁰⁶ Este hecho es coherente con la existencia de imperfecciones en los mercados financieros (información asimétrica o costes de agencia) que invalidarían el teorema de Modigliani-Miller.

¹⁰⁷ De hecho la unidad empresarial ha de entenderse prácticamente a nivel de planta, dado que en grandes conglomerados, o simplemente empresas que actúan en diferentes mercados-productos no resultará estrictamente aplicable el modelo neoclásico de inversión, lo que introduce serias limitaciones sobre los resultados que pudiesen obtenerse. Al margen del problema de la agregación y como resulta obvio y extensible a prácticamente todos los modelos econométricos, todos los resultados están sujetos a crítica sobre la calidad, oportunidad y confiabilidad de los datos utilizados para representar conceptos teóricos, definidos a veces de un modo difuso.

¹⁰⁸ Una función CES con rendimientos constantes de escala responde a la siguiente expresión:

O bien tomando diferencias,

$$\Delta k_{i,t} = \beta \Delta s_{i,t} - \sigma \Delta uc_{i,t}$$

O alternatively, teniendo en cuenta que $I = \Delta K + D \Rightarrow I/K = \Delta \log(K) + \delta$, tendríamos:

$$(I/K)_{i,t} = \delta + \beta \Delta s_{i,t} - \sigma \Delta uc_{i,t}$$

El paso de esta formulación a la denominada "dinámica" implica suponer que el stock de capital deseado no se consigue de forma inmediata sino que el paso de un stock óptimo a otro se realiza conforme a un mecanismo de "acelerador-flexible".¹⁰⁹

A pesar de la plausibilidad empírica de suponer ajustes no inmediatos del capital "deseado" por la empresa, el incorporar este tipo de características en el modelo neoclásico supone prácticamente incorporar costes de ajuste en el stock de capital, es decir considerar

$$Y_t = (a_K K_t^\phi + a_L L_t^\phi)^{1/\phi}$$

donde $\phi = (\sigma - 1)/\sigma$, siendo σ la elasticidad de sustitución entre capital (K) y trabajo (L).

Si la empresa se enfrenta a una función de demanda isoelástica $p_t = B Y_t^{-1/\eta}$, donde $\eta > 1$ es la elasticidad-precio de la demanda y B es un parámetro cuya variación da lugar a desplazamientos de la demanda. Bajo estas definiciones la determinación del capital óptimo responde a la regla óptima: productividad marginal del capital = coste de uso (r/p), por lo tanto se cumple:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = (1/\phi)(a_K K_t^\phi + a_L L_t^\phi)^{(1/\phi)-1} \phi a_K K_t^{\phi-1} = a_K K_t^{-1/\sigma} Y_t^{1/\sigma} = r_t / p_t$$

reordenando esta expresión, obtendríamos:

$$a_K K_t^{-1/\sigma} Y_t^{1/\sigma} = r_t / p_t \Rightarrow K_t^{-1/\sigma} = r_t p_t^{-1} a_K^{-1} Y_t^{-1/\sigma} \rightarrow K_t = a_K^\sigma Y_t \left(\frac{r_t}{p_t} \right)^{-\sigma}$$

de donde tomando logaritmos y efectuando los cambios $Y_t = S_t$, $(r_t/p_t) = UC_t$, $\theta_t = a_K^\sigma$ obtendríamos la ecuación incluida en el texto (con $\beta=1$, es decir rendimientos de escala constantes).

¹⁰⁹ Chirinko et al. (1999) suponen que la inversión de un período contiene junto a la depreciación la inversión neta dada por una media geométrica de cambios relativos en el stock de capital deseado (K^*), es decir si I_t es la inversión neta en el período t, puede expresarse ésta como:

$$I_t / K_{t-1} + 1 = K_t / K_{t-1} = \prod_{h=0}^H \left[K_{t-h}^* / K_{t-h-1}^* \right]^{\mu_h} = \prod_{h=0}^H \left[\Delta K_{t-h}^* / K_{t-h-1}^* + 1 \right]^{\mu_h}$$

Asumiendo que $k_t^* = \log(K_t^*) = \theta_t + \beta s_t - \sigma uc_t$ y usando la aproximación $\log(1+x) \approx x$, se puede expresar la anterior relación en forma de un modelo dinámico de inversión:

$$I_t / K_{t-1} = \delta + \sigma \sum_{h=0}^H \mu_h \Delta uc_{t-h} + \beta \sum_{h=0}^H \mu_h \Delta s_{t-h}$$

variantes del modelo neoclásico en vez del modelo en sí, lo cual en cierta medida, supone que al contrastar empíricamente un modelo de "corte" neoclásico que incorpore un ajuste dinámico, tal y como hacen Mojon et al. (2001), los resultados no corroboran o rechazan el modelo neoclásico en sí, dado que un ajuste dinámico es compatible con un modelo con costes de ajuste, tal y como resaltan Bond y Van Reenen (2002) haciendo referencia a un trabajo de Nickell¹¹⁰.

Este autor demuestra cómo un modelo de inversión con costes de ajuste cuadráticos y simétricos genera una evolución de la inversión similar a la derivada de un mecanismo de ajuste parcial, lo cual combinado con la "no identificabilidad de los parámetros" derivada de la estimación econométrica imposibilita efectuar una adecuada contrastación de la validez del modelo neoclásico de inversión. A pesar de ello proporciona una adecuada referencia a la hora de valorar los efectos de distintos tipos de variables en la inversión empresarial, asimismo proporciona un soporte teórico a la hora de contrastar la existencia de un "canal de tipo de interés" en la inversión que justifique la efectividad de una política monetaria basada en el control de los tipos de interés, dado que éstos se integran en la definición del coste de uso del capital.

En esta temática se enmarca no solo el trabajo de Mojon et al. (2001) o el de Chirinko et al. (1999) sino muchos de las investigaciones econométricas auspiciadas por el Banco Central Europeo en los últimos años, las cuales han tratado de proporcionar evidencias empíricas de los posibles canales de transmisión de la política monetaria, uno de los cuales es precisamente el "canal del tipo de interés". Obviamente, el efecto de los tipos de interés sobre la inversión, no es un tema "novedoso" en la literatura económica¹¹¹, la novedad de los estudios actuales viene dada por la utilización generalizada de datos microeconómicos¹¹² en pos de evitar los problemas de agregación antes aludidos, que podrían ser la causa del poco "éxito" del modelo neoclásico a la hora de valorar el efecto del coste de uso del capital sobre la inversión, y por tanto del tipo de interés como instrumento de política monetaria de efectos reales.

Entre estos trabajos se encuentra el de Mojon et al. (2001), basado en datos de empresas incorporadas a la base de datos BACH de la Comisión Europea, quienes, como se comenta

¹¹⁰ Nickell, S.J. *The investment decision of firms*. Cambridge University Press. 1978.

¹¹¹ Chirinko et al. (1999) hacen referencia a los trabajos de Blanchard (1986) o Bernanke y Gertler (1995), en los cuales se trata la "tozudez" de los datos a la hora de proporcionar adecuada justificación a la creencia generalizada relativa a la influencia del coste de uso del capital en la inversión. Chirinko et al. (1999) reproducen literalmente una cita de Bernanke y Welter en la que se refleja claramente este "puzzle" "...empirical studies of supposedly 'interest sensitive' components of aggregate spending have in fact had great difficulty in identifying a quantitatively important effect of the neoclassical cost-of-capital variable...". El pobre resultado proporcionado por el coste de uso del capital, estimuló la utilización de los modelos q de inversión, en torno a los años 80 (Cummins et al. 1994). Esta reorientación de los modelos de inversión, como se destacará posteriormente, hacia la versión " q " tampoco se vio acompañada por unos resultados satisfactorios a nivel agregado o con datos micro.

¹¹² Otra de las posibles "causas" de la revitalización de este tema es la controversia generada por los modelos que apuestan por la existencia de restricciones financieras sobre las empresas a la hora de modelizar la inversión. Dichos modelos de "aceleradores financieros" serán tratados posteriormente dada su importancia.

previamente, encuentran un efecto significativo del coste de uso del capital, con un coeficiente estimado de la elasticidad del coste de uso a largo plazo de -0,9 para el conjunto de la muestra utilizada en la que se combinan empresas de diferentes sectores y países (Francia, Alemania, España e Italia).

Tabla 10.-Estimaciones de la elasticidad del coste de uso del capital. Chatelain et al. (2001)

Estimadores "Within", modelo con 3 retardos. (*)				
Variable	Alemania	Francia	Italia	España
$\Delta \text{Log UC}_{i,t}$	-0.230 (0.013)	-0.211 (0.007)	-0.144 (0.003)	-0.187 (0.029)
$\Delta \text{Log UC}_{i,t-1}$	-0.213 (0.014)	-0.110 (0.007)	-0.095 (0.003)	0.024 (0.030)
$\Delta \text{Log UC}_{i,t-2}$	-0.107 (0.013)	-0.046 (0.007)	-0.052 (0.003)	0.048 (0.030)
$\Delta \text{Log UC}_{i,t-3}$	-0.080 (0.080)	-0.015 (0.006)	-0.020 (0.002)	0.023 (0.026)
Elasticidades de largo plazo del coste de uso	-0.630	-0.382	-0.318	-0.092
Estimadores GMM modelo ADL con 3 retardos. (**)				
Variable	Alemania	Francia	Italia	España
$\Delta \text{Log UC}_{i,t}$	-0.286 (0.089)	-0.055 (0.026)	-0.045 (0.016)	-0.274 (0.135)
$\Delta \text{Log UC}_{i,t-1}$	-0.170 (0.029)	-0.045 (0.019)	-0.027 (0.008)	-0.003 (0.041)
$\Delta \text{Log UC}_{i,t-2}$	-0.072 (0.021)	-0.002 (0.011)	-0.011 (0.005)	0.032 (0.035)
$\Delta \text{Log UC}_{i,t-3}$	-0.029 (0.015)	0.007 (0.007)	-0.004 (0.004)	0.017 (0.028)
Suma de coeficientes	-0.557	-0.095	-0.087	-0.028
Elasticidades de largo plazo del coste de uso	-0.663	-0.106	-0.111	-0.259

(*) El modelo estimado corresponde con la siguiente especificación econométrica (similar a la de Chirinko et al. 1999):

$$I_{i,t} / K_{i,t-1} = \beta_{i,0} + \sum_{h=0}^3 \beta_h \Delta \text{uc}_{i,t-h} + \sum_{j=0}^3 \psi_j \Delta s_{i,t-j} + \varepsilon_{i,t}$$

La elasticidad a largo plazo equivale en este caso a la suma de los coeficientes estimados para las diferencias logarítmicas del coste de uso para los tres retardos considerados.

(**) El modelo estimado en este caso corresponde a:

$$I_{i,t} / K_{i,t-1} = \beta_{i,0} + \sum_{h=0}^3 \beta_h \Delta \text{uc}_{i,t-h} + \sum_{j=0}^3 \psi_j \Delta s_{i,t-j} + \sum_{l=1}^3 \theta_l (I_{i,t-l} / K_{i,t-l-1}) + \varepsilon_{i,t}$$

En este caso la elasticidad a largo plazo del coste de uso se calcula como el cociente de la suma de coeficientes estimados para el coste de uso y ratio de inversión, es decir, equivale a: $(\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3) / (1 - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3)$.

Fuente: Chatelain et al. (2001) páginas 16 y 18

Por su parte Chirinko et al. (1999), utilizando la base de datos COMPUSTAT de Data Resources Inc. que contiene datos de empresas norteamericanas, obtiene un efecto significativo

del coste de uso del capital, sin embargo, los análisis estadísticos ¹¹³ que realizan rechazan un parámetro asignado al coste de uso igual a la unidad, obteniendo resultados, en algunos casos, que aunque negativos y significativos se hallan muy alejados de la unidad (en algunas versiones del modelo utilizado obtienen coeficientes de -0,06, aunque tal y como destacan, todos los resultados que obtienen de la elasticidad del coste de uso del capital no difieren de -0,25 en más de dos veces el error estándar del parámetro). El propio trabajo de Chirinko et al. (1999) hace referencia a otros estudios en los que se obtienen estimaciones de la elasticidad del coste de uso del capital situadas entre -0,5 y -1 (Hasset y Hubbard, 1997) ó situada en torno a -0,165¹¹⁴ (Cummins et al. 1994) en ambos casos con datos de empresas estadounidenses.

Lamentablemente este "baile de cifras" se repite también en este lado del Atlántico. Chatelain et al. (2001), con datos de empresas europeas (Francia, Alemania, Italia y España) recogidas en las bases de datos de balances [recopiladas por el Bundesbank, Banque de France (FIBEN y "Central des Bilans"), "Centrale di Bilanci" de Italia y de la Central de Balances del Banco de España], tan sólo encuentran un efecto significativo del coste de uso del capital en las empresas de Italia, Francia y Alemania, obteniendo una estimación de la elasticidad del coste de uso situada entre -0,63 y -0,318, tal y como se detalla en la tabla 10.

No obstante, estos resultados se alteran notablemente (en cuanto al valor estimado para cada país) cuando las ecuaciones se estiman mediante el método generalizado de los momentos (GMM), en cuyo caso, el rango de variación se sitúa entre -0,106 y -0,663, resultando significativo el coste de uso también en las empresas españolas. Asimismo, cuando se incorpora en el modelo la variable de "cash-flow", los coeficientes se ven alterados como consecuencia de la correlación existente entre el coste de uso y el "cash-flow"¹¹⁵. Así, en este último caso la elasticidad de largo plazo del coste de uso del capital se situaría en un rango de -0,521 y -0,027.

En conclusión y como se ha podido comprobar, los resultados empíricos ponen de manifiesto las limitaciones exhibidas por el modelo neoclásico de inversión "jorgensoniano", en cuanto a su concreción econométrica, dado que la "falsabilidad" del modelo está claramente limitada por la especificación concreta del modelo estimado, así como los métodos de estimación y variables utilizadas. Asimismo, y como señalan Cummins et al (1994), una dificultad a la que se enfrentan los estudios empíricos reside en la imposibilidad de incorporar

¹¹³ Chirinko et al. (1999) consideran dos versiones distintas. En una de ellas se incluyen variables de "Cash-flow" o recursos generados internamente por la empresa, que en el caso de Mojon et al. (2001) no se consideran. Asimismo existen ligeras diferencias tanto en la definición de coste de uso del capital como en la versión dinámica del modelo de inversión respecto al trabajo de Mojon et al. (1999), lo cual condiciona seriamente una comparación directa de los resultados de ambos trabajos.

¹¹⁴ Este valor se basa en cálculos de Chirinko et al. (1999) sobre los resultados de Cummins et al (1994). Dichos cálculos se hacen necesarios a fin de poder comparar las estimaciones.

¹¹⁵ Según la metodología de Chirinko et al. (1999) el "cash-flow" se calcula como la suma del beneficio ordinario, depreciación y amortización, impuestos diferidos, resultados extraordinarios y aportaciones de los accionistas para la compensación de pérdidas. "equity in net loss(earnings)". La correlación se produce por la inclusión de los intereses pagados por la empresa tanto en el cálculo del coste de uso como en el "cash-flow".

en los modelos estimados, cambios exógenos en el rendimiento de la inversión o en el coste de uso del capital, como por ejemplo, los provocados por una alteración discrecional del sistema tributario. Dado que el modelo neoclásico incorpora tanto valores actuales como expectativas de los valores que tomarán diversas variables (precio del producto, del capital, depreciación, rendimiento exigido,...), la forma en que se concreten tales variables afectará de forma decisiva a los resultados obtenidos. En este sentido, es una constante en los estudios analizados la referencia a la imposibilidad de obtener una medida precisa del "rendimiento exigido por los accionistas" o del tipo de interés marginal de los recursos externos. Asimismo, Cummins et al.(1994) destacan la incapacidad de las empresas de anticipar las grandes reformas fiscales hasta aproximadamente un año antes de su aprobación, comportándose como si la fiscalidad actual se mantuviese de forma indefinida¹¹⁶.

Asimismo, del mismo modo que la validación del modelo de inversión con datos macroeconómicos se halla sujeta a serias limitaciones derivadas de la agregación de diferentes bienes de capital, empresas, sectores, ... La utilización de datos microeconómicos tampoco está exenta de problemas, dadas las características de tales datos. Por ejemplo, en el trabajo de Chatelain et al. (2001) la fuente de datos son centrales de balances que generalmente son mantenidas por los Bancos Centrales y alimentadas con los balances de empresas que voluntariamente prestan su colaboración. Tal y como señalan los autores, esto supone que la muestra empresarial está ligeramente sesgada hacia las grandes empresas. Asimismo hay que tener en cuenta que la información proporcionada se elabora con criterios contables, los cuales en muchas ocasiones no tienen un correlato con su significado económico (una amortización contable dista de una depreciación económica, la amortización de un fondo de comercio no tiene un sentido económico claro, la financiación de proveedores carece de coste explícito, los activos reales se valoran al coste de adquisición histórico, la deuda se contabilizada por los totales pendientes y es imposible asignarla un destino único o un tipo de interés único,...), del mismo modo que hay que tener presente la multiproducción de las empresas, la difícil asignación de una empresa a un único sector o incluso país, el carácter consolidado o no de los estados financieros, etc. Todas estas limitaciones suponen que cualquier resultado está siempre condicionado por la validez de los datos.

Obviamente, los resultados "favorables" al modelo neoclásico "jorgensoniano" de inversión tampoco confirman de una manera clara la validez del mismo, lo que ha incentivado nuevos desarrollos teóricos que han ido completando y complementando el esquema básico descrito por el modelo neoclásico "jorgensoniano". Estas variantes, se han plasmado de una parte, en la consideración de fricciones en el proceso de ajuste del stock de capital deseado, característica que se integra en el modelo básico de Jorgenson. Otras variantes han apuntado la necesidad de tener en cuenta los efectos derivados de la irreversibilidad de la inversión

¹¹⁶ De hecho esta característica es explotada por Cummins et al. (1994) en su investigación, dado que permite disponer de fechas concretas en las que se puede evaluar la respuesta de la inversión de la empresa frente a cambios institucionales que afecten a variables fundamentales en el coste de uso del capital.

(provocada por la irrecuperabilidad de las cantidades comprometidas en la inversión, al no existir un mercado de segunda mano, como consecuencia de la existencia de información asimétrica, la elevada especialización del equipo, etc.), de la incertidumbre asociada a la actividad empresarial y de la posibilidad de posponer las decisiones de inversión. Estos tres elementos se han combinado en una nueva aproximación teórica al problema de la inversión basada en la valoración de opciones, la cual permite comprobar como el comportamiento óptimo de inversión de la empresa responde ante aquellas, más realistas, "imperfecciones". Por último, una tercera variante es la consideración de restricciones de tipo financiero en la inversión, situación que puede generarse por múltiples causas, tales como la existencia de información asimétrica entre proveedores y demandantes de recursos financieros que generen racionamiento del crédito, costes en los que se incurre al apelar a la financiación externa, diferente tributación entre acciones y deuda, etc... Estas fricciones han supuesto una nueva vía para superar las limitaciones exhibidas por el modelo de inversión neoclásico, aunque no obstante, el éxito empírico de estas alternativas ha sido muy limitado. En los apartados y capítulos siguientes se procederá a un análisis más detallado de estas alternativas.

3.2.- MODELOS DE INVERSIÓN CON COSTES DE AJUSTE

La percepción generalizada relativa a la imposibilidad de ajuste inmediato del equipamiento productivo óptimo, pone de manifiesto la conveniencia de modificar el modelo básico "jorgensoniano" de forma que incluya "costes de ajuste" que resuman y condensen toda la casuística posible referente a la existencia de fricciones en el ajuste del stock de capital poseído por la empresa.

Estas fricciones suelen plasmarse en la inclusión de una función genérica de costes de ajuste, $G(I_t, K_t)$ ¹¹⁷, en la función de beneficio de la empresa, que ahora adoptaría la siguiente expresión funcional:

$$\Pi(K_t, L_t, I_t) = p_t [F(K_t, L_t) - G(I_t, K_t)] - p_t^K I_t - w_t L_t \quad (3.7)$$

El ajuste del stock de capital, incrementos o decrementos, supone que la empresa incurre en costes, que suelen ser mayores cuanto mayor es la cuantía de la inversión (o

¹¹⁷ La expresión recogida refleja que los costes de ajuste se plasman en "producción perdida", aunque pueden plasmarse en costes explícitos que reducen directamente el beneficio. Otras formulaciones hacen depender dichos costes de la inversión realizada en el período exclusivamente. Usualmente se asume que la función G es convexa respecto a I_t (Summers, 1981), pudiendo presentar discontinuidades que capturen asimetrías en los costes de inversión, en situaciones de inversión positiva, respecto a aquellas de desinversión o inversión nula, véase por ejemplo Abel y Eberly (1997) ó Caballero (1991).

desinversión) a emprender, de forma que resulta menos costoso realizar frecuentes pequeños ajustes que un único ajuste importante, incentivándose, en términos de coste, los períodos de ajuste "largos y lentos" frente a los "cortos y rápidos"

Una de las primeras variantes teóricas que incorporan costes de ajuste es el denominado modelo q, el cual equivale a plantear el mismo problema de optimización intertemporal del beneficio de la empresa antes detallado¹¹⁸, incorporando una función de beneficio que incluye costes de ajuste, cuya expresión funcional es similar a la detallada en la expresión 3.7. Esta ligera modificación supone que la derivada parcial del beneficio respecto a la inversión corresponda con:

$$\frac{\partial \Pi(K_t, L_t, I_t)}{\partial I_t} = -p_t \frac{\partial G(I_t, K_t)}{\partial I_t} - p_t^k \quad (3.8)$$

Asumiendo una función de costes de ajuste convexa como la propuesta por Summers (1981)

$$G(I_t, K_t) = \frac{b}{2} \left[\left(\frac{I}{K} \right)_t - a \right]^2 K_t \quad (3.9)$$

Obtendríamos combinando las ecuaciones 3.5, 3.8 y 3.9 ¹¹⁹

$$\left(\frac{I}{K} \right)_t = a + \frac{1}{b} \left[(q_t - 1) \frac{p_t^k}{p_t} \right] \quad (3.10)$$

Como se puede comprobar en la ecuación 3.10, la inversión varía directamente con el valor de la denominada q_t marginal, variable que, tal y como se ha señalado anteriormente, es

¹¹⁸ El término Q hace referencia al siguiente ratio $q_t = \frac{\lambda_t}{p_t^k}$, donde λ_t y p_t^k tienen el significado apuntado anteriormente.

¹¹⁹ Según la ecuación 3.5: $-\frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} = \lambda_t$; por lo tanto usando la ecuación 3.8 concluiríamos

$$\lambda_t = p_t \frac{\partial G}{\partial I_t} + p_t^k \Rightarrow \frac{\partial G}{\partial I_t} = \frac{\lambda_t}{p_t} - \frac{p_t^k}{p_t} \Rightarrow \frac{\partial G}{\partial I_t} = \frac{p_t^k}{p_t} \left(\frac{\lambda_t}{p_t^k} - 1 \right) = \frac{p_t^k}{p_t} (q_t - 1)$$

Considerando la derivada parcial de la ecuación 3.9 respecto a la inversión tendríamos

$$\frac{\partial G}{\partial I_t} = b \left[\left(\frac{I}{K} \right)_t - a \right], \text{ con lo que utilizando el resultado anterior: } b \left[\left(\frac{I}{K} \right)_t - a \right] = \frac{p_t^k}{p_t} (q_t - 1),$$

expresión, en la que realizando transformaciones inmediatas, llegaríamos a la ecuación 3.10.

una medida de los beneficios marginales futuros generados por variaciones en el stock de capital de la empresa.

La ecuación 3.10, aunque sencilla en su formulación, plantea serias dificultades a la hora de contrastar econométricamente dicha especificación, dado que la variable q no es observable directamente, al incluir beneficios marginales futuros generados por la inversión. Hayashi (1982) demuestra que para una empresa que actúa en condiciones de competencia perfecta en los mercados de bienes y factores, siendo su función de beneficios homogénea de grado uno (producción y de costes de ajuste del capital homogéneos de grado uno)¹²⁰, la denominada q_t marginal equivale a la q_t media o q de Tobin, la cual se define conforme a la expresión¹²¹:

$$q_t = \frac{V_t}{(1-\delta)p_t^K K_{t-1}} \quad (3.11)$$

Siendo $V_t = \sum_{s=0}^{\infty} \beta_{t+s} \Pi_{t+s}(K_{t+s}, L_{t+s}, I_{t+s})$ el valor, maximizado, de la empresa en el momento t , equivalente al valor descontado del flujo de beneficios que generará dicha empresa asumiendo una actividad ininterrumpida.

Obviamente, del mismo modo que el valor del ratio q marginal presentaba problemas de medición derivados de su carácter inobservable (lo que imposibilita contrastar empíricamente de una manera directa dicha teoría), la denominada q media "adolece" también del mismo problema, sin embargo al asumir que la valoración bursátil de las acciones de una empresa equivale al valor descontado del flujo esperado de beneficios futuros de la empresa¹²², es posible valorar el ratio q como el cociente del valor bursátil de la empresa y el valor de

¹²⁰ Función de producción con rendimientos constantes de escala.

¹²¹ Partiendo de la Ecuación de Euler (Ec. 3.5). $\lambda_t = \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} + \beta_{t+1}(1-\delta)E[\lambda_{t+1}]$, multiplicando ambos

lados de la igualdad por K_t , y posteriormente restando el término $\lambda_t I_t$, obtendríamos, teniendo en

cuenta la ecuación 3.6: $\lambda_t(K_t - I_t) = \frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} I_t + \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} K_t + \beta_{t+1}(1-\delta)E[\lambda_{t+1}K_t]$. Teniendo presente

la ecuación de acumulación de capital y las propiedades de las funciones homogéneas de grado 1 (considerando los valores de las variables en el óptimo), obtendríamos finalmente:

$(1-\delta)\lambda_t K_{t-1} = \Pi_t(K_t, L_t, I_t) + \beta_{t+1}(1-\delta)E[\lambda_{t+1}K_t]$. Resolviendo esta ecuación por sustituciones sucesivas del término desplazado un período obtendríamos:

$(1-\delta)\lambda_t K_{t-1} = \sum_{s=0}^{\infty} \beta_{t+s} \Pi_{t+s}(K_{t+s}, L_{t+s}, I_{t+s}) = V_t$. De donde se obtienen de forma inmediata los resultados presentados.

¹²² Este es el denominado "valor fundamental de la empresa" en términos bursátiles. Obviamente la existencia de procesos especulativos o valoraciones de las acciones no basadas en el puro componente "fundamental" invalidará la utilización del valor bursátil como aproximación al valor V_t

reposición del capital utilizado por la empresa (denominado "valor en libros" o "valor contable").

Reemplazando el resultado recogido en la ecuación 3.10 en la ecuación 3.9, obtenemos:

$$\left(\frac{I}{K}\right)_t = a + \frac{1}{b} \left[\left(\frac{V_t}{(1-\delta)p_t^K K_{t-1}} - 1 \right) \frac{p_t^K}{p_t} \right] = a + \frac{1}{b} Q_t \quad (3.12)$$

expresión que pone de manifiesto la relación directa existente entre la inversión y el denominado factor q_t , de modo que conforme al modelo teórico esbozado, la inversión responde de manera inmediata a las alteraciones en las expectativas de beneficio de la empresa, las cuales se reflejan en su valoración bursátil.

Lamentablemente, la solidez teórica del modelo contrasta claramente con el escaso éxito del mismo al tratar de estimar la ecuación 3.12 con datos de compañías reales. Como señalan Bond y Van Reenen (2002), Cummins et al. (1999) o Scaramozzino (1997) entre muchos otros, los aspectos principales en los que la teoría ha dado muestras de "escasez" se plasman en dos aspectos fundamentales.

En primer lugar, los valores estimados de $\frac{1}{b}$ implicarían unos costes de ajuste del stock de capital muy elevados, lo que implicaría unos períodos de ajuste muy dilatados. En segundo lugar, se pone de manifiesto claramente la baja capacidad explicativa del factor q_t en exclusiva, como se pone especialmente de manifiesto al incluirse otras variables explicativas de la inversión (cash-flow, pago de dividendos, ...) en la estimación de la ecuación 3.12. Ambas limitaciones reflejan las principales debilidades del modelo neoclásico de inversión, derivadas principalmente de las restricciones impuestas a fin de poder validar empíricamente el mismo.

Estas restricciones se refieren a las hipótesis establecidas sobre la forma funcional de los costes de ajuste, la asunción de mercados competitivos, la homogeneidad de grado uno de la función de beneficio y la adecuación del valor bursátil como aproximación al valor de V_t .

Desde el momento en que alguna de estas hipótesis no se cumple de forma estricta, el modelo planteado presentará limitaciones, provocadas por la especificación errónea del modelo, que se reflejarán en el grado de adecuación del mismo a los datos registrados. Dichas limitaciones han incentivado la adopción de variantes teóricas sobre el modelo neoclásico de inversión que tratan de corregir dichas limitaciones.

Ese es el caso, por ejemplo, del modelo de Abel y Blanchard (1986), quienes proponen evitar la utilización del valor bursátil de la empresa mediante la estimación de la q marginal en

base a distintas variables observables. Otros, (Cummins et al. 1999), proponen utilizar como aproximación de la q marginal las estimaciones de beneficios de analistas¹²³. Otras propuestas consisten en la utilización directa de la ecuación de Euler¹²⁴, como por ejemplo realizan Bond y Meghir (1994) e inclusive utilizar estimaciones de la q marginal mediante previsiones de analistas sobre los beneficios de las empresas, tal y como proponen Cummins et al. (1999). Otras propuestas abogan por la utilización de funciones de costes de ajuste de la inversión alternativas a la estrictamente convexa¹²⁵, lo cual permitiría un tratamiento más adecuado de los episodios de inversión nula a nivel de empresa o establecimiento, episodios que se combinan con otros en los que la inversión evoluciona de forma "explosiva".

Estas revisiones teóricas suponen en algunos casos desviaciones "mínimas" respecto al modelo q original, como podría ser el asumir diferentes formas funcionales en los costes de ajuste, sin embargo, en otras ocasiones el sustrato teórico que justifica dichas variaciones supone realmente un claro alejamiento de los supuestos neoclásicos "perfectos" (competencia e información perfectas). Algo tan poco significativo, aparentemente, como la suposición de costes de desinversión infinitos (que se traducirían en restricciones de no negatividad de la inversión), se sustenta en la admisión de existencia de costes irre recuperables en la inversión e incluso en la inexistencia de "mercados" de segunda mano para el capital, lo cual derivaría en la irreversibilidad de la inversión, total o parcial¹²⁶. Del mismo modo, la no utilización del valor

¹²³ Dicha aproximación a la q marginal es denominada por los autores "q real", la cual se construye a partir del beneficio esperado en cada uno de los dos períodos inmediatamente posteriores (ECF_t y ECF_{t+1}), y del beneficio esperado a largo plazo (EGR_t), según estimaciones de analistas recogidas por la empresa I/B/E/S International Inc., según la expresión:

$$\text{Real } Q_t = \beta ECF_t + \beta^2 (1 - \delta) ECF_{t+1} + [(ECF_t + ECF_{t+1})/2] * \sum_{k=3}^{\infty} [\beta^k (1 - \delta)^{k-1} (1 + EGR_t)^{k-2}]$$

Siendo β el factor de descuento y δ la tasa de depreciación del stock de capital. Los resultados de Cummins et al. (1999) utilizando esta medida son, tal y como destacan, satisfactorios y orientados a la confirmación de la validez del modelo neoclásico de inversión con costes de ajuste en detrimento de modelos con restricciones financieras, dado que, no sólo comprueban el adecuado ajuste de la variable "q real" sino que confirman la ausencia de significatividad de la variable cash-flow al incorporarse como explicativa conjuntamente con la "q real".

¹²⁴ Corresponde con la ecuación 3.5, en la que se sustituye el valor de λ_t por $-\frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t}$, tal y como se

deriva de la condición de primer orden recogida por la expresión 6.

¹²⁵ Dichas alternativas consisten generalmente en la imposición de restricciones de no negatividad a la inversión, caso de la denominada inversión irreversible, o de costes fijos asociados a la decisión de invertir o desinvertir. La formulación general de las funciones de coste no estrictamente convexas suele responder a la siguiente formulación general (Böhm y Funke, 1999)

$$C(I_t) = \begin{cases} a + b_1 I + \gamma_1 I^\beta & \text{si } I > 0 \\ 0 & \text{si } I = 0 \\ a + b_2 I + \gamma_2 |I|^\beta & \text{si } I < 0 \end{cases}$$

Como señala Caballero (1991), un valor de $\gamma_2 = \infty$ y $\beta \geq 1$ equivaldría al caso de inversión irreversible.

¹²⁶ La existencia de selección adversa en los mercados de segunda mano derivaría en una irreversibilidad parcial de la inversión, dado que la venta de "segunda mano" del capital solo generaría una parte de su coste inicial (descontada la depreciación), generando la desinversión una pérdida parcial no recuperable.

bursátil de la empresa como medida de los flujos futuros de beneficio, supone aceptar implícita o explícitamente la no eficiencia de los mercados de capitales y la imperfección de los precios formados en dichos mercados.

Igualmente algunas de las desviaciones propuestas suponen, para el planteamiento analítico del modelo, ligeras variaciones, que en algunos casos alteran el comportamiento cualitativo del mismo, introduciendo dinámicas más interesantes. Este es el caso, por ejemplo, de la no linealidad en la inversión introducida por la inclusión de costes de ajustes de la inversión no estrictamente convexos en situaciones de incertidumbre sobre el precio de venta de la producción. A fin de mostrar estas "variaciones" cualitativas en los resultados del modelo q de inversión, seguiremos el modelo desarrollado por Caballero (1991), recogido también por Böhm y Funke (1999) ¹²⁷.

Asumamos una empresa que elabora un producto cuya función de demanda, de tipo isoelástico, responde a la siguiente expresión:

$$P_t = Q_t^{(1-\psi)/\psi} Z_t$$

Donde $\psi \geq 1$ es un parámetro que mide el poder de mercado de la empresa, siendo igual a 1 en condiciones de competencia perfecta. P_t y Q_t son el precio y la cantidad, respectivamente, del bien producido por la empresa y Z_t es un término estocástico que responde a un paseo aleatorio en logaritmos (con una perturbación aleatoria ε_t distribuyéndose como una normal de media $\mu - \sigma^2/2$ y varianza σ^2). $Z_t = Z_{t-1} \exp(\varepsilon_t)$

La función de producción de la empresa es de tipo Cobb-Douglas, con dos factores de producción, trabajo (L_t) y capital (K_t), respondiendo a la expresión $Q_t = (AL_t^\alpha K_t^{1-\alpha})^\gamma$, con A representando un parámetro de escala, L el factor trabajo, K el factor capital, α la participación del factor trabajo y γ un parámetro que recoge los rendimientos a escala de la función de producción. Así, el caso en que $\gamma=1$, correspondería con rendimientos constantes de escala.

Tal y como señalan Abel y Eberly (1994), estas consideraciones ya son tenidas en cuenta por Arrow en 1968: "From a realistic point of view, there will be many situations in which the sale of capital good cannot be accomplished at the same price as their purchase." (K.J. Arrow. Optimal capital policy with irreversible investment. 1968. Obra citada en Abel y Eberly 1996).

¹²⁷ La decisión de utilizar la versión presentada por Caballero (1991) se debe en exclusiva a que el planteamiento se realiza de forma discreta (horizonte temporal discreto). Otras versiones similares en el caso continuo, son, por ejemplo, las propuestas por Abel y Eberly (1994) o Dixit y Pindyck (1994).

En sentido más estricto, la finalidad de los trabajos de Caballero (1991) y Böhm y Funke (1999) consiste en el análisis de la influencia de la incertidumbre (medida a través de la varianza de la perturbación aleatoria que afecta al proceso estocástico seguido por el precio de venta del producto) sobre la inversión. A pesar de tan aparente desviación respecto al tema tratado en este apartado, los resultados intermedios que obtiene permiten mostrar el efecto de los costes de ajuste sobre el comportamiento óptimo de la empresa.

El beneficio de la empresa, por tanto, es función de la producción, de su poder de mercado en caso de existir, de la dotación factorial y de un elemento aleatorio, junto con los costes asociados al factor trabajo y a los costes de ajuste del stock de capital. En el caso de que el factor trabajo pueda ajustarse sin coste, puede expresarse la función de beneficio en función de variables distintas a la dotación de factor trabajo, asumiendo que aquel se ajusta de forma óptima en cada momento temporal ¹²⁸.

La función de beneficio de la empresa puede definirse como:

$$\Pi(K_t, L_t, I_t, Z_t) = P_t Q_t - w_t L_t - C(I_t)$$

función que particularizada para los supuestos establecidos sobre la función de demanda y de producción se re-escribiría como:

$$\begin{aligned}\Pi(K_t, L_t, I_t, Z_t) &= Q_t^{(1-\psi)/\psi} Z_t Q_t - w_t L_t - C(I_t) = Q_t^{1/\psi} Z_t - w_t L_t - C(I_t) \\ \Pi(K_t, L_t, I_t, Z_t) &= Z_t (A L_t^\alpha K_t^{1-\alpha})^{1/\psi} - w_t L_t - C(I_t)\end{aligned}$$

Los costes de ajuste del stock de capital se comportan conforme a la expresión (Böhm y Funke, 1999).

$$C(I_t) = \begin{cases} a + b_1 I + \gamma_1 I^\beta & \text{si } I > 0 \\ 0 & \text{si } I = 0 \\ a + b_2 I + \gamma_2 |I|^\beta & \text{si } I < 0 \end{cases}$$

Donde a representa el importe de los costes fijos en que incurre la empresa cuando decide incrementar o disminuir el stock de capital, b_1 y b_2 el precio del capital, bien de adquisición o valor unitario de enajenación, y γ_1 y γ_2 recogen el coste de ajuste del stock de capital. Esta representación de los costes ligados a la inversión puede simplificarse (Caballero, 1991) según:

$$C(I_t) = I + [I > 0] \gamma_1 I^\beta + [I < 0] \gamma_2 |I|^\beta$$

Expresión en la que el precio del capital se ha igualado a la unidad y los parámetros cumplen $\beta \geq 1$; $\gamma_1 \geq 0$; $\gamma_2 \geq 0$. En esta formulación la irreversibilidad de la inversión correspondería al caso en que $\gamma_2 = \infty$, es decir, la desinversión lleva acarreada un coste infinito o lo que es lo mismo, resulta antieconómico reducir el stock de capital existente.

¹²⁸ El mismo razonamiento resultaría aplicable a otros factores productivos que se incluyan en la función de producción y que cumplan las condiciones de ausencia de costes de ajuste.

Si asumimos que el factor trabajo se ajusta de forma óptima y sin coste en cada momento temporal, al comportarse de forma óptima la empresa maximizando su beneficio, ha de cumplirse que:

$$\frac{\delta \Pi(K_t, L_t, I_t, Z_t)}{\delta L_t} = 0 = Z_t \frac{\gamma}{\psi} (AL_t^\alpha K_t^{1-\alpha})^{(\gamma/\psi)-1} \alpha (AL_t^{1-\alpha} K_t^{1-\alpha}) - w_t;$$

De donde se deduce que,

$$\begin{aligned} Z_t \frac{\gamma}{\psi} (AL_t^\alpha K_t^{1-\alpha})^{(\gamma/\psi)-1} \alpha \frac{(AL_t^\alpha K_t^{1-\alpha})}{L_t} - w_t &= Z_t \alpha \frac{\gamma}{\psi} \frac{(AL_t^\alpha K_t^{1-\alpha})^{(\gamma/\psi)}}{(AL_t^\alpha K_t^{1-\alpha})} \frac{(AL_t^\alpha K_t^{1-\alpha})}{L_t} - w_t \\ Z_t \alpha \frac{\gamma}{\psi} \frac{(AL_t^\alpha K_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi}}{L_t} - w_t &= 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Despejando en esta expresión la cantidad de trabajo que maximiza el beneficio obtendríamos:

$$L_t^* = \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} Z_t (AK_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} \quad (3.14)^{129}$$

Reemplazando la ecuación 3.14 en la función de beneficio obtendríamos:

$$\Pi(K_t, L_t, I_t, Z_t) = Z_t (AL_t^\alpha K_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi} - w_t L_t - C(I_t) = Z_t (AK_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi} L_t^{\alpha\gamma/\psi} - w_t L_t - C(I_t);$$

De donde, efectuando sustituciones y simplificando, se llegaría a:

$$\Pi(K_t, I_t, Z_t) = h Z_t^\eta K_t^\mu - C(I_t) \quad (3.15)^{130}$$

¹²⁹ Los pasos intermedios han sido

$$Z_t \alpha \frac{\gamma}{\psi} \frac{(AL_t^\alpha K_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi}}{L_t} - w_t = 0, \text{ de donde se obtiene, } L_t^{\frac{\alpha\gamma}{\psi}-1} = \frac{w_t}{Z_t (AK_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi}} \left(\alpha \frac{\gamma}{\psi} \right)^{-1}, \text{ y de ésta}$$

se llega a la expresión, $L_t^{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}} = \frac{Z_t (AK_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi}}{w_t} \left(\alpha \frac{\gamma}{\psi} \right)$, de la que se obtiene directamente el resultado

presentado.

¹³⁰ Los pasos intermedios, han sido:

La ecuación 3.15 representa de forma compacta la relación que vincula el stock de capital de la empresa y el beneficio obtenido por la misma, asumiendo que el factor trabajo se ajusta de forma óptima.

El objetivo de la empresa consiste en la maximización de la ecuación 3.15, asumiendo la restricción de acumulación del stock de capital sujeto a depreciación. Este problema de programación dinámica también puede expresarse conforme a la siguiente ecuación de Bellman, asumiendo que el factor de descuento del valor de continuación es $\beta = \frac{1}{1+i}$, siendo i la rentabilidad mínima exigida a la empresa.

$$V_i(K_{t-1}, Z_t) = \text{Max}_{I_t} \left\{ \Pi_t(K_t, I_t, Z_t) + \frac{1}{1+i} E_t[V_{t+1}(K_t, Z_t)] \right\} \quad (3.16)$$

La maximización de la ecuación de Bellman, respecto a la inversión, I_t , está sujeta a la restricción de acumulación del capital $K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t$, con $Z_t = Z_{t-1} \exp(\varepsilon_t)$ y una función de beneficio definida como:

$$\begin{aligned} \Pi(K_t, I_t, Z_t) &= Z_t (AK_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi} \left[\left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} Z_t (AK_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} \right]^{\frac{\alpha\gamma}{\psi}} - w_t \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} Z_t (AK_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} - C(I_t) \\ \Pi(K_t, I_t, Z_t) &= Z_t (AK_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi} \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} Z_t (AK_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi} \right)^{\frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} - w_t \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} Z_t (AK_t^{1-\alpha})^{\gamma/\psi} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} - C(I_t) = \\ &= Z_t^{1+\frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} A^{\frac{\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} A^{\frac{(\gamma/\psi)(\frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma})}{\psi-1-\alpha\gamma}} K_t^{\frac{(1-\alpha)\gamma}{\psi}} K_t^{\frac{(1-\alpha)\gamma}{\psi} \frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} \right)^{\frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} - w_t \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} Z_t^{\frac{1}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} A^{\frac{(\gamma/\psi)}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} K_t^{\frac{(1-\alpha)\gamma}{\psi} \frac{1}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} - C(I_t) \\ \Pi(K_t, I_t, Z_t) &= Z_t^{1+\frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} A^{\frac{\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} A^{\frac{(\gamma/\psi)(\frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma})}{\psi-1-\alpha\gamma}} K_t^{\frac{(1-\alpha)\gamma}{\psi}} K_t^{\frac{(1-\alpha)\gamma}{\psi} \frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} \right)^{\frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} \\ &\quad - w_t \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} \right)^{\frac{1}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} Z_t^{\frac{1}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} A^{\frac{(\gamma/\psi)}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} K_t^{\frac{(1-\alpha)\gamma}{\psi} \frac{1}{1-\frac{\alpha\gamma}{\psi}}} - C(I_t) = \\ &= Z_t^{\frac{\psi}{\psi-1-\alpha\gamma}} A^{\frac{\gamma\alpha\gamma}{\psi(\psi-1-\alpha\gamma)}} K_t^{\frac{(1-\alpha)\gamma}{\psi} \frac{(1-\alpha)\gamma}{\psi} \frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} \right)^{\frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} - w_t \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} \right)^{\frac{\psi}{\psi-1-\alpha\gamma}} Z_t^{\frac{\psi}{\psi-1-\alpha\gamma}} A^{\frac{(\gamma/\psi)\psi}{\psi-1-\alpha\gamma}} K_t^{\frac{(1-\alpha)\gamma}{\psi} \frac{\psi}{\psi-1-\alpha\gamma}} - C(I_t) = \\ &= Z_t^{\frac{\psi}{\psi-1-\alpha\gamma}} K_t^{\frac{(1-\alpha)\gamma}{\psi} \frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} \left[A^{\frac{\gamma\alpha\gamma}{\psi(\psi-1-\alpha\gamma)}} \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} \right)^{\frac{\alpha\gamma}{\psi-1-\alpha\gamma}} - w_t \left(\alpha \frac{\gamma}{w_t \psi} \right)^{\frac{\psi}{\psi-1-\alpha\gamma}} A^{\frac{(\gamma/\psi)\psi}{\psi-1-\alpha\gamma}} \right] - C(I_t) \end{aligned}$$

Donde agrupando términos se llegaría a la ecuación 3.15.

$$\Pi(K_t, I_t, Z_t) = hZ_t^\eta K_t^\mu - (I_t > 0) * (a + b_1 I_t + \gamma_1 I_t^\beta) - (I_t < 0) * (a + b_2 I_t + \gamma_2 |I_t|^\beta)$$

La condición de primer orden para el problema de optimización es:

$$\frac{\partial V_t}{\partial I_t} = 0 = \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} \frac{\partial K_t}{\partial I_t} + \frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} + \frac{1}{1+i} E_t \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_t} \frac{\partial K_t}{\partial I_t}$$

Que, dadas las expresiones anteriores, se expresaría como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_t}{\partial I_t} = 0 &= h\mu Z_t^\eta K_t^{\mu-1} - (I_t > 0)(b_1 + \gamma_1 \beta I_t^{\beta-1}) - (I_t < 0)(b_2 + \gamma_2 \beta |I_t|^{\beta-1}) + \frac{1}{1+i} E_t \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_t} \\ h\mu Z_t^\eta K_t^{\mu-1} - (I_t > 0)(b_1 + \gamma_1 \beta I_t^{\beta-1}) - (I_t < 0)(b_2 + \gamma_2 \beta |I_t|^{\beta-1}) &= -\frac{1}{1+i} E_t \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_t} \quad (3.17) \end{aligned}$$

Con:

$$\frac{\partial V_t}{\partial K_{t-1}} = h\mu Z_t^\eta K_t^{\mu-1} (1-\delta) + \frac{1}{1+i} E_t \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_t} (1-\delta) \quad (3.18)$$

Asumiendo rendimientos constantes de escala ($\gamma=1$) y competencia perfecta ($\psi=1$), el parámetro μ se hace idéntico a la unidad, con lo que 3.18 se convierte en :

$$\frac{\partial V_t}{\partial K_{t-1}} = hZ_t^\eta (1-\delta) + \frac{1}{1+i} E_t \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_t} (1-\delta)$$

O alternativamente:

$$\frac{1}{1+i} E_t \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_t} = \frac{1}{(1-\delta)} \frac{\partial V_t}{\partial K_{t-1}} - hZ_t^\eta$$

Sustituyendo en 3.17, la expresión resultante es:

$$(I_t > 0)(b_1 + \gamma_1 \beta I_t^{\beta-1}) + (I_t < 0)(b_2 + \gamma_2 \beta |I_t|^{\beta-1}) = \frac{1}{1-\delta} \frac{\partial V_t}{\partial K_{t-1}}$$

De donde, haciendo $\lambda_t = \frac{1}{1-\delta} \frac{\partial V_t}{\partial K_{t-1}}$, obtendríamos:

$$(I_t > 0)(b_1 + \gamma_1 \beta I_t^{\beta-1}) + (I_t < 0)(b_2 + \gamma_2 \beta |I_t|^{\beta-1}) = \lambda_t$$

O alternativamente

$$I_t = \begin{cases} \left(\frac{\lambda_t - b_1}{\gamma_1 \beta} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} & \text{si } I_t > 0 \text{ ó } \lambda_t > b_1 \\ 0 & \text{si } b_2 < \lambda_t < b_1 \\ \left(\frac{\lambda_t - b_2}{\gamma_2 \beta} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} & \text{si } I_t < 0 \text{ ó } \lambda_t < b_2 \end{cases} \quad (3.19) \quad 131$$

Donde en base a las anteriores resultados, tendremos:

$$\lambda_t = hZ_t^\eta + \frac{1-\delta}{1+i} E_t \lambda_{t+1} \quad (3.20)$$

La estructura de la ecuación 3.19 recoge las peculiaridades básicas introducidas en el modelo neoclásico de inversión al considerar costes de ajuste no convexos. La inversión presenta distintos regímenes en función del valor sombra del capital, pudiendo ser nula en el caso de que λ_t no supere el valor de los umbrales b_1 y b_2 . Este resultado se traduce en que en determinadas ocasiones y a pesar de que la variación en el capital instalado de la empresa presente un valor sombra positivo, la inversión o desinversión sólo se producirá si dicho valor sombra excede los costes de ajuste del equipamiento.

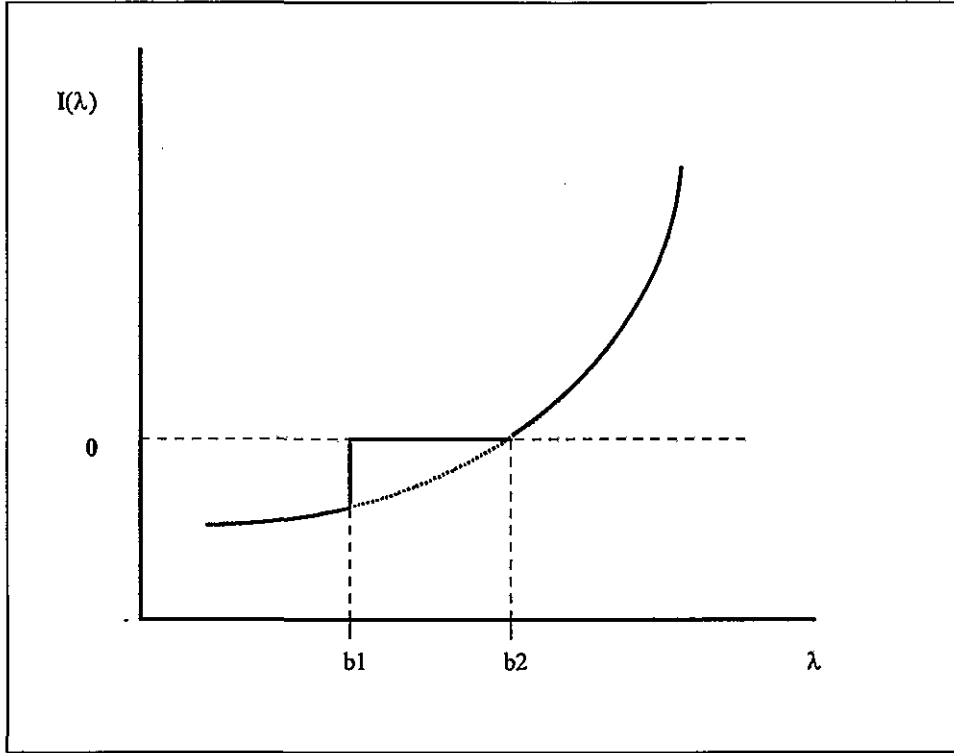
Resultados similares obtienen Abel y Eberly (1996) al analizar las decisiones óptimas de inversión de la empresas en condiciones de reversibilidad con coste. Dicha situación se presenta cuando la empresa no puede recuperar totalmente el precio que supuso su adquisición, con la venta del equipo instalado. En estas condiciones, el comportamiento óptimo de la empresa varía en función de que el valor sombra del capital, supere o no determinados umbrales, de manera similar a la presentada anteriormente. Abel y Eberly (1996) muestran cómo la "segmentación" del comportamiento óptimo en relación al valor sombra del capital, se reproduce al considerar el coste de uso del capital según la terminología de Jorgenson¹³², el cual depende del tipo de interés, depreciación del capital, de la variación (esperada) del precio del capital, y en este caso de forma adicional, del diferencial entre precio de adquisición y precio de venta del capital. El comportamiento óptimo de la empresa consiste en invertir (desinvertir) cuando el precio

¹³¹ Böhm y Funke (1999) y Caballero (1991) desarrollan aún más este resultado.

¹³² Modelo desarrollado previamente, el cual corresponde a una situación en la que no existen costes de ajuste de la inversión ni problemas de irreversibilidad total o parcial de la inversión.

sombra del capital exceda (descienda por debajo de) el coste de uso relevante para la compra (venta) de capital.

Figura 24 .-Regímenes de inversión en función de $\lambda_t = \frac{1}{1-\delta} \frac{\partial V_t}{\partial K_{t-1}}$

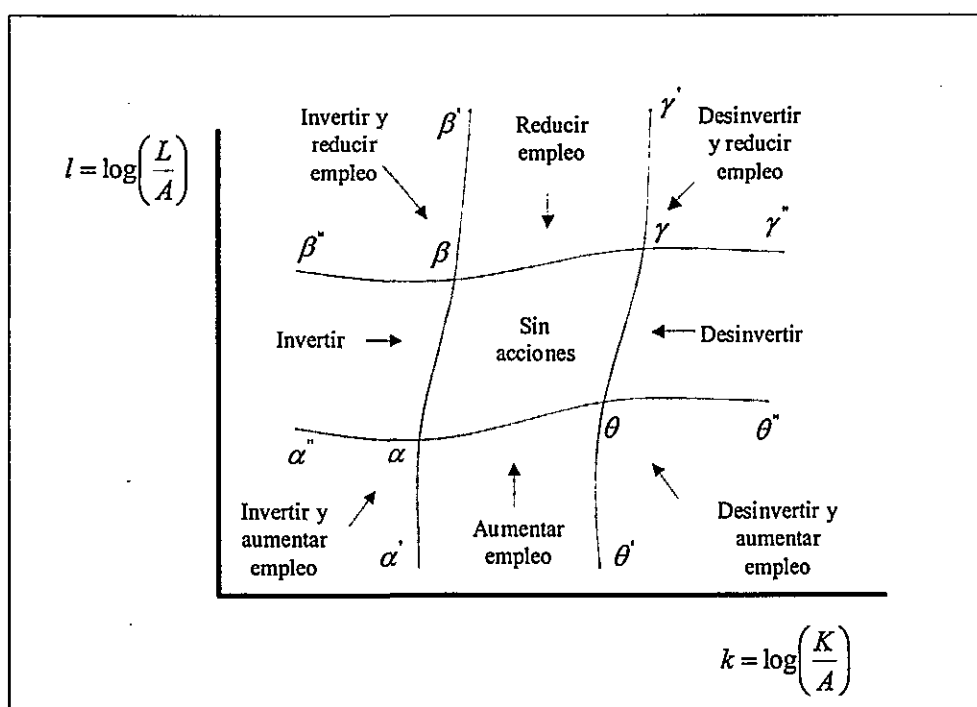


Dixit (1997) amplía el análisis de la influencia de los costes de ajuste en las decisiones relativas a las dotaciones óptimas de factores productivos al caso de dos factores. Dixit (1997) considera que tanto el ajuste del stock de capital como del factor trabajo empleado en la producción están sujetos a costes de ajuste de distinta naturaleza (contratación, formación, despido, construcción, instalación, etc.), lo que influye en la capacidad y "velocidad" de ajuste de las dotaciones factoriales¹³³.

¹³³ Dixit (1997) alerta sobre las similitudes que el lector pueda establecer entre su análisis y el estudio clásico marshalliano de la producción, en el cual se distingue el largo y corto plazo en función de la capacidad que tiene la empresa de modificar un factor u otro sin coste, asumiéndose normalmente que el factor trabajo puede ajustarse sin coste en el corto plazo y el capital sólo puede ajustarse en el largo plazo, de modo que un factor, usualmente el trabajo, puede alterarse mientras que el otro se mantiene fijo. Dixit (1997) apunta que dicha secuencia de ajuste no puede asumirse como dada, sino que ha de determinarse

Las conclusiones de Dixit (1997) son similares al caso analizado de existencia de costes de ajuste en uno sólo de los factores productivos. Dichas similitudes se refieren a la existencia de umbrales en los que la decisión de modificar la dotación factorial se toma o no, pudiendo presentarse sintéticamente las políticas de decisión óptimas en una plano bidimensional (Dixit, 1997, página 6).

Figura 25.- Segmentación del espacio de decisiones.



La solución obtenida por Dixit(1997) se resume en la figura 25, en la que se recogen las variables l y k , definidas como ratios entre la cantidad de factor trabajo y capital, respectivamente, y una variable aleatoria que afecta a la producción de la empresa¹³⁴. Como se puede observar, la política de decisión óptima de la empresa en presencia de costes de ajuste, presenta un área, delimitada por α , β , γ y θ , en la que la mejor decisión es precisamente no

de forma endógena cuando existan costes de ajuste, pudiendo alterarse uno u otro o incluso ambos o ninguno en función de las aportaciones de tales decisiones al beneficio.

¹³⁴ La función de producción definida por Dixit es $F(K,L,A)=A^\alpha K^\beta L^\gamma$, donde $\alpha+\beta+\gamma=1$.

hacer nada, es decir, los beneficios derivados de la alteración de las dotaciones de un factor o de ambos factores no supera los costes en los que incurrirá la empresa.

La configuración de las distintas decisiones introduce dinámicas microeconómicas muy variadas en función de la flexibilidad relativa de los factores (medida en función de los costes de ajuste de uno y otro factor), beneficios marginales y las características de la perturbación aleatoria. Asimismo, cambios sustanciales de las condiciones del modelo (innovación tecnológica, cambios institucionales que afecten a la flexibilidad de la plantilla laboral, ...) pueden alterar la disposición espacial del área de inactividad¹³⁵, e incluso situar el marco de decisión en los cuadrantes superior izquierdo e inferior derecho, los cuales incorporan decisiones que pueden parecer "contradictorias", como por ejemplo, liquidar parte del capital e incrementar la plantilla de trabajadores.

En definitiva, la literatura existente en torno al efecto de los costes de ajuste no convexos sobre la inversión, apunta a que dichos costes introducen "umbrales de respuesta" frente a variaciones en el precio sombra del capital o de la q marginal, de modo que movimientos de la q marginal en el entorno delimitado por los umbrales no generan alteraciones en la inversión o el capital deseado. Este comportamiento puede proporcionar soporte teórico a determinadas "anomalías" empíricas interpretadas a la luz del modelo neoclásico "jorgensoniano" de inversión. Dichas anomalías, extraídas de Bond y Van Reenen (2002) que mencionan los trabajos de Doms y Dunne (1994), Anti Nilsen y Schiantarelli (1998), ilustran el fenómeno de la "discontinuidad" de los períodos de inversión.

A partir de la base de datos LRD (Longitudinal Research Database) integrada por datos de empresas (plantas) norteamericanas, se comprueba que más de la mitad de las empresas registran en un año concreto incrementos del stock de capital superiores al 35%, produciéndose los dos mayores "picos" de inversión en años consecutivos. En el caso de los datos utilizados por Anti Nilsen y Schiantarelli (1998) de empresas noruegas, se comprueba asimismo, que el 30% de empresas (plantas) registra una inversión nula en un año medio, aunque dicho porcentaje se reduce al 6% cuando se trata de plantas principales de producción o empresas con varias plantas.

Caballero et al. (1995) destacan, también con datos de la LRD, una importante asimetría y curtosis en el histograma del ratio de inversión estandarizado ¹³⁶ lo que puede apuntar hacia la existencia de costes de ajuste no convexos, dado que la curtosis (distribución platocúrtica)

¹³⁵ Una mayor flexibilidad relativa del trabajo, implicaría que los límites de inactividad en relación al capital estarían más alejados que las correspondientes al trabajo, con lo que el área tendría un aspecto más "rectangular" (lo de rectangular no ha de interpretarse en sentido estricto, dado que los límites del área de inactividad no son líneas rectas), con una base de mayor longitud que su altura. En caso de mayor flexibilidad relativa del factor capital, la altura del "rectángulo" presentará mayor longitud que la altura.

¹³⁶ Caballero et al. (1995) definen el ratio de inversión sobre capital estandarizado como la diferencia entre el dato original y la media de la planta, dividida dicha diferencia por la desviación típica del ratio de inversión (período 1972-1988).

indica la existencia de "colas planas" en la distribución reflejando la existencia de bastantes períodos con ajustes importantes del stock de capital.

En otro aspecto relativo a la inversión, Chatelain et al. (2001) en su caracterización de la inversión empresarial en Alemania, Francia, Italia y España, solo encuentran valores negativos del ratio de inversión en España, lo cual es compatible con la existencia de costes irre recuperables de la inversión que desemboquen en irreversibilidad de la inversión, aunque también son posibles otras interpretaciones.

El carácter intermitente y "explosivo" de la inversión y la infrecuencia de los períodos de desinversión resultan "extraños" al adoptar un enfoque "jorgensoniano" de la inversión de ajuste inmediato del equipo instalado frente a alteraciones en el coste de uso del capital o de la productividad marginal. Frente a la consideración estática de la inversión de Jorgenson, en colisión directa con los datos observados, la introducción de fricciones sobre el ajuste del equipo instalado permite dotar de dinamicidad a la inversión, dado que el ajuste instantáneo resultará incompatible con la optimalidad de la decisión de invertir.

Conforme reconocen Abel y Eberly (1994), la literatura relativa a los costes de ajuste recogió originalmente funciones de costes estrictamente convexas (con un valor de cero para una inversión nula), cuya traslación a las decisiones de inversión suponía relaciones funcionales similares a la recogida por la ecuación 3.12. Este tipo de relaciones, tal y como demostró Hayashi (1982), bajo condiciones de competencia perfecta y funciones de beneficio homogénea de grado uno permitía obtener ecuaciones de inversión basadas en la q de Tobin, estableciendo este autor una relación directa, y suficiente¹³⁷, entre la q media y la inversión. Dicha relación, como se ha detallado, colisiona en ocasiones frontalmente con los datos, potenciando explicaciones alternativas a la inversión, tales como la suposición de costes de ajuste no convexos (irreversibilidad de la inversión, costes fijos en la inversión con independencia del volumen invertido,...). La presencia de dichos costes supone que las decisiones óptimas de inversión no sólo están condicionadas a las alteraciones en la q marginal o beneficios futuros esperados por la inversión, sino que además tales beneficios han de superar determinados umbrales, dado que en caso contrario no se producirá tal inversión¹³⁸.

Aún cuando estas modificaciones amplían la posible dinámica de la inversión, introduciendo incluso no-linealidades, la literatura económica recoge otras alternativas a las puramente vinculadas a los costes de ajuste, las cuales presentan incluso mejores resultados empíricos, como puede ser el caso de modelos "ad hoc" que otorgan mayor peso a los fondos internos como variable explicativa de la inversión.

¹³⁷ Suficiente, dado que el modelo q de Tobin (ecuación 14) tan sólo requiere como variable explicativa dicha q .

¹³⁸ Esta idea también es recogida por la Escuela Austríaca.

Nuevamente el pobre "ajuste" econométrico ha incentivado la búsqueda de explicaciones alternativas o al menos la búsqueda de elementos que depuren los pobres resultados de un modelo. Algunas vías han ido encaminadas a la delimitación del objeto de estudio, tanto en relación a la unidad de estudio (sector, empresa, planta,..) como en relación al período de análisis¹³⁹. Estos estudios parecen apuntar la necesidad de reconocer factores relativos a las restricciones financieras a las que se enfrenta la empresa, al ponerse de manifiesto que la inversión responde de diferente forma a los fundamentos "neoclásicos" en función de situaciones indicativas de presencia de restricciones de fondos, tales como el reparto o no de dividendos, el pago de intereses más elevados, etc.

En otros casos el acento se ha puesto sobre las características de la función de beneficio, en especial en cómo afectan al beneficio las modificaciones de las variables sujetas a perturbaciones de carácter aleatorio, combinando este efecto "incertidumbre" con situaciones de irreversibilidad total o parcial de la inversión. Este aspecto será tratado con más detalle en el apartado siguiente, y como se comprobará, aunque los resultados relativos al comportamiento óptimo de la inversión son similares a los obtenidos en el modelo de inversión con costes de ajuste no convexos, el origen de los umbrales reside en la valoración de las opciones de "espera" y "liquidación" del capital en conjunción con el beneficio esperado de la inversión. Como se podrá comprobar, este punto de vista alternativo de análisis de la inversión enriquece notablemente el análisis teórico de las decisiones de inversión.

3.3.-INVERSIÓN IRREVERSIBLE E INCERTIDUMBRE

La introducción de costes de ajuste en la inversión, convexos y no estrictamente convexos, introduce notables variaciones cualitativas en cuanto a la determinación de la inversión óptima, en relación al modelo neoclásico de ajuste inmediato de Jorgenson. Dichas modificaciones permiten dotar de una justificación teórica a la posible existencia de períodos de inversión nula, lo cual constituye uno de los principales puntos fuertes de estos modelos. Un caso particular de costes de ajuste que resulta sumamente interesante, corresponde con el caso de la inversión irreversible en situaciones de incertidumbre. Este caso puede suponer una alternativa teórica factible a los costes de ajuste de la inversión como posible explicación a la dinámica observada en la acumulación de capital.

Como se tendrá ocasión de comprobar, la incertidumbre con irreversibilidad presenta resultados cualitativos similares a los derivados de la existencia de costes de ajuste no convexos, resultados que por sí solos podrían justificar esta propuesta teórica alternativa que presta

¹³⁹ El trabajo de Cummins et al. (1994) es un claro exponente de una delimitación temporal del análisis, al considerar los períodos de reformas impositivas como "experimentos naturales para evaluar la respuesta de la inversión a los fundamentos que afectan al rendimiento neto de la misma" (Cummins et al. 1994, Página 4)

soporte teórico a los procesos de inversión "intermitentes" aludidos previamente. De forma adicional, tal y como señalan algunos autores, entre ellos Bertola y Caballero (1994), frente a lo criticable de una explicación de la dinámica de inversión únicamente basada en costes de ajuste convexos, la incertidumbre e irreversibilidad suponen una explicación teórica más elaborada, que aporta nuevas vías de comprensión a la dinámica inversora de las empresas.

El efecto de la incertidumbre sobre la inversión ha sido reconocido por numerosos autores, entre ellos como no, Keynes, autor de la cita reproducida en el comienzo de este capítulo. Este reconocimiento ha coexistido durante mucho tiempo con la creencia generalizada de que el signo del efecto de la incertidumbre sobre la inversión es "naturalmente" negativo, sucediéndose trabajos en los que se perfilan mecanismos por los que la mayor incertidumbre genera una menor inversión. Por ejemplo Bernanke (1983) establece tal relación basándose en el valor que tiene la opción de "esperar" en situaciones de inversión irreversible con incertidumbre, dado que posponiendo la decisión de invertir se "aprende", en una óptica bayesiana, sobre los parámetros de la distribución de probabilidad de los rendimientos del capital. La incertidumbre, según Bernanke, se plasmaría en cambios en los parámetros de la función de distribución, de periodicidad variable, de forma que "en la primeras fases del proceso de aprendizaje, esperar nueva información es una opción con valor, por lo que la inversión tiende a posponerse" (Bernanke, 1983, página 95). Conforme detalla este autor, inusuales resultados, hacen que los inversores "sospechen" de un cambio en la distribución de probabilidad de los ingresos. Si tales cambios son infrecuentes, resultará beneficioso diferir la inversión y "aprender" sobre la nueva distribución, dada la irreversibilidad de dicha inversión. En tales situaciones, la incertidumbre, en el sentido señalado por Bernanke, genera una reducción (un aplazamiento) de la inversión.

A pesar de la creencia generalizada de que la mayor incertidumbre genera una reducción en la inversión, los planteamientos teóricos actuales son ambiguos. Dicha ambigüedad descansa en la adecuada delimitación de la incertidumbre y en la forma que ésta se traslada a los ingresos o costes de la empresa. Estas concreciones suelen plasmarse en divergencias en la forma de los rendimientos marginales del capital en relación a alguna perturbación aleatoria, cuya varianza se asocia a una medida de incertidumbre, lo cual a su vez afecta al modo en que la incertidumbre afecta a la inversión. Así, Leahy y Whited, (1995) ¹⁴⁰ señalan que en el caso de que la función de rendimientos marginales del capital fuese cóncava respecto a la perturbación, un incremento en la varianza de dicha perturbación reduciría el incentivo a invertir, y por el contrario, si los rendimientos marginales del capital son convexos

¹⁴⁰ Como señalan Leahy y Whited (1995), las causas por las que el rendimiento marginal del capital puede ser convexo respecto a alguna perturbación aleatoria pueden ser múltiples. En casos como Caballero (1991) o Abel (1983) dicha convexidad surge de la mayor flexibilidad relativa del factor trabajo respecto al capital, dado que si ante una variación en los precios (en cuya formación aparece la perturbación aleatoria) el trabajo se ajusta rápidamente, se modificará el ratio capital-trabajo, provocando que el beneficio marginal del capital sea convexo respecto a la perturbación aleatoria. En cuanto a los modelos que presentan un rendimiento marginal del capital cóncavo respecto a la perturbación, Leahy y Whited (1995) señalan como los principales a aquellos que presentan irreversibilidad en la inversión.

en la perturbación aleatoria, la incertidumbre, como mayor varianza, generaría mayor inversión.

No sólo es importante la convexidad o concavidad del rendimiento marginal del capital respecto al componente aleatorio, otros elementos, tales como la irreversibilidad total o parcial de la inversión, afectan asimismo a la relación entre inversión e incertidumbre. Tal y como señala Pindyck (1993), el efecto de la incertidumbre (en este caso, incertidumbre sobre los precios de los productos fabricados por una empresa o sobre los costes de los factores utilizados) tiene un doble efecto sobre la inversión. De una parte, la incertidumbre puede incrementar el valor marginal del capital¹⁴¹, lo que conduce a mayor inversión. De otra, la posible irreversibilidad de la inversión determina que la aleatoriedad genere un coste de oportunidad sobre la decisión de invertir "ahora" en relación al resultado derivado de invertir "mañana" con nueva información. Este coste de oportunidad incrementa el coste de la inversión (en relación a una situación con inversión reversible) y por lo tanto tiende a reducir ésta.

Las condiciones de irreversibilidad e incertidumbre suponen que la decisión de no invertir en el momento actual tiene valor para la empresa. De hecho, la valoración de la posibilidad de "no invertir" es similar a la que se utiliza para valorar una opción de compra, tal y como destacan Dixit y Pindyck (1994) o Bernanke (1983), quien haciendo un breve repaso histórico del concepto "valor de la opción" en situaciones de irreversibilidad, señala las similitudes existentes entre la inversión irreversible y la economía de los recursos naturales agotables.

Una opción de compra es un activo financiero que reconoce el derecho de su titular a comprar un activo subyacente (activo físico o financiero) al precio de ejercicio de dicha opción durante un plazo de tiempo estipulado. Obviamente dicho derecho tan sólo se ejerce cuando en un momento determinado previo al vencimiento¹⁴² el precio de mercado del activo subyacente resulte superior al precio de ejercicio¹⁴³, ya que en caso contrario la decisión óptima es esperar.

De igual manera sucede cuando la inversión es irreversible, ó cuando ésta carece de mercado de "segunda mano" y su precio de reventa es por tanto nulo (casos típicos son la especialización de los bienes de inversión, existencia de costes irrecuperables, información asimétrica en el mercado de segunda mano que da lugar a problemas de "selección adversa",

¹⁴¹ Para que esto se produzca es necesario que el flujo de beneficios generados por un incremento marginal del capital sea una función convexa de la perturbación aleatoria que afecta al precio del producto o al coste de los factores. Bajo estas condiciones, un incremento de la varianza de la perturbación aleatoria, sin alterar la media, incrementa el beneficio esperado derivado de una unidad marginal de capital.

¹⁴² Existen múltiples tipos de opciones. En algunos casos, el activo subyacente sólo puede adquirirse en una fecha concreta, en otros, la opción puede ejecutarse en cualquier momento comprendido entre la fecha de adquisición y el vencimiento de dicha opción. Este último caso es el que se considera en la exposición.

¹⁴³ Naturalmente, el precio de "contado" ha de ser superior al precio de ejercicio para que se ejerza dicha opción, pero además la "optimalidad" de la decisión requiere adicionalmente que el beneficio resultante de ejercer la opción de compra hoy, ha de ser no inferior al valor descontado del beneficio estimado de ejercer dicha opción en cualquier otro momento anterior al vencimiento.

etc.). En estos casos, la inversión sólo se producirá cuando los futuros beneficios derivados de la inversión superen el coste "jorgensoniano" en que incurre la empresa, en una cuantía que "puede ser sustancialmente elevada" (Bertola y Caballero, 1994, pág. 224). Tal y como se señaló en uno de los apartados previos, el modelo neoclásico de inversión establece que la inversión es positiva cuando la denominada q marginal es igual o superior a la unidad (o alternativamente cuando el precio sombra del capital excede al precio de adquisición). A diferencia del caso neoclásico, la optimalidad de la decisión de invertir bajo condiciones de irreversibilidad e incertidumbre requiere que la q marginal no sólo ha de ser superior a la unidad sino que ha de superar un determinado valor umbral q^* . La diferencia q^*-q recoge el valor de la opción de esperar, pudiendo ser bajo determinados supuestos un valor considerablemente alto, tal y como señalan Dixit y Pindyck (1994) o Bertola y Caballero (1994).

Por lo tanto, la irreversibilidad en condiciones de incertidumbre puede generar pautas de inversión, a nivel microeconómico, de carácter "intermitente", condicionadas por la superación del valor umbral q^* . Dicho valor umbral refleja, de igual modo que la q marginal, expectativas futuras sobre los beneficios generados por la inversión y de forma adicional el valor de "esperar" (Dixit y Pindyck, 1994), o el valor de la posibilidad de reducir pérdidas derivadas de sucesos "indeseados" por la incorporación de nueva información. La posibilidad de que dichas expectativas futuras estén sujetas a fuertes vaivenes abre por tanto la puerta a todo tipo de dinámicas en la inversión especialmente cuando la formación de dicha expectativas diste del patrón de "racionalidad" (paseos aleatorios, burbujas, etc.). Asimismo, la incertidumbre puede afectar a través de diferentes vías al modelo de inversión (precios de venta, precio del capital, rentabilidad exigida a la empresa,...) lo que no permite delimitar de una manera "robusta" el efecto concreto de alteraciones en las variables que afectan al modelo.

Estos condicionantes determinan, tal y como señalan entre otros Böhm y Funke (1999), que el efecto de la incertidumbre sobre la inversión sea teóricamente ambiguo, a pesar de que está ampliamente extendida la idea de que la incertidumbre reduce la inversión. Como simple ilustración de las posibilidades teóricas respecto al efecto de la incertidumbre en la inversión, se pueden citar las investigaciones de Caballero (1991) y Pindyck (1993). Caballero(1991) muestra que el efecto negativo de la incertidumbre sobre la inversión sólo se justifica en condiciones de competencia imperfecta ya que cuando la empresa se enfrenta a una función de demanda infinitamente elástica (competencia perfecta) y presenta una función de producción con rendimientos constantes de escala, la mayor incertidumbre sobre el precio genera incrementos en la inversión. Pindyck (1993) matiza este argumento, señalando que en condiciones de competencia perfecta, el efecto "negativo" de la incertidumbre sobre la inversión se produce a nivel de industria, cuando el precio y producción total se determinan de forma endógena.

Como se deduce de estos dos artículos, la adecuada delimitación del problema estudiado resulta de suma importancia en cuanto a la determinación de los efectos de la incertidumbre. Sea cual sea éste, resulta una constante, en cuanto a las decisiones óptimas de

inversión, la vinculación de dichas decisiones a la superación de umbrales que superan el criterio neoclásico de inversión. De hecho, esta característica también queda recogida en modelos con incertidumbre que permiten reversibilidad en la inversión, como el presentado por Abel et al. (1996).

En el modelo de Abel et al. (1996) se analizan las decisiones de inversión de una empresa que afronta un entorno de incertidumbre tanto en lo referente a los beneficios derivados de la inversión como en cuanto al futuro precio de venta y compra del capital. La posibilidad de que la empresa pueda revender el capital instalado, aunque el futuro precio de venta del capital pueda ser inferior al precio actual de adquisición, supone implícitamente que la empresa ha adquirido una opción de venta¹⁴⁴ (si la inversión fuera irreversible dicha opción no existiría). Si la empresa puede invertir en periodos sucesivos, bien para incrementar el equipo instalado o bien como consecuencia de la decisión de posponer la decisión, la empresa dispone, de una opción de compra, cuyo valor se verá afectado por las variaciones que pueda experimentar a futuro el precio de compra del capital. Como muestran Abel et al. (1996) estas dos opciones implícitas afectan a las decisiones óptimas de inversión, dado que los incrementos del valor de la opción de venta proporcionan mayores incentivos para la inversión, mientras que los incrementos de valor de la opción de compra la desincentivan, de forma que cuando simultáneamente se incrementa el valor de ambas opciones, el efecto neto puede ser ambiguo¹⁴⁵, como se podrá comprobar a continuación.

Siguiendo a Abel et al. (1996) asumamos una empresa que planifica sus decisiones de inversión en dos periodos, el segundo de los cuales está afectado de incertidumbre sobre los beneficios y sobre el precio de compra y de reventa del capital, asumiéndose por lo tanto que la empresa puede incrementar el equipo instalado en el segundo periodo o liquidar parte a precios que no se conocen con certeza en el momento inicial. El objetivo de la empresa es, por supuesto, determinar el equipo óptimo, entendiendo como tal aquel que maximiza el beneficio esperado en los dos periodos, es decir, la empresa plantea la maximización de:

$$\max_K E[W(K_1)] = E[\Pi(K_1) + \Pi(K_2)] = \pi(K_1) + E[\Pi(K_2)]$$

Donde, $\pi(K_1) = r(K_1) - bK_1$, es el beneficio del período inicial e igual a la diferencia entre el ingreso¹⁴⁶ derivado del capital K_1 menos el coste de adquisición, siendo b el precio de compra

¹⁴⁴ Uno de los principales "atractivos" del artículo de Abel et al. (1996) reside en la vinculación que establecen entre la teoría neoclásica de inversión basada en la q marginal y las aproximaciones basadas en técnicas de valoración de opciones (Dixit y Pindyck).

¹⁴⁵ Abel et al. (1996) resaltan que este es el caso que se produce cuando se incrementa la incertidumbre sobre el beneficio futuro, pero dicha mayor incertidumbre no supone una modificación de la media de la perturbación aleatoria ("mean-preserving increase in spread")

¹⁴⁶ $r(K_1)$ es una función que carece de aleatoriedad. Es estrictamente creciente y estrictamente cóncava en K_1 , asimismo satisface las condiciones de Inada: $\lim_{K_1 \rightarrow 0} r'(K_1) = \infty$ y $\lim_{K_1 \rightarrow \infty} r'(K_1) = 0$.

del capital. $\Pi(K_2)$ es el beneficio del período 2, el cual es aleatorio al depender de la realización de una perturbación aleatoria, e , y de la evolución del precio del capital (reventa y adquisición), lo cual además abre el abanico de decisiones a posible reventa del equipo, adquirir más capital o no modificar el equipo instalado. El beneficio del período 2 depende de la función de ingresos $R(K, e)$ ¹⁴⁷, la cual cumple que su derivada respecto a K es estrictamente decreciente en K y estrictamente creciente en e .

Abel et al. (1996) definen dos valores críticos de la perturbación aleatoria e , según las expresiones:

$$R_K(K_1, e_L) = b_L \quad (3.21)$$

$$R_K(K_1, e_H) = b_H \quad (3.22)$$

Donde $b_H \geq b_L$ denotan los precios de compra y reventa, respectivamente, del capital en el segundo período¹⁴⁸.

En el segundo período, una vez realizada la perturbación aleatoria, e , la empresa determinará un capital óptimo K_2 , el cual dependerá del valor de e . Si el valor de la perturbación aleatoria realizada en el segundo período excede el valor umbral e_H , obtendremos que, conforme a la ecuación 3.21, $R_K(K_1, e) > b_H$. Por lo tanto, la empresa tiene incentivos para incrementar el equipo instalado, dado que el beneficio derivado de la inversión excede al coste. La inversión elevará el capital instalado hasta $K_2(e)$, de modo que se satisfaga la condición de optimalidad $R_K(K_2(e), e) = b_H$.

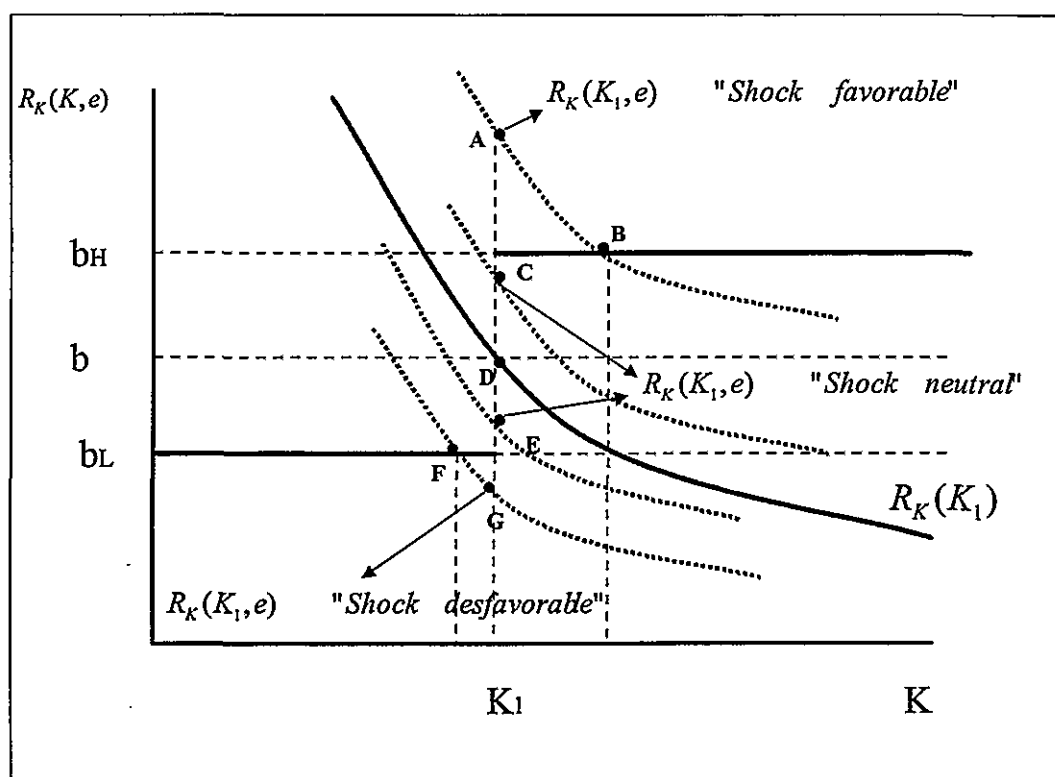
De igual modo, cuando la realización de la perturbación aleatoria resulte inferior al valor umbral e_L , la decisión óptima de la empresa consistirá en reducir el capital instalado, vendiendo capital hasta que el ingreso marginal del capital sea igual al precio de reventa, es decir, hasta que al nivel de capital $K_2(e)$ se cumpla $R_K(K_2(e), e) = b_L$. En el caso intermedio, es decir cuando el valor de la perturbación aleatoria este comprendido entre los umbrales e_L y e_H , la empresa no encontrará incentivos para modificar el equipo instalado y por tanto la inversión (ó desinversión) será nula.

¹⁴⁷ Abel et al (1996) asumen que también satisface las condiciones de Inada respecto a K . Asimismo exige que $R_K(K, e)$ sea continua y estrictamente decreciente en K , y continua y estrictamente creciente en e .

¹⁴⁸ Abel et al (1996) establecen que cuando b (precio actual del capital) este comprendido entre b_H y b_L se requerirá que el valor descontado del precio de venta en el período 2, βb_L , sea inferior a b a fin de evitar que la inversión en el periodo inicial derive a infinito, ya que en caso contrario la simple reventa del capital generaría beneficios infinitos.

Una manera de representar gráficamente el problema analizado es la reflejada en la figura 26, donde se representa el rendimiento marginal del capital en el período inicial respecto a los precios de compra y reventa así como diferentes situaciones posibles en función de la realización de la perturbación aleatoria.

Figura 26.- Escenarios posibles en el segundo período.



Si el stock de capital se ajusta, bajo una perspectiva estática, a su nivel óptimo K_1 (rendimiento marginal=precio, punto D), las posibles alternativas que se le presentan a las empresas en el segundo período están vinculadas, junto a los precios de compra y reventa, a la realización de la perturbación aleatoria integrada en la función de ingresos. Dicha realización puede ser "neutra" si el rendimiento marginal resultante no supera los umbrales delimitados por b_H y b_L , como es el caso de los puntos C y E representados en la figura. En determinadas ocasiones, la perturbación aleatoria puede generar situaciones en las que el rendimiento marginal exceda el precio de compra de más capital (punto A), lo que determina que la decisión óptima de la empresa, conocida la perturbación aleatoria, sea incrementar el stock de capital hasta que el rendimiento marginal sea igual a b_H (punto B).

Igualmente, una realización desfavorable de la perturbación aleatoria puede generar un rendimiento marginal del capital inicial inferior al precio de reventa del equipo (punto G), lo que incentiva la reducción del stock de capital, elevando el rendimiento marginal hasta el punto F. Como vemos, el rendimiento marginal del capital, y en consecuencia el beneficio, puede oscilar en un determinado rango sin generar ninguna modificación del stock de capital, dependiendo dicho rango del diferencial entre el precio de compra y reventa.

Al incluir estas características se comprende por qué la decisión óptima ha de incorporar no sólo el rendimiento del capital en el momento $t=1$, sino que ha de tener presente la mayor o menor probabilidad de que la perturbación aleatoria sea "favorable" y que por tanto incentive adquirir más capital, en cuyo caso, la decisión de adquirir más capital en $t=1$ presentaría una aportación positiva al beneficio, si el precio de compra en $t=2$ excede el precio en $t=1$. En sentido contrario, si es altamente probable una realización "desfavorable" de la perturbación aleatoria, resulta "antieconómico" acumular capital por encima del criterio estático, dado que la "reventa" o liquidación del equipo puede reportar un ingreso muy reducido si b_L es muy inferior a b . Asimismo, si la perturbación aleatoria está muy "concentrada" en torno a valores neutros, es improbable que una vez determinado el stock óptimo en $t=1$ éste se altere, con lo que la inversión resultará nula.

Si denotamos por $V(K_1)$ el valor esperado del flujo descontado (β es el factor de descuento) de ingresos de los dos períodos en los que la empresa está activa, tendremos:

$$V(K_1) = r(K_1) + \beta E[R(K_2, e)] = r(K_1) + \beta \int_{-\infty}^{\infty} R(K_2, e) dF(e)$$

Si segmentamos los límites de variación de la perturbación aleatoria conforme a los umbrales delimitados anteriormente, podemos reexpresar $V(K_1)$ conforme a:

$$V(K_1) = r(K_1) + \beta \int_{-\infty}^{e_L} R(K_2, e) dF(e) + \beta \int_{e_L}^{e_H} R(K_2, e) dF(e) + \beta \int_{e_H}^{\infty} R(K_2, e) dF(e)$$

Teniendo en cuenta las decisiones óptimas de la empresa conforme a los distintos regímenes posibles de inversión y desinversión, antes detallados, en función del valor realizado de la variable aleatoria, e , podemos establecer:

$$\begin{aligned} V(K_1) = & r(K_1) + \beta \int_{-\infty}^{e_L} [R(K_2(e), e) + b_L(K_1 - K_2(e))] dF(e) + \\ & + \beta \int_{e_L}^{e_H} R(K_1, e) dF(e) + \beta \int_{e_H}^{\infty} [R(K_2(e), e) - b_H(K_2(e) - K_1)] dF(e) \end{aligned} \quad (3.23)$$

La maximización del beneficio conduce, en el período 1, a maximizar la expresión $V(K_1) - bK_1$ respecto a la variable K_1 . La condición de primer orden de este problema de maximización, conduce a la expresión:

$$V_{K_1}(K_1) = r_{K_1}(K_1) + \beta b_L F(e_L) + \beta b_H [1 - F(e_H)] + \beta \int_{e_L}^{e_H} R_{K_1}(K_1, e) dF(e) = b \quad (3.24)^{149}$$

La condición de primer orden de optimalidad reflejada en la ecuación 3.24 permite relacionar las teorías de inversión basadas en la q marginal (ver el apartado dedicado a la teoría neoclásica de la inversión) y los métodos basados en la valoración de opciones.

Como se pudo ver anteriormente, el término $V_{K_1}(K_1)$ está relacionado con la q marginal, por lo tanto según la ecuación 3.24, el valor de la q marginal es igual al rendimiento marginal del capital, $r_{K_1}(K_1)$, más el valor esperado del rendimiento marginal del capital en el segundo período, asumiendo que en el segundo período el capital es óptimo,

$$\beta \int_{-\infty}^{\infty} R_{K_1}(K_2(e), e) dF(e).$$

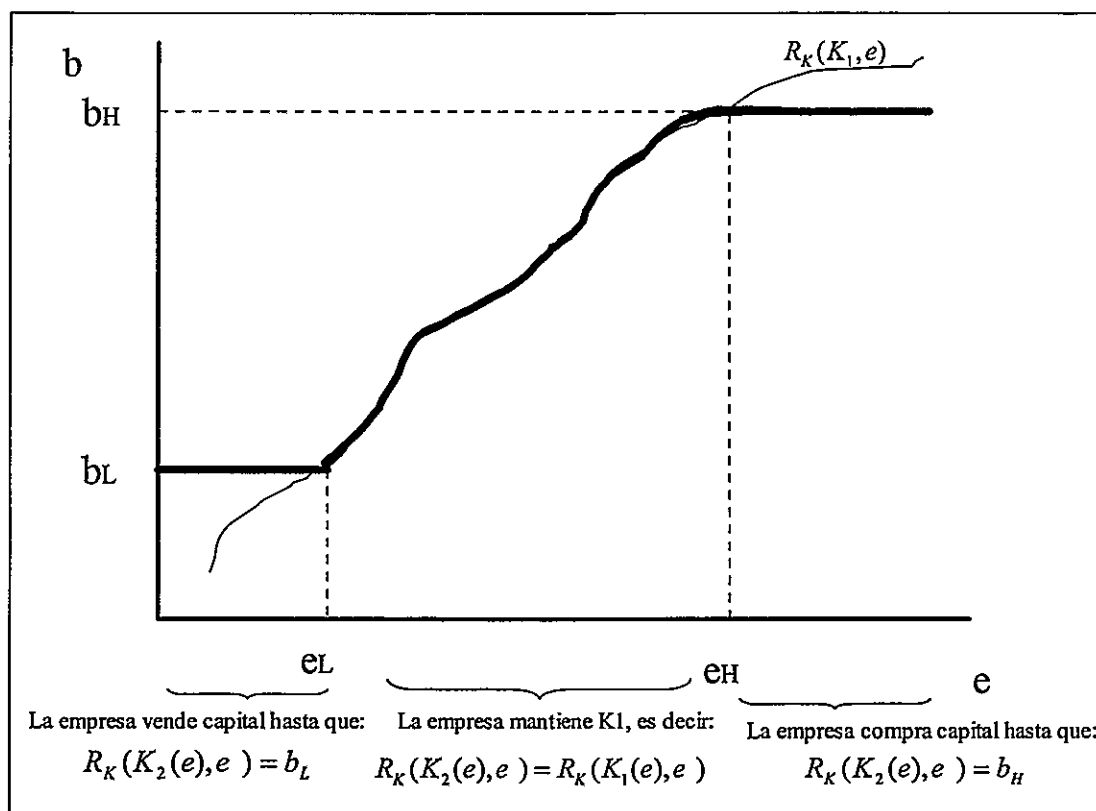
Como se ha descrito previamente, el rendimiento marginal del capital del segundo período cuando el capital es óptimo, depende de la realización de la perturbación aleatoria e , pudiendo generarse desinversión, inversión positiva o inversión nula. El gráfico 27, modificado ligeramente respecto al original de Abel et al. (1996), permite visualizar la cuantía del rendimiento marginal del capital en función de valor realizado de la perturbación aleatoria.

Conforme se aprecia en la figura 27, la empresa no prevé modificará el stock de capital instalado (K_1) si la realización de la perturbación aleatoria se mantiene entre e_H y e_L , dado que en este caso el rendimiento marginal del capital será inferior al coste de incrementar el capital, b_H , y superior al ingreso derivado de reducir el equipo instalado, b_L . En otras palabras, los ingresos generados son lo suficientemente bajos como para desincentivar la ampliación del equipo productivo, pero lo suficientemente altos como para no liquidar el negocio y proceder a la venta, parcial o totalmente, del capital instalado. En caso contrario, una realización "favorable" de la variable aleatoria incentivaría la expansión del equipamiento, o bien a reducirlo, en el caso de que la realización de la variable estocástica resultase "desfavorable".

¹⁴⁹ Se ha utilizado la definición de función de distribución $F(e_i) = P(e \leq e_i) = \int_{-\infty}^{e_i} dF(e)$ y la notación

habitual de la derivación, $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = f_x(x, y)$.

Figura 27.- Representación gráfica del rendimiento marginal del capital (2º periodo).



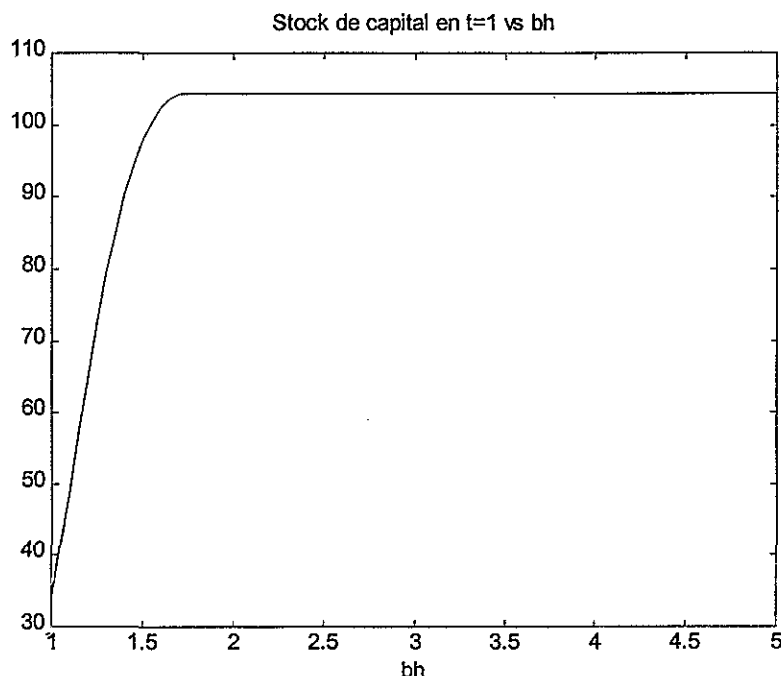
Fuente: Abel, Andrew B. et al. Options, the value of capital, and investment. The Quarterly Journal of Economics, vol. 111, issue 3 (agosto 1996), pp.760.

Como se desprende de la ecuación 3.24, cuanto más elevado es el precio de liquidación en el segundo período, b_L , o el precio de compra del nuevo equipo, b_H , el capital óptimo a instalar en el primer período, K_1 , aumentaría o no se vería alterado, o alternatively, el efecto de incrementos en los precios de compra o reventa no presenta efectos negativos sobre el capital a invertir en K_1 , o en todo caso, incrementa el stock de capital inicial óptimo.

El razonamiento es simple, si el precio de compra de más capital aumenta, la decisión de invertir en el segundo período solo se materializará cuando el rendimiento marginal del capital exceda dicho valor, que ahora resulta más elevado. Si la empresa comienza el segundo período con un capital K_1 , la probabilidad de que la perturbación aleatoria sea lo suficientemente elevada como para que el rendimiento marginal del capital K_1 exceda el precio de compra del capital resultará muy baja. Con lo cual resultará improbable que se produzca más inversión, de modo que una decisión errónea en el stock de capital (adquirirse una cantidad reducida) en el momento inicial supone que no se podrá alterar en el futuro, a pesar

de que la realización de la perturbación aleatoria probablemente incentive adquirir más capital. De igual modo, si aumenta el precio de reventa de capital, se reduce el "coste" de seleccionar una cantidad excesivamente alta de capital, dado que al incrementarse el precio de reventa, podrá reducirse el equipo instalado, K_1 , con una pérdida menor.

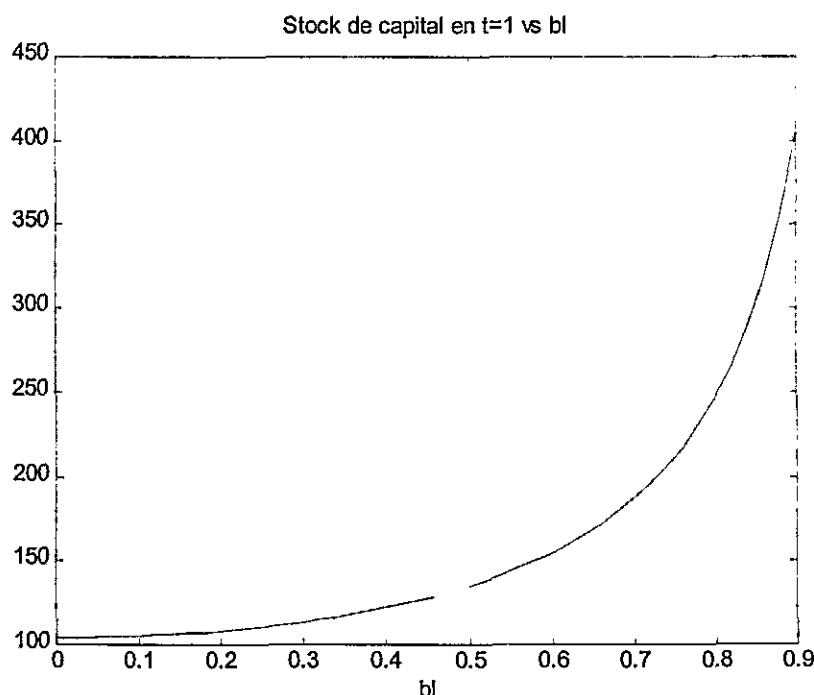
Figura 28.- Stock de capital óptimo en $t=1$ en función del precio de compra de capital (b_h) en $t=2$



Este resultado se muestra en la figura 28, en la cual se recoge el stock óptimo¹⁵⁰ de capital en $t=1$ para distintos valores del precio de compra de capital en $t=2$ (b_h). Como se puede comprobar en dicha figura, el stock en $t=1$ aumenta al aumentar el precio de compra hasta que el capital alcanza un nivel estable, para el que la probabilidad de que se realice una perturbación aleatoria lo suficientemente elevada como para superar o alcanzar el nivel delimitado por el precio de compra en $t=2$ es nula. Dicha situación se alcanza en la simulación presentada para un precio b_h igual o superior a 1,75 con un stock de capital de 104.4.

¹⁵⁰ Los resultados presentados son los obtenidos asumiendo las siguientes expresiones del rendimiento del capital $r(K_1) = K^\alpha$ y $R(K, e) = eK^\alpha$ con $0 < \alpha < 1$, siendo e una variable aleatoria que se distribuye conforme a una distribución uniforme de parámetros b, a , donde $F(g) = \frac{1}{b-a} \int_a^g de$. Para la simulación se ha supuesto, $a=0$; $b=10$ y $\alpha=0,7$ con un factor de descuento $\beta=1/(1+i)$ con $i=0,05$. El precio de compra en $t=1$ se ha fijado en $p=1$, con un precio de reventa $p_r=0$, y un precio de recompra, p_h , variable entre 1 y 5.

Figura 29.-Stock de capital óptimo en $t=1$ en función del precio de reventa¹⁵¹ del capital (b_L) en $t=2$



El trabajo de Abel et al. (1996) permite establecer asimismo una clara relación entre el criterio del valor actual neto, utilizado frecuentemente como criterio de determinación del capital óptimo, y la q marginal, relación en la que se reflejan los valores de las opciones de compra y venta del capital.

Si en el lado derecho de la ecuación 3.24 sumamos y restamos el término $\beta \int_{-\infty}^{\infty} R_K(K_1, e) dF(e)$, tendríamos:

$$V_{K1}(K_1) = r_{K1}(K_1) + \beta \int_{-\infty}^{\infty} R_K(K_1, e) dF(e) + \beta b_L F(e_L) + \beta b_H [1 - F(e_H)] + \beta \int_{e_L}^{e_H} R_{K1}(K_1, e) dF(e) - \beta \int_{-\infty}^{\infty} R_K(K_1, e) dF(e)$$

De donde, haciendo sustituciones inmediatas, obtendríamos el resultado:

¹⁵¹ La simulación efectuada ha sido realizada con los mismos parámetros que en la simulación anterior, salvo obviamente $b_H=2$ y b_L que varía entre 0 y 0.9.

$$V_{K_1}(K_1) = r_{K_1}(K_1) + \beta \int_{-\infty}^{\infty} R_K(K_1, e) dF(e) + \beta \int_{-\infty}^{e_L} b_L dF(e_L) + \beta \int_{e_L}^{\infty} b_H dF(e_L) + \beta \int_{e_L}^{e_H} R_{K_1}(K_1, e) dF(e) -$$

$$- \left[\beta \int_{-\infty}^{e_L} R_{K_1}(K_1, e) dF(e) + \beta \int_{e_L}^{e_H} R_{K_1}(K_1, e) dF(e) + \beta \int_{e_H}^{\infty} R_{K_1}(K_1, e) dF(e) \right]$$

$$V_{K_1}(K_1) = r_{K_1}(K_1) + \beta \int_{-\infty}^{\infty} R_K(K_1, e) dF(e) + \beta \int_{-\infty}^{e_L} [b_L - R_{K_1}(K_1, e)] dF(e_L)$$

$$- \beta \int_{e_L}^{\infty} [R_{K_1}(K_1, e) - b_H] dF(e_L) \quad (3.25)$$

El término $r_{K_1}(K_1) + \beta \int_{-\infty}^{\infty} R_K(K_1, e) dF(e)$, que se denominará en adelante $N(K_1)$, presenta el rendimiento marginal en el período inicial del capital K_1 y el valor descontado del rendimiento marginal esperado de dicho capital en el segundo período. Por tanto, refleja que el stock K_1 no se modifica en el segundo período. Este término equivale prácticamente al método de valoración de inversiones denominado Valor Actual Neto (VAN), el cual recoge el valor descontado del flujo de beneficios que genera dicha inversión omitiendo cualquier referencia a si en el futuro el capital se incrementará o se reducirá.

El segundo componente $\int_{-\infty}^{e_L} [b_L - R_{K_1}(K_1, e)] dF(e_L) = E[\max(b_L - R_{K_1}(K_1, e); 0)]$ es el valor esperado de la opción de "venta" de capital, y se denotará por $P'(K_1)$. De igual forma el componente $\int_{e_L}^{\infty} [R_{K_1}(K_1, e) - b_H] dF(e_L) = E[\max(R_{K_1}(K_1, e) - b_H; 0)]$ es el valor esperado de una opción de "compra" de más capital, que denotaremos por $C'(K_1)$ ¹⁵².

Según lo anterior, podemos re-expresar la ecuación 3.25 conforme a:

$$V_{K_1}(K_1) = N(K_1) + \beta P'(K_1) - \beta C'(K_1) \quad (3.26)$$

Conforme a la ecuación 3.26, podemos comprobar que el precio sombra de capital equivale al valor actual neto de dicho capital, asumiendo que en el futuro no se altera el stock instalado, más el valor descontado de la opción de venta de dicho capital y menos el de la opción de compra del nuevo equipo.

¹⁵² Las funciones definidas son no negativas, es decir, $C'(K_1) \geq 0$ y $P'(K_1) \geq 0$.

En el caso de inversión irreversible, el valor de la opción de venta sería naturalmente nulo. En cambio, la opción de compra presentaría valor siempre que sea posible la adquisición posterior de capital. Conforme a la ecuación 3.26, la irreversibilidad derivaría en un stock de capital óptimo (K_1) para el que el precio sombra del capital, $V_{K1}(K_1)$, excede su valor actual neto, definido por $N(K_1)$, dado que la optimalidad de K_1 exige que la ecuación 3.26 se iguale al precio del capital en el periodo 1, b, es decir,

$$b = N(K_1) + \beta P'(K_1) - \beta C'(K_1) \Rightarrow N(K_1) = b - \beta P'(K_1) + \beta C'(K_1)$$

Tal y como se comprueba, la irreversibilidad supone un stock de capital óptimo K_1 que es inferior al que resultaría de la aplicación del criterio del VAN. En cambio, la reversibilidad parcial o total, sumada a la imposibilidad de adquirir capital en el futuro, determina que solo la opción de venta tenga valor no nulo, con lo que se adquiriría más capital que el que implicaría la aplicación exclusiva del criterio del VAN.

Como se ha expuesto, la propuesta de Abel et al. (1996) no solo permite contemplar la similitud y relaciones existentes entre los diferentes modelos utilizados en el análisis de la inversión (modelo q, valoración de opciones, VAN), así como las situaciones que dan lugar a que dichos modelos proporcionen resultados diferentes, sino que muestra cómo afectan la irreversibilidad o la imposibilidad de invertir posteriormente a las decisiones óptimas de inversión.

Asimismo, Abel et al. (1996) ponen de manifiesto que el efecto de las modificaciones de la perturbación aleatoria, e , (que afectan por lo tanto al rendimiento marginal del capital) sobre la inversión no es único. Si la alteración del comportamiento de la perturbación, es decir, la alteración de su distribución de probabilidad genera, por ejemplo, un incremento de la media de dicha perturbación, cabe esperar que el valor esperado del rendimiento marginal del capital se incremente y por tanto el incentivo para invertir aumente. Sin embargo, si el cambio de la perturbación sólo afecta a los valores extremos, es decir a aquellos valores de e que superan o son inferiores a e_H y e_L respectivamente, no se producirá ningún efecto sobre la inversión, ya que como se desprende de la ecuación 3.24, sólo resultan relevantes la probabilidades de que la perturbación e sea mayor que e_H y la probabilidad de que sea inferior a e_L . Por lo tanto, si los cambios en la función de distribución de la perturbación aleatoria son tales que no se modifican dichas probabilidades, no se alterará el stock de capital óptimo. Este es, por ejemplo, el caso de que las "buenas noticias" se conviertan en "mejores" o el caso de que las "malas noticias" se conviertan en "pésimas". Como señalan Abel et al. (1996), con reversibilidad parcial y posibilidad de expandir el equipo instalado en el futuro, se produce el principio de "Goldilocks", según el cual las noticias que afectan a la inversión no son las "excesivamente malas" o "las excesivamente buenas" sino las intermedias ("...news that is either "too hot" nor "too cold"..." Abel et al. 1996, pp. 756). Asimismo, los cambios en la distribución de probabilidad de la perturbación aleatoria que no afecten a la media ("mean-preserving") no tienen un efecto

definido, dado que tales cambios generan en la ecuación 3.26 incrementos del valor de las opciones de compra y venta, los cuales tiene efectos contrapuestos sobre el precio sombra del capital, $V_{K1}(K_1)$.

A modo de ilustración, las figuras 30 y 32 recogen el efecto de un incremento de la incertidumbre sobre el modelo definido previamente. Conforme a los supuestos establecidos en la simulación respecto a las funciones de beneficios $r(K)$ y $R(K,e)$, la condición necesaria de optimalidad recogida en la ecuación 3.24 se particularizaría conforme a:

$$V_{K1}(K_1) = \alpha K_1^{\alpha-1} + \beta \left[b_L F(e_L) + b_H [1 - F(e_H)] + \int_{e_L}^{e_H} \alpha e K_1^{\alpha-1} dF(e) \right] = b$$

Dado que se ha supuesto que la perturbación aleatoria e sigue una distribución uniforme de parámetros a y c , lo que supone que $F(g) = P[e < g] = \frac{1}{c-a} \int_a^g de$, podemos establecer:

$$V_{K1}(K_1) = \alpha K_1^{\alpha-1} + \beta \left[b_L \int_a^{e_L} \frac{de}{c-a} + b_H \left[1 - \int_a^{e_H} \frac{de}{c-a} \right] + \alpha K_1^{\alpha-1} \int_{e_L}^{e_H} e \frac{de}{c-a} \right] = b$$

De donde, resolviendo las integrales, obtendríamos:

$$V_{K1}(K_1) = \alpha K_1^{\alpha-1} + \beta \left[b_L \frac{e_L - a}{c-a} + b_H \frac{c - e_H}{c-a} + \frac{1}{2(c-a)} \alpha K_1^{\alpha-1} (e_H^2 - e_L^2) \right] = b$$

Teniendo presente que según el modelo definido, $e_L = \frac{b_L}{\alpha K_1^{\alpha-1}}$, y $e_H = \frac{b_H}{\alpha K_1^{\alpha-1}}$, tendremos:

$$V_{K1}(K_1) = \alpha K_1^{\alpha-1} + \beta \frac{1}{c-a} \left[b_L \left(\frac{b_L}{\alpha K_1^{\alpha-1}} - a \right) + b_H \left(c - \frac{b_H}{\alpha K_1^{\alpha-1}} \right) + \frac{1}{2} \alpha K_1^{\alpha-1} \left(\frac{b_H^2}{(\alpha K_1^{\alpha-1})^2} - \frac{b_L^2}{(\alpha K_1^{\alpha-1})^2} \right) \right] = b$$

Operando¹⁵³ obtendríamos:

¹⁵³ Las operaciones efectuadas son:

$$V_{K1}(K_1) = \alpha K_1^{\alpha-1} + \beta \frac{1}{c-a} \left[\left(\frac{b_L}{2\alpha K_1^{\alpha-1}} - a \right) b_L - \left(\frac{b_H}{2\alpha K_1^{\alpha-1}} - c \right) b_H \right] = b$$

O bien:

$$V_{K1}(K_1) = \alpha K_1^{\alpha-1} + \beta \frac{1}{c-a} \left[\left(\frac{1}{2} e_L - a \right) b_L - \left(\frac{1}{2} e_H - c \right) b_H \right] = b$$

A partir de esta expresión podemos evaluar como afecta a la condición necesaria de capital óptimo en $t=1$, las alteraciones en la función de distribución características de la perturbación aleatoria. Dado que ésta se distribuye uniformemente en el intervalo $[a,c]$, las características de la función de distribución de la variable aleatoria se alteran simplemente modificando los parámetros a y/o b . Si las variaciones en los parámetros no son simétricas, al modificarlos, se producirá una variación en media y varianza, dado que para una distribución uniforme la media (ó esperanza) equivale a $(a+c)/2$, y la varianza a $(c-a)^2/12$, por lo tanto una variación que preserve la media requerirá una alteración simétrica en los parámetros, es decir, si $\Delta\phi$ es la variación que experimenta uno de los parámetros, por ejemplo: $a+\Delta\phi$, el otro, necesariamente ha de experimentar la variación, $b-\Delta\phi$, a fin de que la media no varíe.

$$V_{K1}(K_1) = \alpha K_1^{\alpha-1} + \beta \frac{1}{c-a} \left[\frac{b^2_L}{\alpha K_1^{\alpha-1}} - \frac{b^2_H}{\alpha K_1^{\alpha-1}} + \frac{1}{2} \alpha K_1^{\alpha-1} \left(\frac{b^2_H}{(\alpha K_1^{\alpha-1})^2} - \frac{b^2_L}{(\alpha K_1^{\alpha-1})^2} \right) - ab_L + b_H c \right] = b$$

$$V_{K1}(K_1) = \alpha K_1^{\alpha-1} + \beta \frac{1}{c-a} \left[\frac{1}{\alpha K_1^{\alpha-1}} \left(b^2_L - b^2_H + \frac{1}{2} (b^2_H - b^2_L) \right) - ab_L + b_H c \right] = b$$

$$V_{K1}(K_1) = \alpha K_1^{\alpha-1} + \beta \frac{1}{c-a} \left[\frac{1}{\alpha K_1^{\alpha-1}} \left(b^2_L - b^2_H + \frac{1}{2} (b^2_H - b^2_L) \right) - ab_L + b_H c \right] = b$$

$$V_{K1}(K_1) = \alpha K_1^{\alpha-1} + \beta \frac{1}{c-a} \left[\frac{1}{\alpha K_1^{\alpha-1}} \left(\frac{1}{2} b^2_L - \frac{1}{2} b^2_H \right) - ab_L + b_H c \right] = b$$

$$V_{K1}(K_1) = \alpha K_1^{\alpha-1} + \beta \frac{1}{c-a} \left[\frac{1}{2\alpha K_1^{\alpha-1}} b^2_L - ab_L - \frac{1}{2\alpha K_1^{\alpha-1}} b^2_H + b_H c \right] = b$$

De donde se obtienen de forma inmediata las expresiones indicadas.

Si consideramos el caso en que sólo varía uno de los parámetros (la media y varianza se alteran) podemos obtener cómo se modifica la condición necesaria de capital óptimo al alterarse dicho parámetro. Si es c el parámetro que varía tendríamos:

$$\frac{\partial V_{K1}(K_1)}{\partial c} = \frac{-\beta}{(c-a)^2} \left[\left(\frac{1}{2} e_L - a \right) b_L - \left(\frac{1}{2} e_H - c \right) b_H \right] + \frac{\beta b_h}{c-a}$$

De donde, desarrollando¹⁵⁴ llegaríamos a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial V_{K1}(K_1)}{\partial c} = \frac{\beta}{c-a} [b_H (F(e_H/2)) - F(e_L/2) b_L] > 0; \quad 155$$

Dado el signo de la primera derivada de la condición necesaria de óptimo respecto al parámetro c , cualquier incremento en dicho parámetro generará un incremento del stock de capital óptimo en $t=1$. Dado que el incremento de c se puede interpretar como un incremento de la media y varianza de la perturbación aleatoria, se observa que tales variaciones afectan positivamente al capital instalado en las condiciones definidas.

De igual manera, el signo de la primera derivada de la condición de óptimos respecto al parámetro a , proporciona información de cómo los cambios en el límite inferior de la distribución uniforme afectan al stock de capital en $t=1$. Derivando, obtendríamos:

$$\frac{\partial V_{K1}(K_1)}{\partial a} = \frac{\beta}{(c-a)^2} \left[\left(\frac{1}{2} e_L - a \right) b_L - \left(\frac{1}{2} e_H - c \right) b_H \right] - \frac{\beta b_L}{c-a}$$

De donde se obtiene:

¹⁵⁴ Las operaciones efectuadas son:

$$\frac{\partial V_{K1}(K_1)}{\partial c} = \frac{\beta}{c-a} \left[b_H - \frac{1}{c-a} \left(\frac{1}{2} e_L - a \right) b_L + \frac{1}{c-a} \left(\frac{1}{2} e_H - c \right) b_H \right];$$

Teniendo en cuenta la expresión de la función de distribución uniforme llegaríamos a:

$$\frac{\partial V_{K1}(K_1)}{\partial c} = \frac{\beta}{c-a} [b_H - F(e_L/2) b_L - (1 - F(e_H/2)) b_H]$$

¹⁵⁵ Si por supuestos de partida $b_H > b_L$, al multiplicar ambos por un número positivo se seguirá cumpliendo la desigualdad, es decir, $b_H^* F(e_H/2) > b_L^* F(e_H/2)$; si además por definición $e_H > e_L \Rightarrow F(e_H/2) > F(e_L/2)$ se cumplirá $b_L^* F(e_H/2) > b_L^* F(e_L/2)$, por lo tanto $b_H^* F(e_H/2) > b_L^* F(e_L/2)$, con lo que se demuestra el signo establecido para la derivada.

$$\frac{\partial V_{K1}(K_1)}{\partial a} = \frac{\beta}{c-a} \left[\frac{1}{c-a} \left(\frac{1}{2} e_L - a \right) b_L - \frac{1}{c-a} \left(\frac{1}{2} e_H - c \right) b_H - b_L \right]$$

$$\frac{\partial V_{K1}(K_1)}{\partial a} = \frac{\beta}{c-a} \left[(F(e_L/2) - 1) b_L + (1 - F(e_H/2)) b_H \right]$$

O bien,

$$\frac{\partial V_{K1}(K_1)}{\partial a} = \frac{\beta}{c-a} \left[(1 - F(e_H/2)) b_H - (1 - F(e_L/2)) b_L \right]$$

Como se aprecia, el signo de la primera derivada no resulta claro, al menos de forma inmediata. No obstante, en algunos supuestos se simplifica dicha expresión y puede obtenerse claramente el signo de la derivada. Uno de dichos casos es la irreversibilidad de la inversión, es decir $b_L=0$, en cuyo caso el signo de la derivada es claramente no negativo, por lo tanto incrementos del parámetro a elevarán el stock de capital óptimo en $t=1$.

En base a estos resultados podemos inferir como afectará al capital adquirido en $t=1$ una alteración simétrica en a y c , que incremente la varianza de forma que la media de la distribución uniforme no se modifique. Dado el signo cambiante de las variaciones de a , limitaremos el análisis al caso de la inversión irreversible ($b_L=0$), de modo que tendríamos:

$$\frac{\partial V_{K1}(K_1)}{\partial c} = \frac{\beta}{c-a} [b_H (F(e_H/2))] > 0$$

$$\frac{\partial V_{K1}(K_1)}{\partial a} = \frac{\beta}{c-a} [(1 - F(e_H/2)) b_H] > 0$$

Una variación simétrica exige que las disminuciones de a sean en igual cuantía que los incrementos de c , por lo que si se cumple $b_H (F(e_H/2)) > b_H (1 - F(e_H/2))$. Se obtendrá un efecto neto positivo, es decir, un incremento neto de la inversión en $t=1$ como consecuencia de un incremento de la varianza de la perturbación aleatoria, lo cual se interpretaría como un efecto positivo de la incertidumbre.

En las figuras siguientes se presentan como se modifica el stock óptimo del capital ante una variación en la varianza asumiendo media constante. En la figura 30, se presenta el caso en que la inversión disminuye cuando aumenta la incertidumbre, mientras que en la figura 32 se presenta el caso contrario. La diferencia entre ambos casos reside únicamente en el precio de compra b_H en el segundo período, situándose en el primer caso por debajo de precio de compra en $t=1$ y por encima de éste en el segundo de los casos.

Figura 30.-Stock de capital óptimo en $t=1$ en función de la variación de la varianza¹⁵⁶

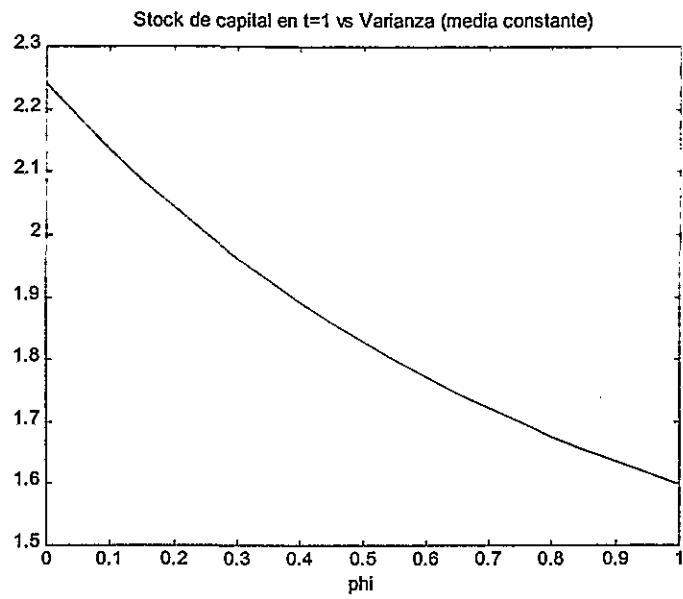
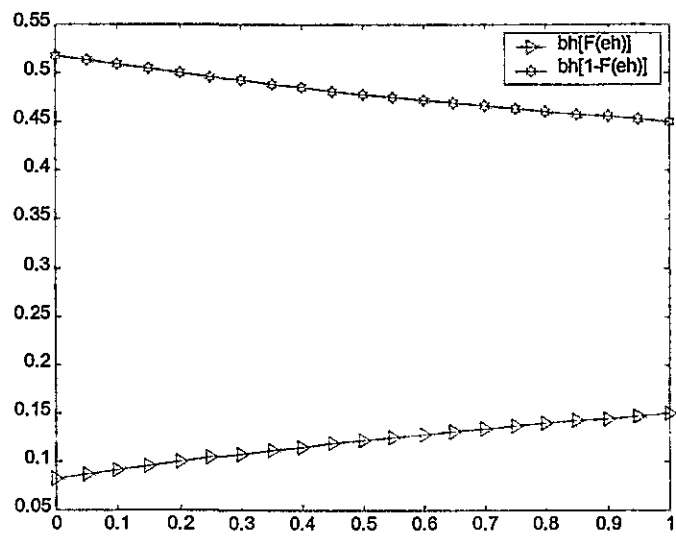


Figura 31.- "Delimitadores" del signo de la variación de la inversión frente a la varianza.



¹⁵⁶ La simulación efectuada ha sido realizada asumiendo funciones de rendimiento marginal del capital similares a las especificadas en la anterior simulación, con los parámetros: $\alpha=0.7$; $p=1$; $pL=0$; $pH=0.6$, $a=0$ y $c=4$. Las variaciones en los parámetros a y b se han efectuado con $a-\phi$ y $c+\phi$, donde $\phi=(0,0.05,0.1,...,1)$.

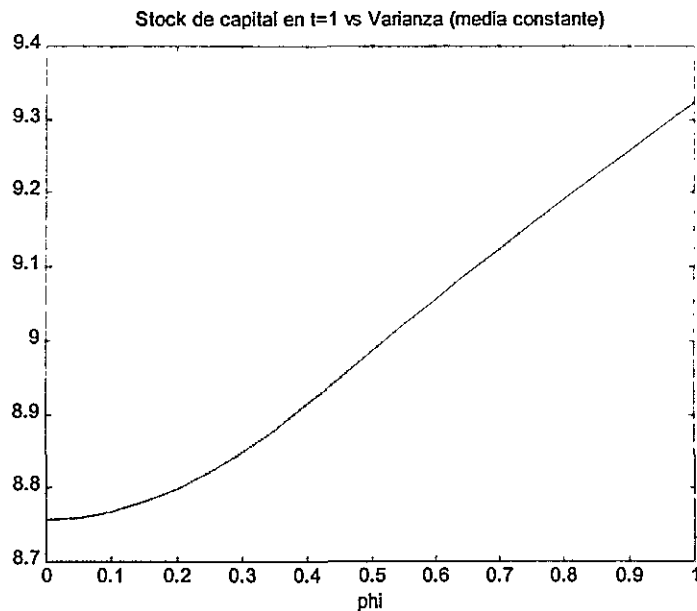
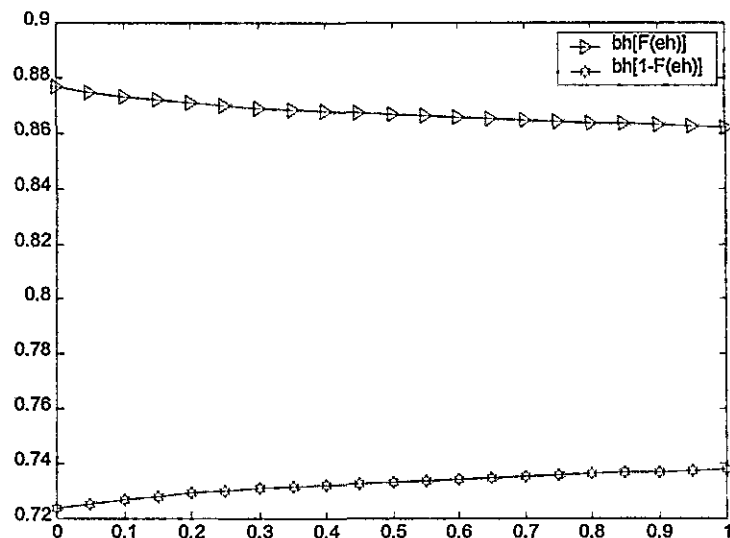
Figura 32.- Stock de capital óptimo en $t=1$ en función de la varianza¹⁵⁷

Figura 33.- "Delimitadores" del signo de la variación de la inversión frente a la varianza.



¹⁵⁷ La simulación efectuada ha sido realizada asumiendo funciones de rendimiento marginal del capital similares a las especificadas en la anterior simulación, con los parámetros: $\alpha=0.7$; $p=1$; $pL=0$; $pH=1.6$, $a=0$ y $c=4$. Las variaciones en los parámetros a y b se han efectuado con $a-\phi$ y $c+\phi$, donde $\phi=(0,0.05,0.1,\dots,1)$.

Puesto de manifiesto el ambiguo efecto de la incertidumbre sobre la inversión, desde un punto de vista teórico, cabe esperar que los resultados empíricos difieran en función del planteamiento teórico que subyace en la contrastación de los datos. En este sentido, resulta muy relevante el enfoque adoptado por Leahy y Whited (1995) quienes proponen comprobar, sin un modelo teórico que plantee restricciones, el efecto de la incertidumbre sobre la inversión de un panel de empresas norteamericanas a partir de la base de datos COMPUSTAT. Para ello, elaboran una medida general de incertidumbre partiendo de la varianza observada en los rendimientos diarios de las acciones de empresas que cotizan en bolsa. A partir de la varianza de los rendimientos bursátiles¹⁵⁸, relativizados por el ratio de endeudamiento, los autores proponen utilizar como medida de incertidumbre, no ya los valores observados de la varianza, sino las predicciones sobre la varianza obtenidas a partir de un modelo VAR (vectores autorregresivos), dado que asumen que la incertidumbre hace referencia siempre al futuro y por lo tanto las varianzas históricas no representarían adecuadamente las "expectativas" sobre la incertidumbre. La especificación econométrica que los autores estiman responde a la expresión

159:

$$\left(\frac{I}{K}\right)_{i,t} = c_t + f_i + \sum_{n=0}^N \alpha_n E_t \sigma_{i,t+n} + u_{i,t}$$

Donde c_t es un parámetro que varía con t , f_i es un "efecto fijo" de cada empresa i , y $E_t \sigma_{i,t+n}$ es la predicción sobre la varianza de los rendimientos bursátiles de la empresa a n periodos vista elaborada con datos disponibles hasta el período t .

Leahy y Whited (1995) comprueban que su medida de la incertidumbre resulta significativa al límite ($p=0.051$), obteniendo una elasticidad de la inversión frente a la incertidumbre igual a 0,17, de modo que un incremento de la varianza del 10% supone una reducción del ratio de inversión del 1,7%. Asimismo, destacan que la incorporación al modelo de la q de Tobin como explicativa elimina la significatividad de la varianza, lo que los autores interpretan como una evidencia de que la incertidumbre afecta a la inversión principalmente a través de la q marginal¹⁶⁰ (Leahy y Whited, 1995, páginas 12 y 13), es decir, a través del flujo esperado de beneficios derivados del capital. Como conclusión adicional, los autores destacan cómo los resultados de su modelo no aportan evidencia alguna de la existencia de rendimientos convexos del capital, los cuales pueden derivar en un efecto positivo de la incertidumbre sobre

¹⁵⁸ En cierto modo, los autores "retienen" el concepto de la q de Tobin como medida de los beneficios futuros de la empresa, y bajo las condiciones de Hayashi, de los beneficios marginales del capital. Los propios autores señalan que su enfoque presenta como principal inconveniente la posible existencia de anomalías en la formación de los precios bursátiles.

¹⁵⁹ El modelo que efectivamente se contrasta es el especificado, pero expresado en diferencias y teniendo en cuenta que las predicciones sobre la varianza se elaboran conforma a un modelo VAR, predicciones que vendrán afectadas por un error de predicción.

¹⁶⁰ Los autores estiman una reducción del 5% en la q de Tobin al incrementarse un 10% la varianza de los rendimientos bursátiles.

la inversión. Esta falta de soporte empírico es fundamentada por Leahy y Whited (1995) en la significatividad del efecto negativo de la incertidumbre en aquellas empresas que mayor volatilidad presentaban en el ratio capital/trabajo y en aquellas más intensivas en trabajo, lo cual colisiona directamente con los supuestos bajo los que el rendimiento marginal del capital es convexo en la perturbación aleatoria. En base a ello, los autores concluyen que la explicación más probable al efecto negativo de la incertidumbre sea la irreversibilidad de la inversión (Leahy y Whited.1995. Página 15).

3.4.-DETERMINANTES DE LA INVERSIÓN NO FINANCIEROS: RECAPITULACIÓN

En el presente capítulo se ha procedido a la revisión y análisis de diferentes modelos relativos a la inversión, considerando como punto de partida el modelo neoclásico de inversión de Jorgenson. Este modelo presenta un esquema riguroso de delimitación de los determinantes de la inversión, incorporando un esquema de optimización en las decisiones del agente. Dicho modelo constituye el marco de referencia de modelos posteriores, más elaborados, que ha tratado de superar las limitaciones exhibidas por la versión original, algunas de las cuales han sido analizadas en este capítulo.

Las variaciones sobre el modelo de Jorgenson consideradas, comparten como rasgo común la omisión de cualquier tipo de referencia a variables financieras, por tanto, implícitamente se asume que tales modelos se refieren a entornos en los que el teorema de Modigliani-Miller de irrelevancia financiera conserva su validez. En estas condiciones, las vías por las que decisiones de política monetaria pueden afectar a la inversión se limitan esencialmente al conocido como canal de los tipos de interés, si bien, en el marco del modelo de Jorgenson, y las propuestas subsiguientes basadas en él, también cabrían otras posibles vías (modificación de los precios relativos del capital como consecuencia de respuestas asimétricas en los precios frente a inyecciones monetarias, por ejemplo).

En el modelo de Jorgenson si el capital puede ajustarse sin coste, en cada período el producto marginal del capital se iguala con el coste real de uso, el cual, depende del precio relativo del capital, de la depreciación, de un factor de descuento del flujo de beneficios futuro, β , (o rentabilidad exigida al capital, i , ya que $\beta=1/(1+i)$) y del precio esperado del capital. El canal de los tipos de interés hace referencia a los efectos que la política monetaria tiene sobre el denominado coste de uso, especialmente a través de los efectos que pueda generar sobre la rentabilidad exigida al capital, de modo que si se eleva el coste de uso, el nivel de capital óptimo se reduciría, incentivando la desinversión o al menos la reducción de la inversión.

A pesar de la solidez teórica del modelo de Jorgenson, los resultados empíricos de su aplicación son, más bien, discretos, incluso a nivel microeconómico, y en todo caso no ofrece resultados robustos. Así por ejemplo, Mojon et al. (2001), con datos de empresas europeas, encuentran un efecto significativo del coste de uso del capital, con un coeficiente estimado de la elasticidad del coste de uso a largo plazo de $-0,9$ para el conjunto de la muestra utilizada, en la que se combinan empresas de diferentes sectores y países. Por el contrario, Chatelain et al. (2001), también con datos de empresas europeas, tan sólo encuentran un efecto significativo del coste de uso del capital en las empresas de Italia, Francia y Alemania, obteniendo una estimación de la elasticidad del coste de uso situada entre $-0,63$ y $-0,318$.

Otras investigaciones corroboran las limitaciones presentes en el modelo neoclásico de inversión "jorgensoniano" y la disparidad de resultados a los que puede dar lugar. Dicha disparidad viene provocada no ya por la validez teórica del modelo sino por limitaciones derivadas de la especificación concreta del modelo estimado, así como por los métodos de estimación y las variables utilizadas. Asimismo, y como señalan Cummins et al (1994), una dificultad a la que se enfrentan los estudios empíricos reside en la imposibilidad de incorporar en los modelos estimados, cambios exógenos en el rendimiento de la inversión o en el coste de uso del capital, como por ejemplo, los provocados por una alteración discrecional del sistema tributario. Dado que el modelo neoclásico incorpora tanto valores actuales como expectativas de los valores que tomarán diversas variables (precio del producto, del capital, depreciación, rendimiento exigido,...), la forma en que se concreten tales variables afectará de forma decisiva a los resultados obtenidos. En este sentido, es una constante en los estudios analizados la referencia a la imposibilidad de obtener una medida precisa del "rendimiento exigido por los accionistas" o del tipo de interés marginal de los recursos externos.

Estas limitaciones han propiciado nuevos desarrollos teóricos que han ido completando y complementando el esquema básico descrito por el modelo neoclásico "jorgensoniano". Estas variantes se han plasmado, de una parte, en la consideración de fricciones en el proceso de ajuste del stock de capital deseado. Otras variantes han apuntado la necesidad de tener en cuenta los efectos derivados de la irreversibilidad de la inversión (provocada por la imposibilidad de recuperar las cantidades comprometidas en la inversión, al no existir un mercado de segunda mano, como consecuencia de la existencia de información asimétrica, la elevada especialización del equipo, etc.), de la incertidumbre asociada a la actividad empresarial y de la posibilidad de posponer las decisiones de inversión. Estos tres elementos se han combinado en una nueva aproximación teórica al problema de la inversión basada en la valoración de opciones, la cual permite comprobar como el comportamiento óptimo de inversión de la empresa responde ante aquellas, más realistas, "imperfecciones".

Estas dos variantes, costes de ajuste e irreversibilidad con incertidumbre, han sido también analizadas en el presente capítulo, mostrando como tales particularidades afectan a la solución básica del modelo de Jorgenson. En cualquier caso, es preciso recordar que tales

variantes carecen de cualquier referencia a variables de tipo financiero como determinante de la inversión. Así, de una parte los modelos con costes de ajuste incorporan la existencia de coste asociados a las decisiones que supongan la modificación del capital instalado (o incluso al empleo) los cuales favorecen procesos de ajuste no inmediatos del capital ante cualquier modificación en el rendimiento del factor. Por otra parte la irreversibilidad hace referencia a la ausencia de valor del capital una vez instalado o alternativamente a la imposibilidad de desinvertir, de modo que para invertir la empresa ha de tener presente no solo la productividad marginal del capital sino también el valor nulo del mismo una vez instalado. En ambos casos no existe un papel explícito de las condiciones financieras a las que se enfrenta la empresa, de modo que, nuevamente, la vía de actuación más evidente (no exclusiva) de la política monetaria pasa por el tradicional canal de los tipos de interés.

A pesar de la irrelevancia de los factores financieros en el seno de estas variaciones, los efectos que las mismas introducen sobre la solución básica de Jorgenson justifican plenamente su consideración. En el caso de los modelos de inversión con costes de ajuste, la literatura existente apunta a que en presencia de costes no convexos, éstos introducen "umbrales de respuesta" frente a variaciones en el precio sombra del capital o de la q marginal, de modo que movimientos de la q marginal en el entorno delimitado por los umbrales no generan alteraciones en la inversión o el capital deseado. Este comportamiento puede proporcionar soporte teórico a determinadas "anomalías" empíricas interpretadas a la luz del modelo neoclásico "jorgensoniano" de inversión. Dichas anomalías, se refieren esencialmente al fenómeno de la "discontinuidad" de los períodos de inversión, es decir, a la existencia de inversión en unos períodos concretos (generalmente consecutivos) y la ausencia de la misma en otros, así por ejemplo, los datos utilizados por Anti Nilsen y Schiantarelli (1998) de empresas noruegas, muestran cómo el 30% de empresas (plantas) registra una inversión nula en un año medio.

Por otra parte, la incertidumbre con irreversibilidad presenta resultados cualitativos que aunque similares a los derivados de la existencia de costes de ajuste no convexos, suponen una explicación teórica más elaborada que aporta nuevas vías de comprensión a la dinámica inversora de las empresas no soportadas en exclusiva en la existencia de costes de ajuste. Junto a este resultado, al analizar este tipo de modelos se ha procedido a revisar los efectos de la "incertidumbre" sobre la inversión, destacándose la ambigüedad de los planteamientos teóricos actuales, a pesar de la creencia generalizada de que la mayor incertidumbre genera una reducción en la inversión. Dicha ambigüedad descansa en la adecuada delimitación de la incertidumbre y en la forma que ésta se traslada a los ingresos o costes de la empresa. Estas concreciones suelen plasmarse en divergencias en la forma de los rendimientos marginales del capital en relación a alguna perturbación aleatoria (cuya varianza se asocia a una medida de incertidumbre) lo cual a su vez afecta al modo en que la incertidumbre afecta a la inversión, pudiendo existir un efecto positivo o negativo de la incertidumbre sobre la inversión en función de cómo se defina el modelo. En concreto, en este capítulo se ha analizado con detalle el modelo

de Abel et al. (1996), el cual permite analizar las decisiones de inversión de una empresa que afronta un entorno de incertidumbre desde un enfoque basado en la valoración de opciones, permitiendo, asimismo, comparar dicho enfoque con los basados en la q marginal y en el enfoque VAN.

Como se ha destacado, aun cuando estas variantes resultan sumamente interesantes, no presentan grandes diferencias respecto al modelo de Jorgenson en relación al papel de variables financieras en la inversión. La inclusión de las mismas supone implícitamente “romper” con el teorema de la irrelevancia financiera de Modigliani-Miller, situación que puede generarse por múltiples causas, tales como la existencia de información asimétrica entre proveedores y demandantes de recursos financieros que generen racionamiento del crédito, costes en los que se incurre al apelar a la financiación externa, diferente tributación entre acciones y deuda, etc. La consideración de estas fricciones proporciona una nueva vía para superar las limitaciones exhibidas por el modelo de inversión neoclásico de Jorgenson y las variaciones analizadas en este capítulo, permitiendo al mismo tiempo, considerar el papel de las condiciones financieras sobre la inversión, y por tanto, de aquellas medidas de política monetaria que afecten a las mismas.

En el capítulo siguiente se analiza con mayor detalle modelos en los que la estructura financiera de la empresa no es irrelevante, estudiándose tanto las aportaciones teóricas que fundamentan la no validez del teorema de Modigliani-Miller, como las implicaciones que esto supone para la modelización de la inversión. Tales modelos constituyen el fundamento del modelo que presento en el capítulo quinto, el cual constituye una de las principales aportaciones de esta Tesis Doctoral.

4.- RESTRICCIONES FINANCIERAS E INVERSIÓN

"The fluctuations in investment activity are in the main determined by the fluctuations in profits earned in industry as a whole some months earlier"

Jan Tinbergen(1939)

"The investment decision is subject to a multiplicity of influences...but...there was a clear tendency for liquidity and financial considerations to dominate the investment decision in the short run"

John R. Meyer y Edwin Kuh (1957)

Citas extraídas de Chirinko y Schaller (1995).

Tal y como se ha puesto de manifiesto en el capítulo anterior, la teoría económica ha propuesto diferentes aproximaciones a la hora de analizar las decisiones de inversión de la empresa. En tales decisiones las variables fundamentales son aquellas que de una manera u otra afectan a los beneficios, presentes y futuros, generados por la inversión. Tal es el caso de variables, como por ejemplo, la evolución de los precios de venta, productividad marginal del capital, precio del equipo, costes de ajuste, etc. En todo caso, se aprecia una aceptación implícita de que no existe ninguna limitación de tipo financiero para la adquisición de dicho capital, es decir, la empresa puede acceder a la financiación necesaria a un coste igual a la rentabilidad

exigida a la inversión¹⁶¹, la cual se determina de forma exógena en "pretendidos" mercados perfectos. En tales situaciones, el "problema" de la financiación es completamente independiente de la decisión de inversión, dado que la firma tiene acceso a tantos recursos financieros como desee al coste delimitado por la rentabilidad exigida del capital.

El acceso sin restricciones a la financiación a un coste dado, supone asimismo que para la empresa resulta irrelevante financiarse con fondos internos, generados por la propia actividad empresarial o mediante financiación externa apelando a "terceros" inversores, dado que ambas fuentes han de remunerarse en igual cuantía conforme a un comportamiento maximizador del beneficio¹⁶². En tales condiciones, se satisface el teorema de Modigliani-Miller, por el que se establece que el valor de la empresa es independiente de su política financiera, es decir, carente de relación alguna con la combinación de recursos internos y externos empleados por la empresa. Como consecuencia directa, con mercados financieros perfectos, las decisiones de inversión de las empresas son completamente independientes de cualquier consideración de tipo financiero.

Esta importante implicación ha sido puesta en tela de juicio por numerosos trabajos teóricos y empíricos, que han propuesto o comprobado la existencia de "anomalías" sobre el comportamiento de la inversión, tanto a nivel macro como micro, que parece contradecir la hipótesis de mercados financiero perfectos, y por tanto, cuestionan la pretendida independencia entre las decisiones de inversión y financiación.

Poniendo como ejemplo alguna investigación centrada en el análisis de las decisiones de inversión de empresas españolas, cabe citar el trabajo de Estrada et al. (1997), quienes destacan cómo la encuesta de inversiones, que elaboraba el antiguo Ministerio de Industria y Energía (actualmente Ministerio de Ciencia y Tecnología), señalaba como el principal factor limitante de la inversión el "difícil" acceso a recursos financieros ajenos a la empresa. Estrada et al (1997), con datos de la Central de Balances del Banco de España (CBBE) relativos a empresas manufactureras privadas, muestran como las empresas pequeñas presentan un esfuerzo inversor superior, coherente, tal y como señalan los autores, con la mayor capacidad de generación de recursos por unidad de capital. Asimismo observan una mayor variabilidad de las cifras de inversión en el colectivo de pequeñas empresas. Como posible explicación, los

¹⁶¹ Dicha rentabilidad exigida se incorpora en el factor de descuento de los flujos futuros de beneficio, $\beta=1/(1+i)$, siendo i la rentabilidad exigida al capital.

¹⁶² Atentaría contra un comportamiento maximizador el invertir fondos internos en una inversión cuya rentabilidad resultase inferior a la "rentabilidad de mercado", dado que en mercados perfectos siempre existe la posibilidad de ofertar dichos fondos al mercado. Obviamente, se asume que no existen impuestos o al menos un tratamiento fiscal diferente para cada fuente financiera.

autores citan el trabajo de Gertler y Gilchrist (1994) ¹⁶³ quienes afirman que la mayor variabilidad de la inversión en empresas pequeñas puede explicarse en función de factores financieros, (tales como la disponibilidad limitada de crédito o la mayor sensibilidad del beneficio de las pequeñas empresas a las fases recesivas del ciclo), y no financieros (tales como el papel de productores marginales ostentado por las pequeñas empresas frente a las grandes, la mayor presencia de pequeñas empresas en sectores más sensibles al ciclo o la mayor flexibilidad de la tecnología productiva instalada en las empresas pequeñas).

Estrada et al. (1997) también destacan otros aspectos relativos a la existencia de factores financieros en la evolución de la inversión. Así, señalan que la elevada generación interna de recursos existente hasta 1991 explicarían el elevado ratio de inversión sobre capital que se desprende de los datos de la CBBE, ello a pesar de la importante reducción del nivel de endeudamiento registrada en el período analizado por dichos autores. Estos, comprueban como entre 1984 y 1990 las empresas españolas reducen el peso de la deuda con coste sobre el activo neto, para estabilizarlo posteriormente entre 1991 y 1993, período que coincide con una importante fase recesiva de la economía española. Este proceso de saneamiento financiero, más intenso en las pequeñas empresas, presenta un comportamiento diferenciado entre pequeñas y grandes empresas a partir de 1990, año a partir del cual aumenta el endeudamiento de las grandes, mientras que se estanca en el grupo integrado por las empresas pequeñas.

Esta divergencia es interpretada por los autores como una evidencia de las "mayores dificultades de acceso a fuentes de financiación externa por parte de las empresas de menor tamaño en épocas de crisis". Esta anomalía viene acompañada por otros elementos que parecen corroborar la existencia de importantes restricciones financieras o elementos compatibles con la existencia de información asimétrica¹⁶⁴. Los autores destacan como las pequeñas empresas presentan una ratio de endeudamiento neto menor, indicativo de que este segmento debe presentar garantías mayores a la hora de acceder a fuentes externas de financiación. Asimismo ponen de manifiesto la preponderancia de la deuda a corto plazo sobre el total (más del 70% de la deuda con coste), la elevada intermediación financiera (que en determinados casos se combina con claras relaciones, incluso de propiedad, entre el sector bancario y el industrial), la mayor dependencia de las pequeñas empresas del crédito bancario, la mayor liquidez¹⁶⁵ (activo

¹⁶³ Gertler, M. Y Gilchrist, S. Monetary policy, business cycles and the behavior of small manufacturing firms. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 109, pp. 309-340. 1994.

¹⁶⁴ En especial, la existencia de características que pueden denotar la vigencia de mecanismos de "señalización", la existencia de "referencias", etc.

¹⁶⁵ Estrada et al. (1997) hacen referencia a las conclusiones de J. A. Maroto ("La situación económico-financiera de las empresas españolas y la competitividad" *Economía Industrial*, 291, pp.89-106.1993), quien señala que el mayor peso del activo circulante ha de interpretarse como indicativo de una mayor exigencia de garantías a las pequeñas empresas por parte de los acreedores, "bajo la forma de saldos indisponibles en cuentas a la vista, para la concesión de financiación a corto plazo".

circulante sobre deuda a corto plazo) de este segmento de empresas, y por último y como elemento más relevante, los autores señalan que las pequeñas empresas afrontan un coste de la deuda más elevado que las grandes, y que dicho coste presenta fluctuaciones más acusadas en las empresas de tamaño reducido.

Las características observadas por Estrada et al (1997) para el caso de empresas españolas recogen de manera ilustrativa los principales aspectos que la teoría económica reciente ha puesto de manifiesto en relación a la validez empírica de la asunción de independencia entre las decisiones de inversión y financiación. Las principales aportaciones teóricas¹⁶⁶ hacen referencia a las consecuencias de las imperfecciones y asimetrías de la información en los mercados crediticios sobre la "libre disponibilidad" de recursos financieros por parte de la empresa. La existencia de información asimétrica entre oferentes y demandantes de financiación "rompe" la independencia entre financiación e inversión, al poder provocar diferenciales entre el coste de los recursos internos y externos o incluso la limitación al acceso de financiación (racionamiento del crédito).

La literatura recoge diversos mecanismos por los que la información imperfecta afecta a las condiciones de acceso a la financiación externa por parte de la empresa. Dichos mecanismos se extienden habitualmente a la "racionalización" de ciertas características institucionales de los mercados financieros, tales como la existencia de figuras jurídicas como la quiebra, la habitual exigencia de garantías vinculadas a los préstamos, las diferencias de las acciones frente a la deuda, etc. Aún cuando la plasmación concreta de tales imperfecciones afecta a las características y resultados de los modelos, existen tres resultados robustos que emergen habitualmente en tales modelos (Bernanke et al. 1996). En primer lugar, se pone de manifiesto el mayor coste de las fuentes externas de financiación, incluso aunque se hallen completamente garantizadas. En segundo lugar, la prima exigida por la financiación varía inversamente con los recursos netos de la empresa. Por último, una reducción de los recursos netos de la empresa afectan negativamente a la inversión y producción del demandante de fondos, al elevar tanto las necesidades de recursos externos como la prima exigida por el prestamista.

Estas características, consideradas desde un punto de vista agregado, describen un posible mecanismo de "acelerador" financiero durante las distintas fases del ciclo económico y un virtual "canal" crediticio de la política monetaria, temas ambos, que han sido objeto de considerable atención a partir de la década de los 90, tal y como se pone de manifiesto, por ejemplo, en las recopilaciones de Hubbard (1998) y Bernanke et al. (1996), o en la serie de

¹⁶⁶ Fazzari et al. (1988), Hubbard (1998) y Bernanke et al. (1996) citan algunas posibles explicaciones por las que los recursos internos y externos pueden no tener el mismo coste, entre ellas: costes de transacción, diferente tratamiento fiscal, problemas de agencia, costes de insolvencia y quiebra e información asimétrica.

trabajos amparados por el Banco de España o el Banco Central Europeo¹⁶⁷, entre ellos los enmarcados en la denominada "Eurosystem Monetary Transmission Framework".

El mecanismo de funcionamiento del acelerador financiero es conceptualmente muy sencillo. Así, siguiendo a Hubbard (1998), si durante las fases de aceleración se producen unas expectativas favorables de inversión (nuevas oportunidades de negocio) que incrementen la demanda de capital, la favorable fase cíclica previsiblemente coincidirá con una mayor disponibilidad de recursos internos y externos que reducirán el coste de uso del capital, lo cual permitirá una expansión aún mayor de la inversión. De manera inversa, una fase recesiva reduce la disponibilidad de recursos financieros lo que incrementa el coste de uso, de forma que, si coincide esta fase con un período de expectativas desfavorables de inversión, el efecto negativo final sobre la inversión será más elevado. Asimismo, la reducción de la inversión supondrá que la empresa reduce su capacidad para generar en el futuro recursos internos, lo cual propaga en el tiempo los efectos del shock inicial.

En el apartado siguiente y a fin de ilustrar el funcionamiento del acelerador financiero desde una óptica microeconómica, se presenta un modelo sencillo, en el que se ponen de manifiesto las características principales de los modelos de inversión con fricciones en los mercados financieros.

4.1.- INVERSIÓN E INFORMACIÓN IMPERFECTA Y COSTE DE LA DEUDA

Tal y como destaca Hubbard (1998), las propuestas teóricas han enfatizado principalmente el papel de los costes generados por la "selección adversa" derivada de asimetrías de información en los mercados de capitales entre prestamistas y prestatarios. Dichas asimetrías pueden materializarse en la existencia de un diferencial entre el coste de los recursos externos y el coste de la financiación interna, diferencial que surge como compensación a los prestamistas e inversores externos por los costes de análisis y control de la "solventía" de la empresa y de la "correcta" gestión de los administradores (costes de agencia). Desde el momento en que existe un diferencial entre el coste de los recursos internos y externos, las decisiones de inversión no son independientes de las decisiones de financiación, dado que el coste de uso "jorgensoniano" del capital difiere si la totalidad de la inversión se financia con

¹⁶⁷ Aparecen citados en la bibliografía de esta tesis algunos de ellos, como por ejemplo los trabajos de Vermeulen (2000), Chatelain et al. (2001), Mojon et al. (2001), Gaiotti y Generale (2001), Hernando y Tierno (2002) y Angeloni et al. (2002).

recursos internos menos costosos o si se financia parcial o totalmente con fondos externos. En tales condiciones, el capital "óptimo" resulta, "ceteris paribus", inferior en el caso de inversión total o parcialmente financiada con recursos externos, incluso en un caso extremo de racionamiento de crédito, la inversión quedaría condicionada a la disponibilidad y ritmos de generación de recursos internos.

Como se deduce del razonamiento expuesto, la existencia de información asimétrica en los mercados financieros que restringe la inversión deriva en dos conclusiones principales, que además constituyen los dos principales resultados alcanzados y analizados por las investigaciones económicas en esta área. En primer lugar, el coste de los recursos externos dependerá de la situación financiera de la empresa, en especial de la disponibilidad de garantías que actúen como colaterales de la deuda o "señales" que aporten información al prestamista sobre la solvencia del prestatario a un coste reducido o nulo. En segundo lugar, la decisión de inversión queda condicionada a la disponibilidad de recursos internos, de forma que un incremento en la generación interna de recursos financieros incentiva la inversión al reducirse el coste de uso del "mix" de recursos internos-externos, o al poder evitarse restricciones cuantitativas al crédito concedido.

Estas características pueden observarse en un modelo simple en el que las restricciones financieras "interfieren" en las decisiones de inversión de la empresa. En este modelo se asume implícitamente que como consecuencia de problemas de información asimétrica en el mercado financiero, el coste de la financiación ajena es creciente con el volumen de endeudamiento de la empresa¹⁶⁸. Siguiendo a Cummins y Nyman (2001), si $r(D_t)$ es el coste de la financiación ajena, $r(D_t)$ es una función estrictamente creciente en D_t , cumpliéndose $r(0)=i$, siendo i el tipo de interés al que la empresa puede invertir sus recursos, o alternatively, el tipo de interés pagado por un activo sin riesgo.

La empresa característica en este modelo debe determinar en cada período qué parte de sus recursos destina a capital en el siguiente período, K_{t+1} , el cual puede adquirirse a un precio p que no varía en el período analizado, qué parte a liquidez, L_{t+1} , y en cuánto se endeudará, D_{t+1} .

La inversión en capital físico reporta en el siguiente período un beneficio operativo de $\Pi(K_{t+1})$ pudiendo además liquidarse según su valor neto de depreciación $p(1-\delta)K_{t+1}$. La liquidez es remunerada a un tipo de interés sin riesgo, generando iL_{t+1} . Por último, la deuda

¹⁶⁸ En este modelo simple se asume que la deuda no se colateraliza.

conlleva una carga financiera en concepto de intereses, que se incrementa conforme lo hace el nivel de deuda, reduciendo el beneficio operativo en rD_{t+1} .

El objetivo de la empresa es, como es usual, la maximización del beneficio generado en los N períodos en los que está activa, siendo el factor de descuento igual a β . El beneficio generado en el período t será igual a: $\Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t - pI_t$, donde I_t es la inversión en capital del período t , de forma que $pK_{t+1} = p(1 - \delta)K_t + pI_t$. Si sustituimos la definición de inversión en la ecuación del beneficio tendremos:

$$\Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t - p[K_{t+1} - (1 - \delta)K_t]$$

El objetivo de la empresa, es por lo tanto la maximización del flujo futuro de beneficios descontados por un factor β , con una dotación inicial K_0 , L_0 y D_0 , lo cual analíticamente equivale a plantear la siguiente optimización, en la que los argumentos son K_{t+1} , L_{t+1} y D_{t+1} :

$$\text{Max} \sum_{t=0}^N \beta^t \{ \Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t - p[K_{t+1} - (1 - \delta)K_t] \} \quad 169$$

La optimización planteada está sujeto a las siguientes restricciones:

- a) Identidad entre origen y aplicación de fondos ó restricción de balance. Los recursos de la empresa provienen del beneficio del período en curso¹⁷⁰, más el valor patrimonial neto de la empresa $p(1 - \delta)K_t + L_t - D_t$. Dichos recursos más la deuda generada, D_{t+1} , se materializan en bienes de capital, pK_{t+1} , y recursos líquidos L_{t+1} . El cumplimiento estricto de esta restricción supone asumir que no se distribuye ningún dividendo, es decir, la totalidad del "virtual" beneficio se retiene por la empresa y no existen aportaciones de los accionistas.

¹⁶⁹ El problema anterior podría replantearse en términos de la ecuación de Bellman:

$$V(K_t, L_t, D_t) = \max_{K_{t+1}, L_{t+1}, D_{t+1}} \{ \Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t - p[K_{t+1} - (1 - \delta)K_t] + \beta V(D_{t+1}, K_{t+1}, L_{t+1}) \}$$

Sujeta a la restricción de balance:

$$pK_{t+1} + L_{t+1} - D_{t+1} = \Pi(K_t) + (1 + i)L_t - (1 + r)D_t + p(1 - \delta)K_t$$

No obstante, tal y como está formulado el problema, la solución estacionaria carece de sentido dado que exigiría $i=0$, de forma que según la restricción de balance, dicho equilibrio cumpliría: $\Pi(K) = \delta pK$.

¹⁷⁰ El beneficio del período es la suma del beneficio operativo generado por el capital disponible en el período t , $\Pi(K_t)$, los ingresos financieros derivados de la "liquidez" disponible iL_t , menos la carga financiera derivada de la deuda asumida en el período, rD_t .

$$pK_{t+1} + L_{t+1} - D_{t+1} = \Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t + L_t + p(1-\delta)K_t - D_t$$

O alternativamente

$$pK_{t+1} + L_{t+1} - D_{t+1} = \Pi(K_t) + (1+i)L_t - (1+r)D_t + p(1-\delta)K_t$$

Esta restricción puede reformularse de modo que se relacionen variaciones en las masas patrimoniales de activo y pasivo y el beneficio del período, como:

$$p\Delta K_{t+1} + \Delta L_{t+1} - \Delta D_{t+1} = \Pi(K_t) + iL_t - rD_t - \delta pK_t \quad ^{171}$$

b) No negatividad de las variables de decisión: $K_{t+1} \geq 0$; $L_{t+1} \geq 0$ y $D_{t+1} \geq 0$,

Si el período de decisión se reduce a dos períodos, $N=2$, la optimización planteada equivale a la siguiente expresión del Lagrangiano¹⁷², en la que se incluye el valor de liquidación de la empresa, $pK_2(1-\delta) + L_2 - D_2$, al finalizar el período de decisión ¹⁷³:

$$\begin{aligned} L(K, D, L) = & \Pi(K_0) + iL_0 - r(D_0)D_0 - p[K_1 - (1-\delta)K_0] + \\ & + \beta \{ \Pi(K_1) + iL_1 - r(D_1)D_1 - p[K_2 - (1-\delta)K_1] \} + \\ & + \beta^2 \{ \Pi(K_2) + iL_2 - r(D_2)D_2 + [p(1-\delta)K_2 + L_2 - D_2] \} + \\ & + \lambda_1 [pK_1 + L_1 - D_1 - \Pi(K_0) - (1+i)L_0 + (1+r)D_0 - p(1-\delta)K_0] + \\ & + \lambda_2 [pK_2 + L_2 - D_2 - \Pi(K_1) - (1+i)L_1 + (1+r)D_1 - p(1-\delta)K_1] \end{aligned}$$

Cuyos argumentos de maximización son K_1 , L_1 , D_1 , K_2 , L_2 y D_2 (naturalmente $K_3=0$, dado que al finalizar la vida de la empresa en $t=2$, ésta se liquida).

Las condiciones de primer orden (CPO) son:

¹⁷¹ La restricción de acumulación delimita las condiciones de equilibrio estacionario en el que las variables no experimentan variaciones, es decir, de existir un equilibrio estacionario, ha de satisfacer: $\Pi(K) + iL = rD + \delta pK$

¹⁷² Las restricciones de no negatividad se tendrán en cuenta al analizar las soluciones óptimas.

¹⁷³ Las principales conclusiones del modelo no se modifican al incluir o no el valor de liquidación de la empresa al finalizar el período de decisión. No obstante, hay que tener presente que esta alteración no es trivial, dado que altera las expresiones concretas de las condiciones de primer orden.

a) CPO para D_1

$$-\beta[r + r_{D1}D_1] - \lambda_1 + \lambda_2(1 + r + r_{D1}D_1) = 0 \quad (4.1)$$

b) CPO para D_2

$$-\beta^2[1 + r + r_{D2}D_2] - \lambda_2 = 0 \quad (4.2)$$

c) CPO para L_1

$$\beta i + \lambda_1 - \lambda_2(1 + i) = 0 \quad (4.3)$$

d) CPO para L_2

$$\beta^2(1 + i) + \lambda_2 = 0 \quad (4.4)$$

e) CPO para K_1

$$-p + \beta[\Pi_{K1} + p(1 - \delta)] + \lambda_1 p - \lambda_2[\Pi_{K1} + p(1 - \delta)] = 0 \quad (4.5)$$

f) CPO para K_2

$$-\beta p + \beta^2[\Pi_{K2} + p(1 - \delta)] + \lambda_2 p = 0 \quad (4.6)$$

Según la ecuación 4.6 podemos establecer:

$$\lambda_2 = \beta - p^{-1}\beta^2[\Pi_{K2} + p(1 - \delta)]$$

Resultado que, combinado con la ecuación 4.2, según la cual $\lambda_2 = -\beta^2[1 + r + r_{D2}D_2]$, nos conduciría a la expresión:

$$\beta\{1 - p^{-1}\beta[\Pi_{K2} + p(1 - \delta)]\} = -\beta^2[1 + r + r_{D2}D_2]$$

De donde se obtendría:

$$\beta[\Pi_{K_2} + p(1-\delta)] = p\{1 + \beta[1 + r + r_{D_2}D_2]\} \Rightarrow \Pi_{K_2} = p\{\beta^{-1} + r + r_{D_2}D_2 + \delta\}$$

Si $\beta=1/(1+i)$ la anterior expresión se reduce a:

$$\Pi_{K_2} = p\{1 + i + r + r_{D_2}D_2 + \delta\} \quad (4.7)$$

Del mismo modo combinando las ecuaciones 4.4 y 4.6 obtendremos:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_2 &= \beta - p^{-1}\beta^2[\Pi_{K_2} + p(1-\delta)] \\ \lambda_2 &= -\beta^2(1+i) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta - p^{-1}\beta^2[\Pi_{K_2} + p(1-\delta)] = -\beta^2(1+i)$$

$$\beta - p^{-1}\beta^2[\Pi_{K_2} + p(1-\delta)] = -\beta^2(1+i)$$

$$[\Pi_{K_2} + p(1-\delta)] = p(1+i + \beta^{-1} - 1 + \delta)$$

$$\beta[\Pi_{K_2} + p(1-\delta)] = p(1+i + \beta^{-1}) \Rightarrow \Pi_{K_2} = p(\beta^{-1} + i + \delta)$$

Si $\beta=1/(1+i)$ la anterior expresión se reduce a:

$$\Pi_{K_2} = p\{1 + 2i + \delta\} \quad (4.8)$$

Según la ecuación 4.7: $\Pi_{K_2} = p\{1 + r + i + r_{D_2}D_2 + \delta\}$, mientras que según la ecuación 4.8: $\Pi_{K_2} = p\{1 + 2i + \delta\}$, ambas condiciones supondrán un mismo K_2 si $D_2=0$, en caso contrario, es decir, si $D_2>0$, el nivel de capital que cumple la condición 4.7 ha de ser menor que el nivel que se deduciría de 4.8, dado que $p\{1 + r + r_{D_2}D_2 + i + \delta\} > p\{1 + 2i + \delta\}$, por lo tanto $\Pi_{K_2(D_2>0)} > \Pi_{K_2(D_2=0)}$, situación que exige por la definición del problema relativa a los rendimientos marginales del capital decrecientes que $K_2(D_2>0) < K_2(D_2=0)$. Esto implica que no se puede producir de forma simultánea $L_2>0$ y $D_2>0$, y por otra parte, que el multiplicador de Lagrange (λ_2) pueda presentar dos valores distintos en función de que $L_2>0$ y $D_2=0$, o bien $L_2=0$ y $D_2>0$.

La existencia de dos posibles valores del multiplicador de Lagrange nos lleva a considerar por separado ambos posibles "estados", en función de que en $t=2$, el valor de la deuda emitida por la empresa en el óptimo, D_2^* , sea positiva o nula.

Si $D_2^* > 0$, en base a la condición de equilibrio y los resultados de la ecuación 4.2, se obtendría el valor de λ_2 en el óptimo:

$$\lambda_2^* = -\beta^2 [1 + r^* + r_{D2} D_2^*];$$

Asimismo, conforme se deduce de las ecuaciones 4.1 y 4.5:

$$1 - p^{-1} \beta [\Pi_{K1} + p(1 - \delta)] + p^{-1} \lambda_2^* [\Pi_{K1} + p(1 - \delta)] = -\beta [r + r_{D1} D_1] + \lambda_2^* (1 + r + r_{D1} D_1);$$

De donde concluiríamos ¹⁷⁴:

$$\Pi_{K1} = p(r + r_{D1} D_1 - 1 + \delta) + p(1 - \lambda_2^*) (\beta - \lambda_2^*)^{-1};$$

Pero, dado que si $D_2^* > 0$, entonces, $\lambda_2^* = -\beta^2 [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]$, se obtendría ¹⁷⁵:

$$p \frac{(1 - \lambda_2^*)}{(\beta - \lambda_2^*)} = p \frac{i}{1 + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]} + p; \quad (4.9)$$

¹⁷⁴ Los pasos intermedios son:

$$\begin{aligned} 1 - p^{-1} \beta [\Pi_{K1} + p(1 - \delta)] + \beta [r + r_{D1} D_1] &= \lambda_2^* (1 + r + r_{D1} D_1) - p^{-1} \lambda_2^* [\Pi_{K1} + p(1 - \delta)]; \\ p^{-1} \beta [\Pi_{K1} + p(1 - \delta)] - \beta [r + r_{D1} D_1] &= -\lambda_2^* (1 + r + r_{D1} D_1) + p^{-1} \lambda_2^* [\Pi_{K1} + p(1 - \delta)] + 1; \\ \beta [p^{-1} (\Pi_{K1} + p(1 - \delta)) - r - r_{D1} D_1] &= \lambda_2^* [p^{-1} (\Pi_{K1} + p(1 - \delta)) - r - r_{D1} D_1] + 1 - \lambda_2^*; \\ (\beta - \lambda_2^*) [p^{-1} (\Pi_{K1} + p(1 - \delta)) - r - r_{D1} D_1] &= +1 - \lambda_2^*; \text{ De donde se obtiene el resultado señalado.} \end{aligned}$$

¹⁷⁵ Los pasos intermedios son:

$$\begin{aligned} p \frac{(1 - \lambda_2^*)}{(\beta - \lambda_2^*)} &= p \frac{1 + \beta^2 [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]}{\beta \{1 + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]\}}; \\ p \frac{(1 - \lambda_2^*)}{(\beta - \lambda_2^*)} &= p \frac{1 + \beta^2 [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]}{\beta \{1 + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]\}} = p \frac{\beta \{\beta^{-1} + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]\}}{\beta \{1 + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]\}}; \\ p \frac{(1 - \lambda_2^*)}{(\beta - \lambda_2^*)} &= p \frac{\beta \{1 + i + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]\}}{\beta \{1 + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]\}} = \\ &= p \frac{i}{1 + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]} + p \frac{1 + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]}{1 + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]}; \end{aligned}$$

Y finalmente:

$$p \frac{(1 - \lambda_2^*)}{(\beta - \lambda_2^*)} = p \frac{\beta \{1 + i + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]\}}{\beta \{1 + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]\}} = p \frac{i}{1 + \beta [1 + r^* + r_{D2} D_2^*]} + p.$$

Por lo que se concluye que la condición que determina el stock de capital óptimo en $t=1$, K_1 , con $D_2^* > 0$ es:

$$\Pi_{K_1} = p \left(r + r_{D_1} D_1 + \delta + \frac{i}{1 + \beta[1 + r^* + r_{D_2} D_2^*]} \right); \quad (4.10)$$

Si la expresión 4.9 se particulariza para el caso en que $D_2=0$, entonces:

$$p \frac{(1 - \lambda_2^*)}{(\beta - \lambda_2^*)} = p \frac{i}{1 + \beta[1 + r^* + r_{D_2} D_2^*]} + p = p \frac{i}{2} + p = p(1 + \frac{i}{2})$$

De donde obtenemos la condición de optimalidad del stock de capital en $t=1$ si $D_2=0$:

$$\Pi_{K_1} = p \left(r + r_{D_1} D_1 + \delta + \frac{i}{2} \right); \quad (4.11)$$

Considerando simultáneamente las ecuaciones 4.11 y 4.10, puede observarse que el stock de capital óptimo en $t=1$ difiere en función de que exista o no deuda en $t=2$, característica que refleja la restricción de balance incorporada al modelo, dado que si no es necesario emitir deuda en $t=2$, indicaría que las decisiones de $t=1$ permiten que la empresa genere suficientes recursos en el siguiente período para poder amortizar completamente la deuda. Como se podrá comprobar en la simulación presentada posteriormente, el modelo tiende por sí mismo a una situación en la que no existe deuda, por lo tanto los diferentes momentos temporales exhiben una progresiva reducción de la deuda (en el primer período se alcanza el mayor nivel de endeudamiento), lo cual en términos de la ecuación 4.10 implica un continuado incremento del stock de capital, el cual será el mayor posible cuando en el siguiente período la deuda se elimine completamente.

Por último, en el caso de la no existencia de deuda en ninguno de los períodos considerados (siempre que los recursos internos sean suficientes para financiar la inversión), la condición que determina el stock de capital óptimo es ¹⁷⁶:

¹⁷⁶ Combinando las ecuaciones 4.3 y 4.5:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 1 - p^{-1} \beta [\Pi_{K_1} + p(1 - \delta)] + p^{-1} \lambda_2^* [\Pi_{K_1} + p(1 - \delta)] \\ \lambda_1 &= -\beta i + \lambda_2^* (1 + i) \end{aligned}$$

Se obtiene:

$$\Pi_{K1} = p(i + \delta - 1) + p(1 - \lambda_2^*)(\beta - \lambda_2^*)^{-1};$$

Donde, según la ecuación 4.4, $\lambda_2^* = -\beta^2(1 + i)$, por lo que:

$$p \frac{(1 - \lambda_2^*)}{(\beta - \lambda_2^*)} = p \frac{1 + \beta^2[1 + i]}{\beta\{1 + \beta[1 + i]\}} = p \frac{1 + \beta}{2\beta} = p \frac{1 + i + 1}{2} = p(1 + \frac{i}{2})$$

Por lo que la condición anterior puede re escribirse como:

$$\Pi_{K1} = p(i + \delta + \frac{i}{2}); \quad (4.12)$$

Las condiciones expuestas, relativas al stock de capital óptimo en $t=1$, se prestan fácilmente a un análisis gráfico, el cual se presenta en la figura 34. En éste gráfico se representa el rendimiento marginal del capital corregido de depreciación, $(\Pi'(K)/P-\delta)$ y los límites de inversión mediante deuda, $r + r'(D) + \theta(D_2)$, y mediante recursos internos, $(3/2)i$, que se desprenden de las ecuaciones 4.10, 4.11 y 4.12.

La situación reflejada en la figura 34 supone que la decisión óptima de inversión sea K_1 con $D_1 > 0$, dado que para ese nivel de inversión en capital se cumple la condición delimitada por la ecuación 4.11 ¹⁷⁷. La decisión óptima de inversión (punto A) de la empresa en $t=1$ (K_1) está condicionada por los recursos iniciales (K_0 , L_0 y D_0), los cuales determinan KI , el máximo stock de capital financiable internamente, y la posición de la curva $r + r'(D) + \theta(D_2)$. Dado que para KI el rendimiento marginal del capital es superior al coste marginal de la deuda (más $\theta(D_2)$) y al rendimiento del activo alternativo (la liquidez, igual a $i + i/2$), la empresa tiene incentivos para

$$-\beta i + \lambda_2^*(1 + i) = 1 - p^{-1}\beta[\Pi_{K1} + p(1 - \delta)] + p^{-1}\lambda_2^*[\Pi_{K1} + p(1 - \delta)];$$

$$p^{-1}\beta[\Pi_{K1} + p(1 - \delta)] - \beta i - 1 = p^{-1}\lambda_2^*[\Pi_{K1} + p(1 - \delta)] - \lambda_2^*(1 + i);$$

$$p^{-1}\beta[\Pi_{K1} + p(1 - \delta - i)] = p^{-1}\lambda_2^*[\Pi_{K1} + p(1 - \delta - i)] - \lambda_2^* + 1;$$

$$p^{-1}(\beta - \lambda_2^*)[\Pi_{K1} + p(1 - \delta - i)] = -\lambda_2^* + 1;$$

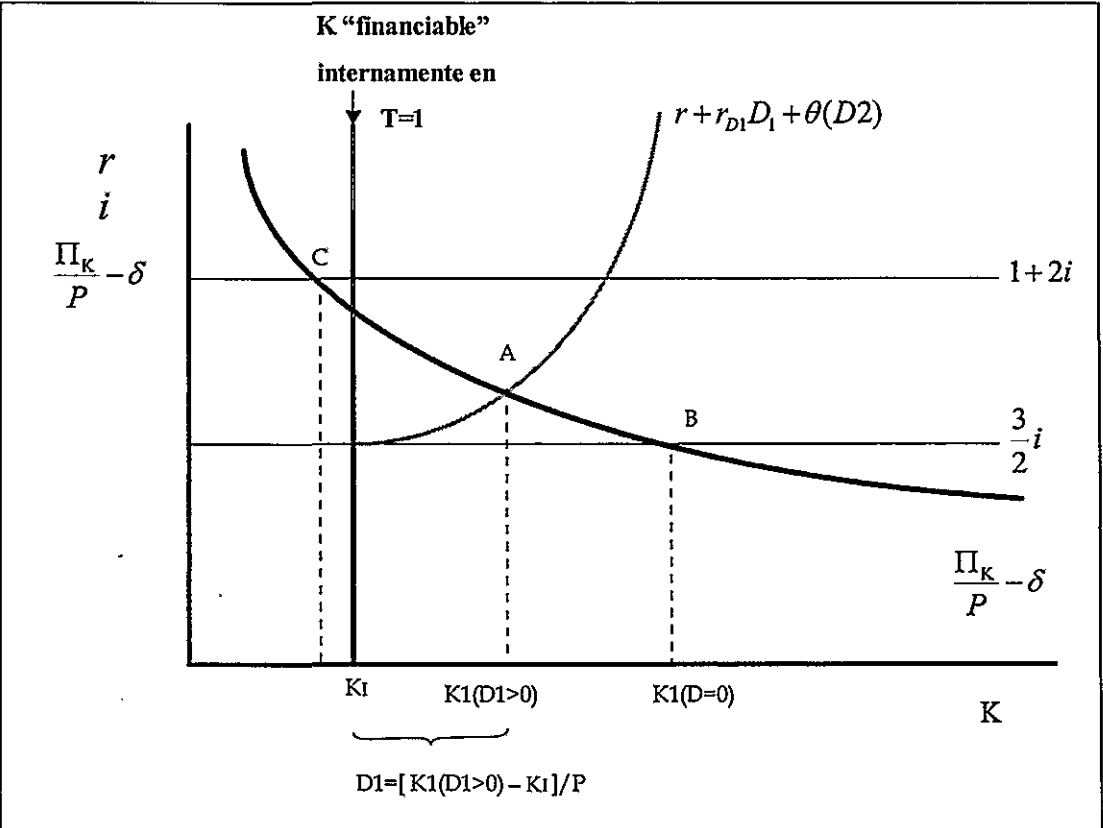
De donde finalmente se obtiene:

$$[\Pi_{K1} + p(1 - \delta - i)] = p(1 - \lambda_2^*)(\beta - \lambda_2^*)^{-1}$$

¹⁷⁷ Notése que el punto C del gráfico, el cual delimita el stock de capital óptimo en $t=2$ con $D_2=0$, es alcanzable exclusivamente con recursos internamente generados por lo que $D_2=0$, de ahí que la ecuación válida para K_1 sea la ecuación 4.11. En este caso, por lo tanto $\theta(D_2)=i/2$.

incrementar el equipamiento instalado por encima de K_1 y por tanto, dadas las limitaciones en los recursos internos, emitir deuda por valor de D_1 .

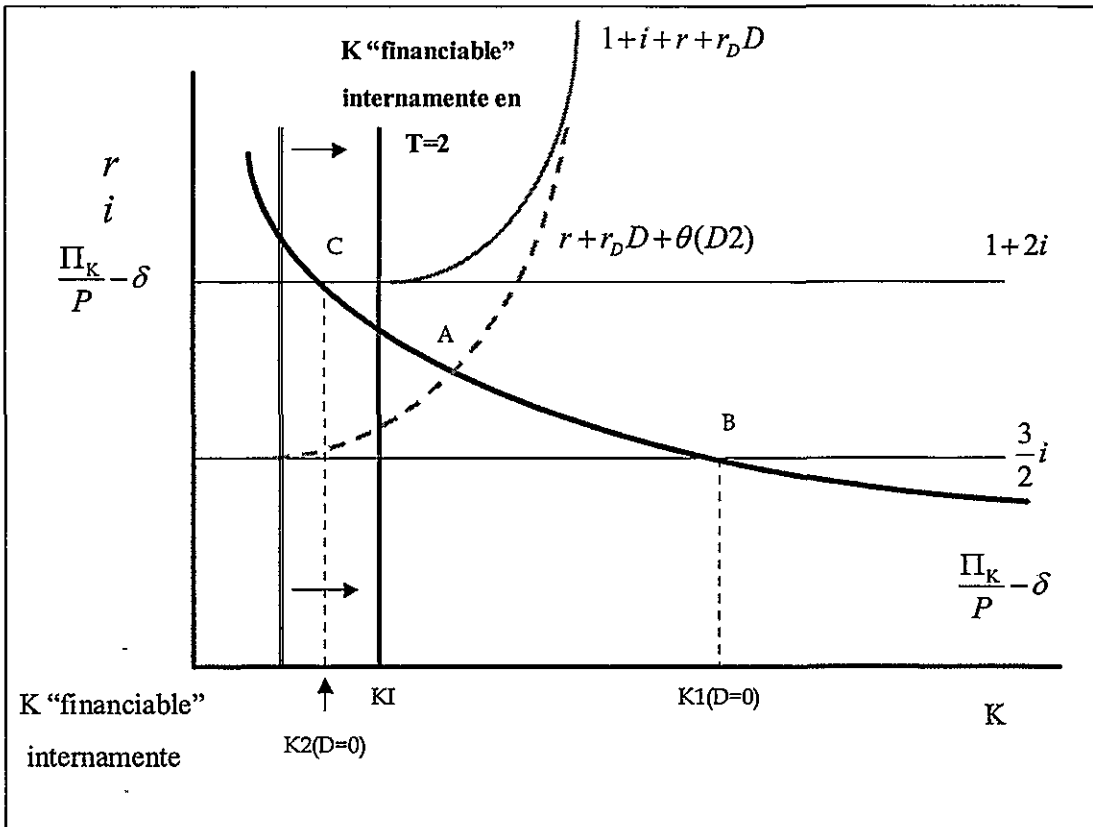
Figura 34.- Stock de capital óptimo K_1 y $D_1 > 0$



Siempre que $i > 0$, el rendimiento marginal del capital, $(\Pi'(K)/P - \delta)$, excede al coste marginal de la deuda, $r + r'(D)$, en una cuantía igual a $\theta(D_2) = i/2$, por lo que la decisión de invertir con financiación externa tiene, a pesar de ello, un efecto neto positivo sobre la riqueza neta de la empresa ($pK + L - D$, en este caso igual a $pK - D$), lo que supone que en el segundo período aumentaría el máximo stock de capital que se puede financiar con recursos internos,

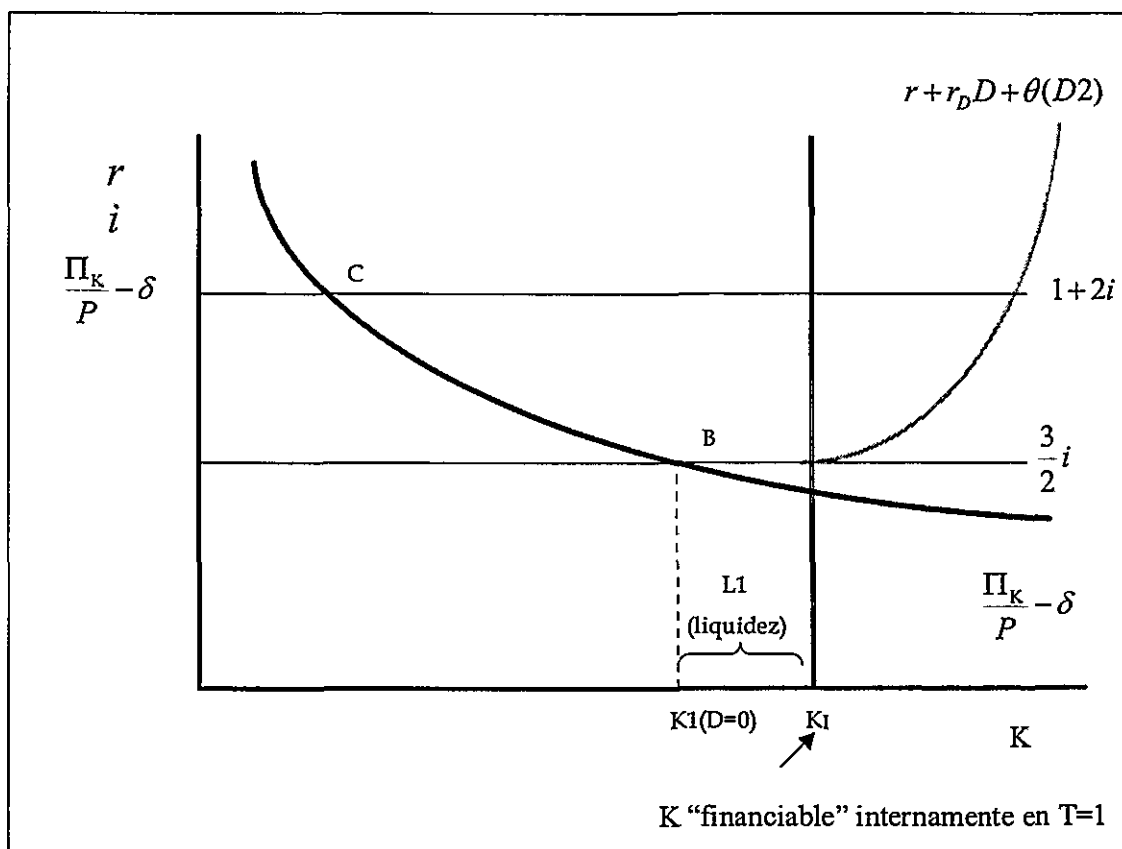
desplazándose hacia la derecha la línea vertical al nivel de KI , tal y como se aprecia en la figura 35.

Figura 35.- Configuración gráfica de las decisiones óptimas de inversión en $t=2$



En el segundo período, una situación como la representada en la figura 35, supondría que la decisión óptima de inversión (punto C) implica un nivel nulo de deuda, dado que los recursos internos superan con creces el valor del nivel deseado de stock de capital ($K2$).

Por último, la figura 36 representa una situación en la que $D_1=0$, dado que el stock de capital óptimo en $t=1$ (en este caso, aquel que satisface la ecuación 4.12) puede ser financiado exclusivamente con recursos internos.

Figura 36.- Stock de capital óptimo K_1 y $D_1=0$ 

En definitiva, el análisis realizado pone de manifiesto como la disponibilidad de recursos internos afecta a las decisiones de inversión en situaciones en las que la empresa se enfrenta a costes de la financiación externa superiores a los de la financiación interna. En estas condiciones, un shock adverso sobre la capacidad de generación interna de recursos (basta con suponer que en el modelo analizado se incorpora una perturbación aleatoria aditiva¹⁷⁸) reduce

¹⁷⁸ En ese caso el problema planteado equivale a

$$\text{Max } E \sum_{t=0}^N \beta^t \{ \Pi(K_t) + \varepsilon_t + iL_t - r(D_t)D_t - p[K_{t+1} - (1-\delta)K_t] \};$$

Con la restricción de balance

$$pK_{t+1} + L_{t+1} - D_{t+1} = \Pi(K_t) + \varepsilon_t + iL_t - r(D_t)D_t + L_t + p(1-\delta)K_t - D_t;$$

Donde ε_t es una perturbación aleatoria que se distribuye idéntica e independientemente en cada período t . Dadas las características de la perturbación aleatoria y al incorporarse de forma aditiva en la función a

la capacidad de la empresa de financiar internamente la inversión, lo cual supone no solo el apelar a financiación externa más onerosa, sino que además supone reducir el capital deseado, y por tanto la inversión. Estos son resultados característicos del denominado acelerador financiero o mecanismo financiero de propagación, el cual supone que las decisiones de inversión de la empresa se hallan influenciadas por la posición financiera de la misma, de modo que la situación patrimonial puede amplificar el efecto de posibles shocks adversos sobre la inversión.

Una primera simulación permite comprobar como la situación patrimonial inicial afecta a las decisiones de inversión. Para ello se han considerado las decisiones óptimas de inversión correspondientes al problema de optimización antes detallado, asumiendo diferentes niveles de capital inicial, deuda y liquidez. En concreto, se han tomado los resultados finales de cada optimización como los valores iniciales de la siguiente, obteniéndose los resultados detallados en la tabla 11.

Tabla 11.- Resultados¹⁷⁹ simulación decisión de inversión a 2 periodos.

SIMULAC.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
K1	1,2	1,6	2,4	3,6	5,6	8,6	13,0	19,2	22,2	22,2	22,2	22,2	22,2
D1	3,7	3,3	2,8	2,2	1,6	1,1	0,6	0,2	-	-	-	-	-
L1	-	-	-	-	-	-	-	-	16,1	47,5	85,1	130,3	184,5
K2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
D2	-	0,0	0,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
L2	1,6	4,3	8,5	15,0	24,6	38,4	57,4	82,7	114,1	151,7	196,9	251,1	316,2

La simulación¹⁸⁰ efectuada se ha realizado asumiendo que la función de beneficio responde a la expresión funcional, $\Pi(K_t) = AK_t^\alpha$, donde $A=5$ y $\alpha=0,9$. La función de coste de la deuda responde a una función lineal de la deuda cuya expresión concreta es $r(D_t) = i + 0,05D_t$, donde i es la tasa de interés a que se remunera la liquidez y a la que se descuentan las cantidades futuras, siendo $i=0,2$, y por lo tanto, $\beta=1/(1+i)=0.833$. El capital se

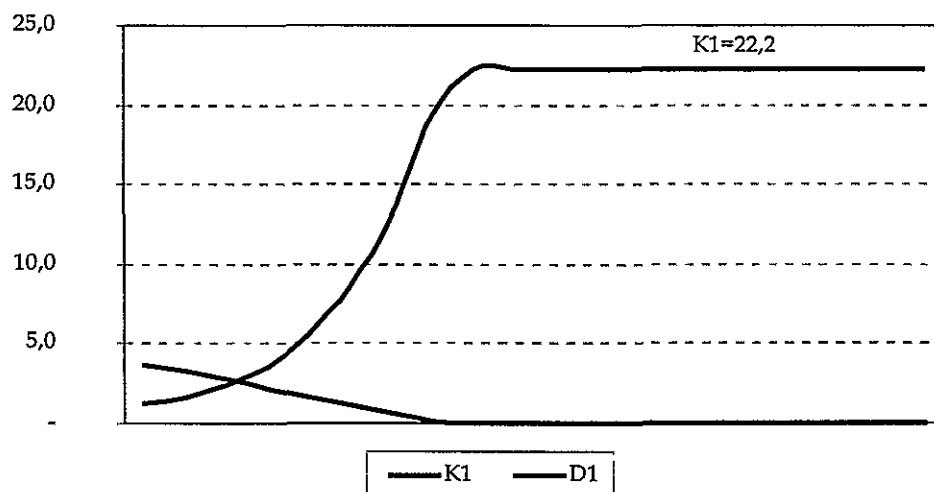
maximizar, se puede asegurar que las condiciones de optimalidad determinadas previamente resultan válidas en el caso estocástico.

¹⁷⁹ Los resultados se han redondeado a un decimal, dado que se ha utilizado en la simulación software de optimización numérica, pueden existir ligeras diferencias.

¹⁸⁰ Como anexo se incluye el código diseñado para MATLAB con el que se ha realizado la simulación.

deprecia de forma lineal con un parámetro igual a $\delta=0.8$, y puede adquirirse y venderse capital a un precio igual a 3, constante para todas las simulaciones. En la primera simulación se supone que $K_0=L_0=D_0=0$, y en el resto se toma como valor inicial el resultado final de la simulación anterior, que como se puede comprobar en la tabla 11, se limita a alterar la liquidez existente en el comienzo de la simulación.

Figura 37.- Evolución del stock de capital óptimo en $t=1$



Con los parámetros definidos, el stock de capital óptimo máximo en $t=1$ es aquel que satisface la ecuación 4.12, $\Pi_{K1} = p(i + \delta + \frac{i}{2})$, que en este caso es igual, aproximadamente, a 22,2. Dicha cantidad constituye el nivel de equipo al que tratará de acceder la empresa siempre que sus recursos internos disponibles sean suficientes, situación que se produce a partir de la novena simulación, en la que los recursos inicialmente disponibles superan por vez primera al desembolso requerido para alcanzar el stock de capital deseado. En caso contrario, recogido en las ocho primeras simulaciones, la empresa se ve obligada a recurrir a fondos externos de financiación, de coste más elevado, lo que reduce el stock de capital óptimo en el primer período.

La simulación efectuada pone asimismo de manifiesto cómo las restricciones financieras sólo resultan relevantes cuando el importe del capital óptimo resulta superior a los recursos internos, de forma que durante el tiempo en que tal restricción "actúe", la inversión, entendida

como el capital adquirido en $t=1$, se verá afectado por la disponibilidad de recursos, de forma que a mayor disponibilidad de recursos internos más cerca se hallará el capital instalado del máximo alcanzable de forma óptima.

4.2.-ACELERADOR FINANCIERO: ENFOQUES MACRO Y MICRO

Como se ha detallado previamente, los modelos teóricos fundamentados en la existencia de imperfecciones en los mercados financieros, aun cuando puede plasmarse en distintas especificaciones, comparten un núcleo de "predicciones" robustas (Bernanke et al., 1996). Así, en primer lugar, los diferentes modelos teóricos ponen de manifiesto el mayor coste de las fuentes externas de financiación. En segundo lugar, la prima exigida por la financiación varía inversamente con los recursos netos de la empresa. Por último, una reducción de los recursos netos de la empresa afectan negativamente a la inversión y producción del demandante de fondos, al elevar tanto las necesidades de recursos externos como la prima exigida por el prestamista.

En relación a estos resultados, cabe esperar que no todas las empresas se enfrenten a unas mismas condiciones crediticias, dado que al asumirse que estas características se derivan de la existencia de "imperfecciones" en la información, tiene sentido esperar que aquellas empresas que generan información constante, o aquellas de mayor tamaño que cuenten con abundantes garantías e incluso que las que cuenten con relaciones habituales con intermediarios financieros, se vean favorecidas por unas menores "primas" o menores "costes de agencia" al financiarse externamente, tanto de una forma intermediada (mediante el concurso de intermediarios financieros) como no intermediada (apelando directamente al prestamista último). En definitiva, y como señalan Bernanke et al (1996), los efectos del acelerador financiero han de ser más fuertes cuanto peor sea la situación económica general y más "débiles" los balances financieros de los potenciales deudores.

Asimismo, y como recogen, entre otros, Walsh (1998) y Estrada et al. (1997), las conclusiones expuestas suponen la base del denominado "canal crediticio" de la política monetaria. Este canal hace referencia a la importancia que tiene la política monetaria a la hora de influir sobre la oferta crediticia de los intermediarios financieros bancarios. Dichos intermediarios, que gozan de economías de escala a la hora de evaluar "riesgos" en situaciones de información asimétrica, suelen presentar un papel esencial en la financiación de las empresas que se enfrentan a costes de información o de agencia, dado que por sus economías de escala

pueden ofrecer fondos a un coste que, siendo mayor que el los recursos internos, resulta inferior al de otros oferentes de fondos. En tales condiciones cualquier medida que incremente la oferta crediticia del sistema bancario, podría incentivar en principio la inversión.

Los cuatro aspectos señalados: mayor coste de la financiación externa, prima variable, inversión dependiente de los recursos netos y efectos asimétricos en función de diversas características de los deudores, y de modo complementario, la importancia del canal crediticio de la política monetaria, constituyen los principales contenidos de los trabajos empíricos que han tratado de cuantificar la importancia del acelerador financiero. Del mismo modo que no existe un único enfoque teórico, los aspectos en los que se enfocan las investigaciones empíricas son múltiples, coexistiendo análisis puramente macroeconómicos junto con estudios microeconómicos centrados en resaltar diferencias significativas entre distintas tipologías de empresas con datos de panel¹⁸¹.

4.2.1. Enfoques macroeconómicos: El canal crediticio de la política monetaria

En algunos casos, algunos resultados empíricos han servido de sustento a la teoría del acelerador financiero al resultar coherentes con el "modus operandi" del mismo, entre ellos, algunas de las "regularidades cíclicas" más ampliamente aceptadas. Este es el caso de los resultados destacados por Zarnowitz (1992) en su extenso trabajo sobre las características del ciclo económico estadounidense, en especial en lo referente a evolución de los beneficios e inversión. Uno de los hechos "cíclicos" ampliamente aceptado, es que generalmente, los beneficios, cash-flow, márgenes de beneficio y precios de las acciones crecen de forma adelantada respecto al ciclo económico. Tal y como destaca Zarnowitz, " en condiciones de bajo empleo y utilización de la capacidad productiva..., los precios crecen más que los salarios y otros costes[...], los beneficios por unidad vendida aumentan; cuando sucede lo contrario, estos disminuyen" (Zarnowitz, 1992. pp. 11).

Dado que la inversión es claramente procíclica y coincidente con el ciclo, el carácter "adelantado" de los beneficios y del cash-flow son coherentes con una explicación de la inversión basada, de una parte, en criterios "jorgensonianos" tales como expectativas futuras de beneficio (incluso el hecho de que el precio de las acciones adelante al ciclo parece aportar soporte empírico al modelo Q de inversión) y de otra, con los modelos de restricciones

¹⁸¹ Los datos de panel abarcan diferentes observaciones temporales de variables correspondientes a diferentes unidades muestrales, así por ejemplo, los datos de la Central de Balances del Banco de España de diferentes años para diferentes sectores productivos constituyen un panel.

financieras como el expuesto (dado que la acumulación de recursos financieros internos puede potenciar la inversión, tal y como se ha tenido ocasión de comprobar con el modelo presentado anteriormente).

Dentro de un marco macroeconómico de análisis cabe citarse el trabajo de Friedman y Kuttner (1993) sobre la "escurridiza" ¹⁸² relación de los mercados crediticios y la actividad económica. Estos autores ponen de manifiesto el contenido predictivo del volumen de pagarés emitidos por las empresas ("comercial paper"), de los tipos de interés de pagarés de empresa ("comercial paper") y bonos del tesoro a corto plazo ("Treasury Bill"), y el diferencial entre ambos, sobre la actividad económica. La explicación causal que origina tal capacidad predictiva reside, a juicio de los autores, en la existencia de un acelerador financiero y un canal crediticio de la política monetaria. Una política monetaria restrictiva, reduciría la oferta crediticia de bancos e intermediarios financieros, obligando a las empresas que demandan recursos financieros a emitir deuda en el mercado ("comercial paper") elevando tanto la cantidad de deuda como los tipos de interés, y como consecuencia de tal aumento, la inversión, y por tanto la actividad económica¹⁸³, se vería afectada negativamente. La nueva deuda emitida por empresas sujetas a restricciones bancarias puede ser percibida por los posibles inversores como de mayor riesgo (o asignarla un mayor coste de agencia¹⁸⁴), lo que genera un incremento del diferencial de la rentabilidad de la deuda frente a activos sin riesgos ("*flight to quality*"), como

¹⁸² La imposibilidad, común a muchos problemas económicos, de distinguir shocks de oferta y de demanda a partir de observaciones de precios y cantidades, supone un importante obstáculo a la hora de dilucidar relaciones claras entre actividad económica y mercados crediticios. Como ejemplo de esta problemática, Friedman y Kuttner plantean un supuesto clarificador. Imaginemos una situación en la que los oferentes de préstamos reducen su disponibilidad a prestar. Esto genera una reducción de la oferta crediticia y por tanto, vía inversión, una reducción de la actividad económica. Esto a su vez reduce la demanda de créditos, propiciando una situación en la que una justificación plausible de la debilidad del mercado crediticio se halla en la menor demanda de créditos, esto a pesar de que la "causa" sea una reducción de la oferta.

¹⁸³ Los propios autores ofrecen dos explicaciones no causales de tal relación, la primera de ellas basada en la capacidad de los prestamistas de anticipar correctamente las recesiones económicas, estando la probabilidad de insolvencias y quiebras de los deudores vinculada a la actividad económica. Si un prestamista anticipa una caída en la actividad económica y por lo tanto una mayor probabilidad de insolvencia, huirá del riesgo generando un incremento del diferencial de la deuda con riesgo frente a los activos libres de riesgo. Esto produce una "aparente" capacidad predictiva de los diferenciales de tipos sobre la actividad económica. En la segunda explicación no causal, los autores señalan nuevamente un acelerador financiero, al detallar como un shock que redujera el cash-flow afectaría a la mayor demanda de deuda y ésta, al diferencial de tipos.

¹⁸⁴ Los costes de agencia asociados a la operaciones de créditos pueden presentar características contracíclicas, aumentando cuando se producen recesiones, dado que, como señalan Gertler y Bernanke, en tales situaciones, se debilita el patrimonio de las empresas y la mayor percepción de riesgo de insolvencia eleva la prima requerida por los prestamistas, incurriendo, asimismo, en mayores costes por la mayor información requerida de forma previa a la operación de préstamo. Esta situación puede incluso devenir en situaciones de racionamiento de crédito, en la línea señalada por Stiglitz y Weiss y que Walsh (1998) recoge en su amplio trabajo sobre economía monetaria.

los bonos del Tesoro ("Treasury Bill"), lo que explicaría el carácter "adelantado" del diferencial de tipos respecto al ciclo económico.

El mencionado canal crediticio es tratado de forma especial en el trabajo de Bernanke y Gertler (1995), quienes apuntan la complementariedad de este canal a la hora de explicar los procesos de transmisión de la política monetaria sobre la actividad económica, dada la insuficiencia de explicaciones basadas únicamente en el canal de tipos de interés y su efecto sobre el coste "jorgensoniano" de uso del capital y la inversión. Bernanke y Gertler establecen dos canales por los que la política monetaria afecta al coste de los recursos externos, y en concreto, a la prima requerida por el prestamista, dichos canales son el denominado "canal de los recursos internos" y el "canal bancario".

El "canal de los recursos internos" hace referencia a la relación inversa existente entre la prima requerida por el prestamista y la disponibilidad de recursos, activos líquidos y activos reales susceptibles de uso como garantía o colateral de la operación de préstamo, del prestatario.

Tal relación puede estar fundamentada, no sólo en algo tan obvio como que la mayor disponibilidad de activos proporciona al prestamista mayor seguridad frente a insolvencias, sino que también puede deberse a que el prestamista utiliza determinados indicadores o ratios financieros en la valoración de riesgos, de modo que la solidez patrimonial de la empresa, medida por dichos ratios, reduce la probabilidad percibida por el prestamista de insolvencia¹⁸⁵.

La variación de los recursos de la empresa, o la "calidad" de los mismos, generará como consecuencia un incremento de la prima exigida por el prestamista, y por tanto, si el prestamista ha de financiar su inversión con recursos externos, se reducirá el capital óptimo. Dicha reducción de los recursos internos, puede ser provocada por shocks de política monetaria. Así, un incremento de los tipos de interés puede generar una mayor carga financiera

¹⁸⁵ Un análisis muy simple permite establecer el vínculo entre prima exigida y probabilidad de insolvencia. Asumamos que un prestamista puede invertir 1 euro en una actividad libre de riesgo y percibir un rendimiento igual a i . Alternativamente puede prestar dicho euro a un agente a una rentabilidad igual a r , pero existe la eventualidad de que dicho agente se declare en quiebra y se pierda el capital prestado así como los intereses, r . La probabilidad de que el agente devuelva el préstamo y pague r de intereses es p , siendo $1-p$ la probabilidad de que incurra en una insolvencia plena. Si el prestamista es neutral al riesgo, le resultarán indiferentes ambas alternativas cuando se igualen los rendimientos esperados de ambas operaciones, es decir, cuando se cumpla: $(1+i) = [(1+r)p + 0(1-p)]$. De esta expresión se puede despejar r , es decir, la rentabilidad mínima exigida por un prestamista neutral al riesgo al prestar a un agente con probabilidad p de insolvencia plena, siendo $r = (1+i-p)/p$. Como se puede comprobar, la prima exigida, $r-i = (1-p)(1+i)/p$, es directamente proporcional a la probabilidad de insolvencia. Así, a modo de ejemplo, un $i=5\%$ y una probabilidad de insolvencia de 0,10 ($p=.9$) supone $r=16,7\%$.

(si la deuda "antigua" ha sido emitida a tipo variable), lo cual reduciría el cash-flow de la empresa o bien, reducir directamente la capacidad de endeudamiento, si el valor de los activos de garantía varía inversamente con los tipos de interés¹⁸⁶.

El "canal bancario", se refiere, al igual que en el trabajo de Friedman y Kuttner (1993), a las variaciones de la oferta de préstamos bancarios que pueden generar las operaciones de política monetaria. Sin embargo, tal y como señalan Bernanke y Gertler (1995), el modo en que la política monetaria afecta a la oferta crediticia de los bancos y si tal "canal" existe es un asunto que carece de respuesta consensuada, dado que la oferta crediticia de los bancos no está vinculada de una forma rígida a las condiciones monetarias (reservas y depósitos bancarios) y dado el amplio abanico de activos financieros (fondos de titulación¹⁸⁷, obligaciones,...) de que dispone el sistema bancario como sustitutos de los depósitos y las constantes innovaciones de los mercados financieros. En cualquier caso, el "canal bancario", resultará tanto más relevante cuanto menos sustitutos presenten los préstamos bancarios, es decir, si éstos constituyen la única fuente de financiación de ciertos agentes¹⁸⁸, o resulta difícilmente sustituibles por otra fuente.

El funcionamiento del "canal bancario" puede plasmarse de forma muy simple en el habitual modelo IS-LM, tal y como proponen Bernanke y Blinder (1988) y que reproduce Walsh (1998). Asumamos que en el marco de un modelo IS-LM existen tres¹⁸⁹ activos financieros. El dinero, que proporciona un tipo de interés nulo, bonos, de rendimiento positivo, (éstos constituyen los activos que generalmente incorpora cualquier modelo IS-LM), y préstamos bancarios, activo financiero que el trabajo de Bernanke y Blinder incorpora de forma adicional.

¹⁸⁶ Bernanke et al. (1996), basándose en el trabajo de Kiyotaki y Moore (1995), proponen un simple ejemplo de un modelo en el que la capacidad de endeudamiento de la empresa está limitada por el valor de los activos que posee la empresa y que sirven como garantía frente a los acreedores. Asumiendo que el valor de tales activos está asociado a un tipo de interés de mercado, las alteraciones de éste, provocadas por cambios de signo de la política monetaria, hacen variar la capacidad de endeudamiento y por tanto la producción de la empresa si el endeudamiento es fundamental en los posibles niveles de producción.

¹⁸⁷ Un banco puede extraer de su activo determinados activos financieros y emitir pasivos sobre los mismos, por ejemplo, las hipotecas pueden titulizarse y obtener fondos con que conceder nuevos préstamos. Con ello, una reducción de la liquidez suministrada por el banco central puede no tener efecto alguno sobre la oferta crediticia del sistema bancario si éste tiene capacidad para obtener fondos de fuentes alternativas.

¹⁸⁸ Agentes que precisen de financiación han de suministrar información y garantías a los proveedores de fondos. Los bancos, presentan economías de escala en la valoración de información, con lo que para determinadas empresas, los préstamos bancarios son la única fuente de financiación de que disponen, dado que prestamistas no especializados y sin economías de escala incurrirían en costes muy elevados al evaluar la solvencia de dichas empresas y rehuiría de las mismas, especialmente si existen otros activos con menor "coste" de evaluación.

¹⁸⁹ Como señala Bernanke en sus comentarios sobre el trabajo de Friedman y Kuttner (1993) en este modelo el número de Brainard es tres. El número de Brainard es el número de activos financieros, imperfectamente sustituibles, que existen en una economía o modelo.

Los Bancos, con los pasivos derivados de los depósitos aceptados (D), mantienen reservas (R) en una proporción respecto a sus depósitos (σD), conceden préstamos (L) y adquieren bonos (B). La restricción de balance del banco, equivale entonces a : $D = B + L + R$, donde por definición, $R = \sigma D$ y $B + L = (1-\sigma) D$.

La demanda de bonos, entendida como participación de los mismos sobre el total de activos bancarios distintos de la reservas, depende de forma directa del tipo de interés de dichos bonos (I_b) y de forma inversa del tipo de interés de los préstamos bancarios (I_l). La expresión funcional que recoge estas relaciones es:

$$D_b = \frac{B}{(1-\sigma)D} = b(I_b, I_l)$$

$$\text{con } \frac{\partial b(I_b, I_l)}{\partial I_b} \geq 0 \text{ y } \frac{\partial b(I_b, I_l)}{\partial I_l} \leq 0.$$

El peso de los préstamos bancarios sobre el total de activos bancarios excluidos reservas, o de forma equivalente la oferta de préstamos bancarios, depende también del tipo de interés de los bonos, de forma inversa, y de los tipos de interés de los préstamos bancarios, de forma directa, conforme a la expresión:

$$S_L = \frac{L}{(1-\sigma)D} = l^s(I_b, I_l) = 1 - \frac{B}{(1-\sigma)D} = 1 - b(I_b, I_l);$$

$$\text{con } \frac{\partial l^s(I_b, I_l)}{\partial I_l} \geq 0 \text{ y } \frac{\partial l^s(I_b, I_l)}{\partial I_b} \leq 0.$$

Se asume asimismo que la demanda de préstamos depende del tipo de interés de los mismos, así como del nivel de producción y renta, a través de la expresión:

$$D_L = l^D(I_l, Y)$$

$$\text{con } \frac{\partial l^D(I_l, Y)}{\partial I_l} \leq 0 \text{ y } \frac{\partial l^D(I_l, Y)}{\partial Y} \leq 0$$

El equilibrio en esta economía está definido por un triple equilibrio parcial en los mercados de activos financieros. En primer lugar, las reservas bancarias han de igualarse a la "oferta" de reservas determinada por el banco central, y por tanto, los depósitos originados por la oferta de reservas han de igualarse con los depósitos (dinero bancario) demandados por los agentes no bancarios. Si la demanda de dinero bancario depende como es usual de los tipos de interés de los bonos de forma negativa, y del nivel de renta y producción de forma positiva, se puede establecer la siguiente relación a partir del equilibrio entre demanda de reservas (R_d) y oferta de reservas (R_s),

$$R_s = y - c I_b + v$$

Dado que, conforme se ha definido, $R_d = \sigma D = \sigma f(I_b, Y)$, y dado que el equilibrio exige $R_d = R_s$. El término v se incorpora para permitir la existencia de shocks monetarios sobre la oferta de reservas, los cuales reflejan el "corte" de la política monetaria.

En segundo lugar, el mercado de bonos ha de estar en equilibrio, igualándose demanda de bonos, y oferta de bonos, ésta última vinculada a decisiones de inversión de las empresas, al igual que la demanda de préstamos bancarios.

En tercer lugar, asumiendo que no se produce racionamiento de crédito, el equilibrio en el mercado de préstamos bancarios exige que oferta y demanda de préstamos coincida, exigiendo por lo tanto:

$$D_L = I^D(I_L, Y) = L = I^S(I_b, I_L)(1 - \sigma)D = I^S(I_b, I_L) \frac{(1 - \sigma)}{\sigma} R_s$$

De donde se obtendría una relación entre el tipo de interés de los préstamos, tipo de interés de los bonos, actividad económica, oferta de reservas y un término w que recoge posibles shocks específicos del mercado de crédito bancario, analíticamente, $I_L = f(I_b, Y, R_s, w)$.

Por último, una ecuación IS similar a ésta, $Y = -c_1 I_L - c_2 I_b + u$, permite establecer las relaciones existentes entre una reducción de la oferta de reservas (shock de política monetaria contractiva) y la contracción de la actividad económica. La reducción de oferta de reservas, al margen de su efecto sobre el tipo de interés de los bonos recogido por el análisis IS-LM tradicional, contrae la oferta de préstamos bancarios, lo cual genera elevaciones del tipo de interés de los préstamos bancarios y por tanto reduce el nivel de producción de equilibrio vía la relación IS especificada.

Este marco de análisis tan sencillo pone de manifiesto el funcionamiento del canal bancario antes aludido, poniendo también de manifiesto las condiciones en las que tal canal no "funcionaría". Si los préstamos bancarios son sustituibles fácilmente por otras fuentes de financiación, la relación IS presentaría un parámetro $c_1=0$, de donde se concluiría que el gasto agregado y la producción es independiente del tipo de interés de los préstamos bancarios. De igual modo, si en el balance del banco típico se incluyen pasivos diferentes de los depósitos que no estén sujetos a coeficiente de reservas, la transmisión de las variaciones de la oferta de reservas provocadas por la política monetaria se vería muy limitada, dado que se podrían conceder nuevos préstamos bancarios apoyados en tales pasivos, no generándose por tanto ninguna variación en los tipos de interés de los préstamos.

Tales limitaciones pueden explicar por qué la existencia e importancia del "canal bancario" no ha podido ser refrendado de forma unánime, no sólo por cuestiones de fondo como la no sensibilidad de la oferta de créditos a cambios de política monetaria sino también por la incapacidad de indentificar adecuadamente shocks de oferta y shocks de demanda en cualquier mercado, incluido el financiero, razón a la que también se alude en la investigación de Friedman y Kuttner (1993). Como se ha visto previamente, una política monetaria restrictiva reduce tanto el activo (préstamos) como el pasivo (depósitos bancarios), con lo cual resulta prácticamente imposible determinar si posibles reducciones posteriores en la producción son consecuencia del "canal bancario" o del tradicional canal de tipos de interés (menos dinero, menor demanda o mayor oferta de bonos, elevación de los tipos de interés del bono). Del mismo modo, aquellos estudios que han basado la contrastación de las hipótesis del acelerador financiero o del canal crediticio en relaciones de adelanto o retraso de diferentes agregados monetarios respecto a la actividad económica, se hallan sujetos a considerables dudas sobre la causalidad que reflejan. Bernanke et al. (1996) citan un ejemplo claro. Una relación de adelanto del crédito frente a la producción, que puede interpretarse como evidencia del acelerador financiero, puede ser generada por un modelo (por ejemplo, el modelo de King y Plosser, 1984) en el que el crédito responde de forma pasiva a la producción esperada, sin que exista por tanto ninguna relación entre crédito y producción. En el mismo sentido se pronuncia Kydland (1995) en su recopilatorio "Business Cycle Theory", al señalar que la relación cíclica entre los agregados monetarios y la producción puede deberse a simples reacciones pasivas del crédito.

Como sentencian Bernanke et al (1996), dado que la teoría no establece ninguna relación temporal, las comparaciones tipo "carrera de caballos" entre agregados crediticios y medidas de actividad productiva no tienen ningún valor a la hora de validar o rechazar una teoría, máxime

cuando tales relaciones dinámicas “reveladas” mediante transformaciones¹⁹⁰ de los datos originales muchas veces presentan dudas sobre la idoneidad de la transformación efectuada.

La diversidad de resultados a nivel agregado puede ser la consecuencia de los problemas de agregación a los que ya se alude en el capítulo dedicado a la inversión. Estas limitaciones, puestas de manifiesto por muchos autores, entre ellos, Chatelain et al. (2001), Chirinko et al. (1999), Bond y Van Reenen (2002) o Bernanke et al. (1996). La conclusión general de estos trabajos, es que el análisis con datos de panel o “cross-section” resulta más adecuado para la validación de teorías que se formulan originalmente a nivel microeconómico.

4.2.2. Enfoques microeconómicos: inversión con restricciones financieras

En ocasiones, y siguiendo la línea de investigación abierta por Fazzari et al. (1988), el enfoque adoptado consiste en analizar la relación entre la inversión y variables ligadas a los recursos internos de la empresa, en concreto el cash-flow, en diferentes grupos de empresas. La finalidad de este tipo de estudios es la contrastación de la existencia de mayor sensibilidad de la inversión al cash-flow en aquellas empresas que a priori se hallen con mayor probabilidad sujetas a restricciones financieras. Como señalan Fazzari et al. (1988), el considerar diferentes tipos de empresa puede ayudar a explicar aparentes paradojas relativas a la significatividad de variables relacionadas con restricciones financieras a la hora de explicar la inversión.

En los siguientes apartados se analizarán los principales modelos microeconómicos que incorporan distintas “anomalías” que invalidan la irrelevancia de las variables financieras en las decisiones de inversión. Esta revisión tiene por objeto no sólo estudiar los modelos teóricos propuestos sino también analizar los resultados empíricos que han arrojado tales propuestas.

¹⁹⁰ Para la obtención del título de Estudio Avanzados el doctorando realizó su trabajo de investigación sobre el análisis de series temporales y los efectos de los filtros usuales sobre las propiedades de las series. En tal trabajo se realizó un análisis más detallado de las “perversiones” que introducen determinados transformaciones sobre los datos, y como tales “perversiones” pueden alterar las conclusiones que se extraigan de un simple análisis de correlaciones cruzadas.

4.2.2.1.-El modelo de Fazzari et al. (1988)

El diferente tratamiento fiscal otorgado a dividendos, intereses, deuda y aportaciones de capital (nuevas acciones), genera un diferencial de coste entre los recursos internos y externos, el cual "rompe" el teorema de Modigliani-Miller relativo a la irrelevancia del carácter interno o externo de las fuentes de financiación de la empresa en las decisiones de inversión. Del mismo modo, la existencia de información limitada sobre la "calidad" de las empresas¹⁹¹ y de sus proyectos de inversión determinan que los accionistas exijan una prima a las acciones de empresas con mayores problemas de "información", dado que los proveedores de recursos financieros encontrarán más costoso, incluso imposible, evaluar la viabilidad de la inversión.

El artículo de Fazzari et al. (1988) presentan un modelo en el que se muestran como se alteran las principales conclusiones del modelo neoclásico de inversión "jorgensoniano" ante la existencia de "jerarquía financiera", o preferencia de unas fuentes de financiación frente a otras cuando las distintas fuentes de financiación no son sustitutivos perfectos. En el caso analizado por estos autores, las diferencias fiscales y la imperfección de la información generan un diferencial de coste entre los recursos internos, derivados de la retención de beneficios, y el coste de los recursos externos, que Fazzari et al. (1998) limitan en su modelo a la emisión de nuevas acciones, lo que genera una preferencia o jerarquía financiera.

A fin de analizar las implicaciones derivadas de las imperfecciones consideradas, se presentan a continuación las líneas básicas del modelo de Fazzari et al (1988).

El punto de partida es la determinación de las variables que fundamentan el "valor" de una empresa así como la definición del objetivo general de la empresa. Para ello se parte del rendimiento neto de impuestos, R_t , obtenido por un determinado accionista en un momento temporal t , el cual es igual a:

$$R_t = \frac{(V_{t+1} - V_t)(1 - c) + D_t(1 - \theta)}{V_t}$$

Donde D_t representa los dividendos percibidos netos de impuestos, siendo θ el tipo impositivo aplicado a la renta procedente de dividendos, V_t es el valor de la acción en el período t y V_{t+1} es el valor de una acción existente en t en el período $t+1$. Las ganancias de capital $(V_{t+1} - V_t)$ están gravadas a un tipo impositivo igual a c .

¹⁹¹ En este punto es obligado hacer referencia a Akerloff y su análisis del mercado de "cacharros".

En el período $t+1$ el valor total de la empresa será igual a: $V_{t+1} = {}_tV_{t+1} + V_t^N$, siendo V_t^N , el valor de las nuevas acciones emitidas.

En equilibrio, los tenedores de acciones exigirán un rendimiento i (puede pensarse en un activo sin riesgo alternativo), por lo tanto de existir equilibrio, el rendimiento obtenido por las acciones coincidirá con el rendimiento requerido, es decir, se cumplirá:

$$iV_t = (1-\theta)D_t - (1-c)V_t^N + (1-c)V_{t+1} - (1-c)V_t$$

O alternativamente,

$$\frac{i}{1-c}V_t = \frac{1-\theta}{1-c}D_t - V_t^N - V_{t+1} - V_t \Rightarrow \left(1 + \frac{i}{1-c}\right)V_t = \frac{1-\theta}{1-c}D_t - V_t^N - V_{t+1} ;$$

De donde,

$$V_t = \left(1 + \frac{i}{1-c}\right)^{-1} \left[\frac{1-\theta}{1-c}D_t - V_t^N \right] - \left(1 + \frac{i}{1-c}\right)^{-1} V_{t+1}$$

Esta relación responde a la formulación general de una ecuación en diferencias, por lo tanto su solución, mediante sustituciones recursivas "*forward*" responderá a:

$$V_t = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{i}{1-c}\right)^{-(n+1)} \left[\frac{1-\theta}{1-c}D_{t+n} - V_{t+n}^N \right] = \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n+1)} \left[\frac{1-\theta}{1-c}D_{t+n} - V_{t+n}^N \right]$$

Expresión que recoge la equivalencia entre el valor de la empresa y el valor actual del flujo de dividendos neto de impuestos, ajustado de las nuevas aportaciones o emisión de nuevas acciones. Si asumimos que existe una prima asociada a la emisión de nuevas acciones, equivalente a un porcentaje sobre el valor de la emisión, la anterior expresión se transforma, denotando por Ω_{t+1} , a la prima de emisión, en :

$$V_t = \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n+1)} \left[\frac{1-\theta}{1-c}D_{t+n} - (1 + \Omega_{t+n})V_{t+n}^N \right] \quad (4.13)$$

El objetivo de la empresa es maximizar su valor, determinado por la ecuación 4.13, respecto a las variables, I_t , K_t , V_t^N y D_t , estando dicha maximización sujeta a las restricciones siguientes:

- Acumulación de capital: $K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t$, donde como es usual, K_t es el stock de capital al finalizar el período t , δ es el coeficiente de depreciación es I_t es la inversión del período.
- Restricción de balance o identidad entre usos y recursos.
 $(1 - \tau)\Pi(K_t) + V_t^N = D_t + I_t$, siendo τ el impuesto sobre los beneficios $\Pi(K_t)$, V_t^N el valor de las nuevas acciones emitidas, D_t el valor de los dividendos e I_t la inversión del período t .
- No negatividad de los dividendos, $D_t \geq 0$, y límite mínimo de las nuevas emisiones de acciones $V_t^N \geq V^N$.

En definitiva, la maximización se realiza sobre el lagrangiano:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n+1)} \left\{ \left[\frac{1-\theta}{1-c} D_{t+n} - (1 + \Omega_{t+n}) V_{t+n}^N \right] - \right. \\ & - \lambda_t [K_t - (1 - \delta)K_{t-1} - I_t] - \alpha_t [(1 - \tau)\Pi(K_t) + V_t^N - D_t - I_t] - \\ & \left. - \beta_t (V_t^N - V^N) - \gamma_t D_t \right\} \end{aligned}$$

Siendo λ_t , α_t , β_t y γ_t los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones antes detalladas.

Las condiciones de primer orden (CPO) correspondientes al problema planteado por Fazzari et al. (1988) son:

1. CPO para K_t

$$-\lambda_t + (1 - \delta)\rho\lambda_{t+1} - \alpha_t(1 - \tau)\Pi'(K_t) = 0 \quad (4.14)$$

2. CPO para I_t

$$\lambda_t + \alpha_t = 0 \Rightarrow \lambda_t = -\alpha_t \quad (4.15)$$

3. CPO para D_t

$$\frac{1-\theta}{1-c} + \alpha_t - \gamma_t = 0 \quad (4.16)$$

4. CPO para V_t^N

$$-(1 + \Omega_t) - \alpha_t - \beta_t = 0 \Rightarrow -(1 + \Omega_t) - \beta_t = \alpha_t \quad (4.17)$$

De 4.15 y 4.17 se desprende:

$$-\lambda_t + (1 - \delta)\rho\lambda_{t+1} - \lambda_t(1 - \tau)\Pi'(K_t) = 0$$

O alternativamente

$$\lambda_t[(1 - \tau)\Pi'(K_t) + 1] = (1 - \delta)\rho\lambda_{t+1} \quad (4.18)$$

Si $D_t > 0$, entonces $\gamma_t = 0$, por lo que según la ecuación 4.16

$$\alpha_t = -\frac{1 - \theta}{1 - c}$$

Resultado que nos permite describir la ecuación 4.14 como :

$$-\lambda_t + (1 - \delta)\rho\lambda_{t+1} + \frac{1 - \theta}{1 - c}(1 - \tau)\Pi'(K_t) = 0$$

De donde,

$$\lambda_t = (1 - \delta)\rho\lambda_{t+1} + \frac{1 - \theta}{1 - c}(1 - \tau)\Pi'(K_t)$$

Ecuación de la que se obtiene por sustituciones recursivas la expresión:

$$\lambda_t = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1 - \theta}{1 - c} (1 - \tau)\rho^s (1 - \delta)^s \Pi'(K_{t+s}) ; \quad (4.19)$$

Además, tal y como se deduce de la condición necesaria de inversión óptima ha de cumplirse, $\lambda_t = \frac{1 - \theta}{1 - c}$, dado que además según la ecuación 4.19 el valor de λ_t es equivalente al concepto de q marginal, si la inversión de la empresa es óptima, la q marginal ha de ser $\lambda_t = \frac{1 - \theta}{1 - c}$, que es inferior a la unidad siempre que $\theta > c$.

Por otro lado si $V_t^N = V^N > 0$, entonces el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción límite de las nuevas emisiones de acciones será nulo, es decir, $\beta_t = 0$, por lo tanto de la ecuación 4.17 se deducirá:

$$\alpha_t = -(1 + \Omega_t)$$

Resultado que sustituido en la ecuación 4.14 proporciona el resultado:

$$-\lambda_t + (1 - \delta)\rho\lambda_{t+1} + (1 + \Omega_t)(1 - \tau)\Pi'(K_t) = 0$$

De donde

$$\lambda_t = (1 - \delta)\rho\lambda_{t+1} + (1 + \Omega_t)(1 - \tau)\Pi'(K_t)$$

Y por sustituciones recursivas,

$$\lambda_t = \sum_{s=0}^{\infty} (1 + \Omega_{t+s})(1 - \tau)\rho^s (1 - \delta)^s \Pi'(K_{t+s}) ; \quad (4.20)$$

Dado que la optimalidad de la inversión, conforme a la ecuación 4.15, implica $\lambda_t = -\alpha_t$, en este caso se obtendrá, $\lambda_t = (1 + \Omega_t)$.

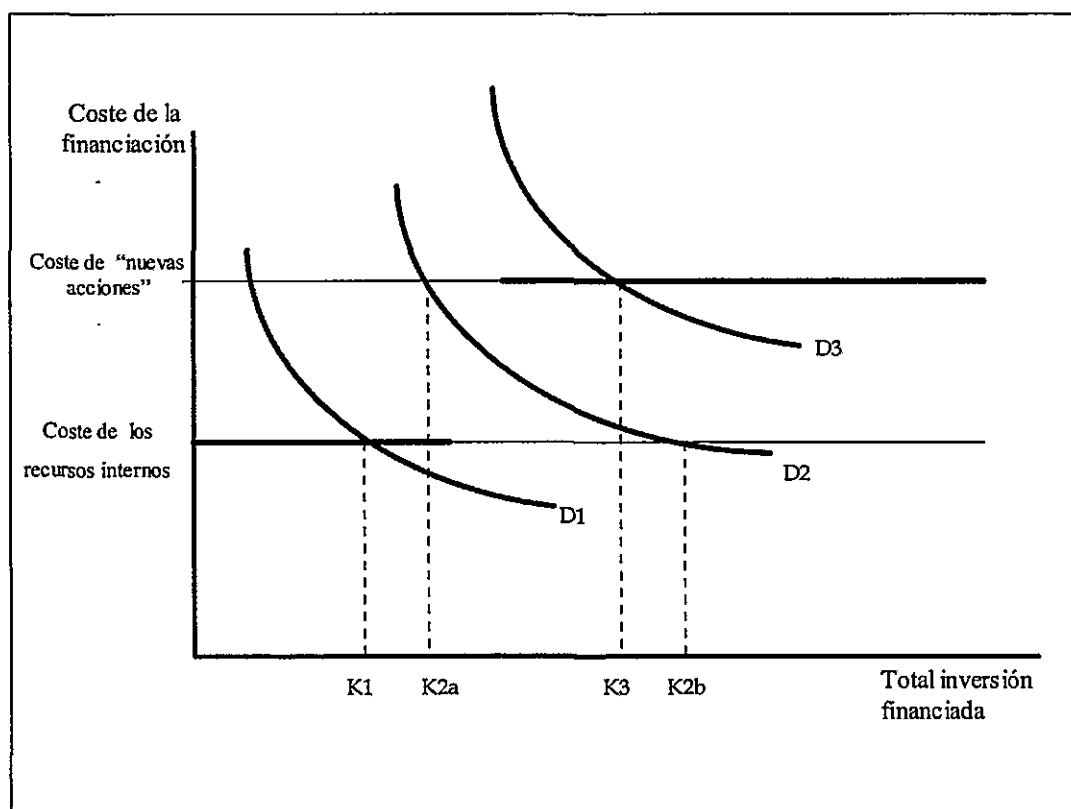
Conforme a los resultados mostrados, para la empresa no resulta óptimo emitir nuevas acciones y simultáneamente pagar dividendos (dado que α_t presentará valores distintos asociados a cada contingencia), situaciones que se asocian asimismo al caso en que los recursos internos resulten insuficientes para financiar la inversión, $V_t^N > 0$, y al caso en que existan recursos internos suficientes para ello, $D_t > 0$. En el primer caso, la optimalidad de la inversión exige que $\lambda_t = (1 + \Omega_t)$, siendo en ese caso $\lambda t > 1$, mientras que en el segundo caso, la inversión es óptima si se satisface $\lambda_t = \frac{1 - \theta}{1 - c}$, con $\lambda t < 1$ siempre que $\theta > c$.

Dado que λ_t , con un precio del capital igual a 1, equivale al concepto de q marginal, definida en el capítulo de la inversión, y por tanto es una medida del valor descontado del beneficio marginal generado por la inversión, se puede comprobar como en el caso de la financiación mediante emisión de nuevas acciones, el beneficio que genera la inversión marginal ha de resultar superior al beneficio exigido cuando los recursos internos son

suficientes. Alternativamente, el modelo expuesto muestra como los recursos externos (nuevas acciones) resultan más costosos que los recursos internos, y por tanto, la inversión, si es óptima, ha de reportar distinto beneficio marginal en cada caso, obviamente, más elevado cuanto mayor sea el coste de la financiación. En el caso de que la inversión no lleve acarreado un beneficio marginal como el requerido para la emisión de nuevas acciones, la empresa se enfrentará a "restricciones financieras" en el sentido de que sus decisiones de inversión están condicionadas por la disponibilidad de recursos internos, dado que no accederá a fuentes externas de financiación al ser excesivamente costosas en relación al beneficio marginal derivado de la inversión. En tales condiciones la evolución de la inversión estará ligada a la de los recursos internamente generados (cash-flow).

Estas conclusiones aparecen reflejadas en la figura 38, extraída de Fazzari et al. (1988), donde D_1 , D_2 y D_3 representan diferentes demandas de capital, asociadas a distintas oportunidades de inversión con "q marginales" diferentes.

Figura 38.- Inversión y "jerarquía financiera".



Fuente: Fazzari, Steven. M. Et al. [Hubbard, R. Glenn y Petersen, Bruce C.] Financing constraints and corporate investment. Brookings Papers on Economic Activity. Issue. 1. p. 146. 1988.

En K1, la inversión, con un rendimiento marginal dado por D1, puede ser completamente financiada con recursos internos, e incluso podría darse el caso en que la empresa distribuyese dividendos a su accionistas, cumpliéndose por tanto las condiciones reflejadas en las ecuaciones 4.16 y 4.19. En K3, el mayor rendimiento marginal del capital y la reducida disponibilidad de recursos internos determina que la empresa emita nuevas acciones a pesar de su coste superior. Tal situación también queda reflejada en K2a, que refleja la insuficiencia de los recursos internos para financiar un nivel de capital igual a K2b, el cual resultaría óptimo si pudiese ser financiado de forma interna¹⁹². En tal situación, las variaciones en los recursos internos harían variar la inversión, de forma que inversión y recursos internos se hallarían relacionados entre sí, mientras que en las situaciones determinadas por K1 y K3, las variaciones en la inversión deberían venir ligadas exclusivamente de variaciones en los rendimientos marginales del capital (o alternatively, en el valor de la q marginal).

Como se ha señalado, bajo un comportamiento optimizador, en el marco del modelo presentado, no resulta óptimo para la empresa distribuir dividendos y simultáneamente emitir nuevas acciones, dado que reducir los dividendos permitiría a la empresa disponer de mayor cantidad de recursos internos y reducir por lo tanto el importe de la financiación externa, mucho más costosa. La distribución de dividendos, por lo tanto, proporciona información relativa a las restricciones financieras a las que se enfrenta la empresa. Si la empresa presenta un elevado "pay-out" o relación entre dividendo distribuido y beneficio, indicará que la empresa no se enfrenta a restricciones importantes, por el contrario, la inexistencia de dividendo "alerta" frente a la posible existencia de tales restricciones.

Esta es la idea intuitiva¹⁹³ que subyace en la propuesta de Fazzari et al. (1988) a la hora de validar la existencia de restricciones financieras. Estos autores proponen clasificar las

¹⁹² A un coste intermedio entre las nuevas emisiones de acciones y los recursos internos se situaría la deuda (bonos), pudiendo ampliarse el análisis de forma que incluya una tercera vía de financiación de la inversión.

¹⁹³ Intuitiva y pionera, dado que a partir de la propuesta de Fazzari et al. (1988) han surgido diferentes alternativas de segmentación que tratan de desvelar la existencia de posibles restricciones financieras. Como recogen Bond y Van Reenen (2002) entre estas alternativas se destacan las propuestas de Devereaux y Schiantarelli (1990) de utilizar el tamaño, edad y crecimiento de la empresa, la de Whited (1992) de utilizar el "rating" crediticio, la de Schaller (1993) de utilizar la dispersión de la propiedad accionarial, la de Hoshi et al. (1991) de incluir la pertenencia a un grupo empresarial o la de Lestón (1993) de incluir la existencia de relaciones con bancos como criterios de segmentación de las empresas. Otros autores como Chirinko y Schaller (1995) o Scaramozino (1997) apuestan por la combinación de diferentes criterios, en su caso, la distribución de dividendos y el propio ratio de inversión sobre el capital. La imposición a priori de criterios que determinan la inclusión en un grupo, y por tanto la validación o no de la existencia de restricciones financieras constituye una de las principales críticas a esta metodología. En este sentido resulta sumamente interesante la propuesta de Bagella et al. (2001), quienes proponen identificar los grupos y variables que determinan la pertenencia a cada grupo a través de lo que denominan "revelación directa" a partir de información cualitativa. A partir de información extraída de una encuesta directa a las empresas, en la que informan de si realizaron o no proyectos de inversión y de si tuvieron dificultad para

diferentes empresas¹⁹⁴ en función de la política que ha seguido en la distribución de dividendos en un período de tiempo relativamente largo (10 años). Los tres grupos que definen los autores vienen definidos por una distribución de dividendos inferior al 10% del beneficio (grupo 1), por distribuir entre el 10% y 20% (grupo 2) y por distribuir más del 20% (grupo 3). Según los cálculos de los autores, los valores de la q de Tobin resultan más elevados en aquellas empresas que previsiblemente se enfrentan a restricciones financieras, es decir las de grupo 1 y grupo 2, característica consistente con el modelo presentado.

En otra línea alternativa de contrastación de existencia de restricciones financieras, Fazzari et al (1988) proponen comprobar la significatividad conjunta de las variaciones en los recursos generados internamente y de la q de Tobin a la hora de explicar la inversión de las empresas. La confirmación de la significatividad simultánea de ambas variables validaría la existencia de restricciones financieras, dado que de no existir éstas y como se desprendería del modelo de inversión neoclásico, la q de Tobin (como aproximación válida de la q marginal) en exclusiva sería suficiente a la hora de analizar las decisiones de inversión de las empresas. Asimismo, bajo la hipótesis de mercados de capitales perfectos, no cabría esperar que las variaciones en la generación de recursos internos (cash-flow) presentarían efectos significativamente diferentes en la inversión de distintos grupos de empresas.

La metodología utilizada por Fazzari et al. (1998) parte del modelo neoclásico de inversión al que se incorpora la variable cash-flow como aproximación a los recursos internos generados por la empresa, el cual se resume en la siguiente ecuación, para la empresa i en el momento t ¹⁹⁵:

$$\left(\frac{I}{K}\right)_{it} = \mu_i + \beta Q_{it} + \nu \left(\frac{CF}{K}\right)_{it} + \varepsilon_{it}$$

financiar la inversión, los autores elaboran un indicador de dificultades financieras de nueve niveles (0 sin restricciones financieras, 9 importantes restricciones). Junto a este indicador consideran otras variables dicotómicas complementarias, como la falta de garantías (sí o no), escasez de financiación a largo plazo (sí o no), excesivo coste de la deuda (sí o no). A partir de los grupos delimitados a priori por las variables cualitativas, los autores tratan de encontrar que variables cuantitativas explican la pertenencia a un grupo u otro (mediante un LOGIT multinomial). Los autores comprueban como la "edad" de la empresa, el gasto en I+D, el apalancamiento (pasivo exigible sobre total activo), el tamaño (nº de trabajadores) y la pertenencia a un grupo empresarial permiten clasificar a las empresas "correctamente", es decir, de forma que coincida con su clasificación a priori.

¹⁹⁴ Empresas que durante el período de estudio hayan registrado necesariamente un crecimiento de las ventas a fin de excluir la posibilidad de que la reducida distribución de dividendos no se deba a reducida actividad de la empresa, o a que ésta se halle en una situación de crisis.

¹⁹⁵ El modelo q de inversión ha sido tratado con mayor detalle anteriormente.

Donde Q_{it} es el valor de la q de Tobin¹⁹⁶ al comienzo del período t y (CF/K) es el cociente entre el cash-flow y el valor del capital. Los resultados de los autores apuntan en dos direcciones. En primer lugar, Fazzari et al. (1988) obtienen resultados significativos de la variable (CF/K) en todos los grupos de empresas definidos previamente. En segundo lugar, los autores señalan diferencias significativas en los coeficientes estimados para la q de Tobin y la variable de cash-flow entre empresas pertenecientes a los grupos definidos a priori. En base a estos resultados, y numerosas pruebas complementarias, los autores concluyen que los factores financieros afectan a las decisiones de inversión de las empresa, incluso afirman que sus resultados validan la existencia de un "acelerador financiero", es decir, la existencia de restricciones financieras puede amplificar los efectos macroeconómicos de shocks que afecten a la generación de recursos internos de las empresas¹⁹⁷.

Si bien, generalmente se acepta el punto de vista de Fazzari et al. (1998) relativo a la influencia de factores financieros en la inversión, existen otras posibles explicaciones a este hecho profusamente aceptado. Como señalan Chirinko y Schaller (1995), el efecto de los recursos internos sobre la inversión puede deberse, por un lado, a la existencia de restricciones financieras, pero por otro, puede ser tan sólo debido a que la evolución de los recursos internos está ligada a variables que han sido omitidas, como por ejemplo, la evolución futura de la demanda o inobservables futuras oportunidades de inversión.

4.2.2.2.-El modelo de Hubbard et al. 1995

El modelo de Fazzari et al. (1988) no contempla de manera explícita ningún papel para la deuda¹⁹⁸, situación que en el modelo de Hubbard et al. (1995) se solventa, al suponer que la empresa puede acceder a financiación externa a un coste igual a i .

¹⁹⁶ En el trabajo de Fazzari et al. (1988) se calcula como la suma del valor de las acciones y la deuda, menos el valor de los inventarios, dividido por el coste de reemplazo del capital instalado.

¹⁹⁷ Naturalmente ésta no es una idea original de Fazzari et al. (1988). Meyer y Kuh (1957) ya concluyeron que la evolución a corto plazo de la inversión se halla dominada por factores financiero y de liquidez, del mismo modo, Timbergen (1939) puso de manifiesto el carácter de indicador adelantado de las fluctuaciones en los beneficios sobre la inversión. (Extraído de Chirinko y Schaller 1995).

¹⁹⁸ Ello a pesar de que al analizar el modelo de jerarquía financiera si que hacen referencia a la posibilidad de que las empresas se financien mediante deuda, la cual se caracteriza por presentar un coste intermedio entre la emisión de nuevas acciones y los recursos internos.

En el modelo de Hubbard et al. (1995) se asume que la empresa característica trata de maximizar su valor, el cual viene dado por la expresión ¹⁹⁹

$$V_t = E \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n+1)} \left[\frac{1-\theta}{1-c} D_{t+n} - V_{t+n}^N \right] \quad (4.21)$$

Donde ρ es el factor de descuento, D_t son los dividendos pagados en t , los cuales están sujetos a un impuesto cuyo tipo impositivo es igual a θ . Asimismo, existe un impuesto sobre las ganancias derivadas de incrementos en el valor de las acciones, cuyo tipo impositivo es igual a c . Por último, V_{t+n}^N es el valor de las nuevas acciones emitidas en $t+n$.

El objetivo de la empresa es, como se ha señalado, maximizar la expresión 4.21 teniendo presentes las restricciones siguientes:

- Acumulación de capital: $K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t$, donde como es usual, K_t es el stock de capital al finalizar el período t , δ es el coeficiente de depreciación es I_t es la inversión del período.

- Restricción de definición de los dividendos o de identidad entre usos y recursos:

$$D_t = (1 - \tau) [F(K_{t-1}, N_t) - wN_t - \Psi(I_t, K_{t-1}) - i_{t-1}B_{t-1}] + V_t^N + B_t - (1 - \pi_t^e)B_{t-1} - pI_t$$

Donde τ representa el tipo impositivo del impuesto sobre los beneficios, $F(K_{t-1}, N_t)$ es una función de producción que se "alimenta" de capital, K_{t-1} , cuyo coste de adquisición es p , y otros factores variables, N_t , cuyo coste unitario es w (con $F_K > 0$, $F_{KK} < 0$). V_t^N el valor de las nuevas acciones emitidas, D_t el valor de los dividendos, I_t la inversión del período t , B_t el valor real de la deuda en t , π_t^e es la inflación esperada en t . $\Psi(I_t, K_{t-1})$ es una función que recoge los costes de ajuste del stock de capital, con $\Psi_I > 0$, $\Psi_{II} > 0$, $\Psi_K < 0$, $\Psi_{IK} < 0$.

- No negatividad de los dividendos, $D_t \geq 0$, y límite mínimo de las nuevas emisiones de acciones $V_t^N \geq V^N$.
- Condición de "transversalidad" sobre la deuda, excluyendo una cantidad infinita de deuda.

¹⁹⁹ Como se comprueba de forma inmediata es prácticamente la misma función objetivo que en el modelo de Fazzari et al. (1988) excluyendo la prima exigida a la emisión de nuevas acciones.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left[\sum_{j=t}^{T-1} \rho \right] B_T = 0$$

Reexpresando la ecuación 4.21 en términos de la ecuación de Bellman, con $m=(1-\theta)/(1-c)$ y sustituyendo tanto la definición de dividendos determinada previamente como la ecuación de acumulación de capital, el problema quedaría reformulado cómo:

$$V_t(K_{t-1}, B_{t-1}) = \max_{K_t, N_t, V_t^N} m \{ (1-\tau) [F(K_{t-1}, N_t) - wN_t - \Psi(I_t, K_{t-1}) - i_{t-1}B_{t-1}] + V_t^N + B_t - (1-\pi_t^e)B_{t-1} - p[K_t - (1-\delta)K_{t-1}] \} - V_t^N + \rho E[V_{t+1}(K_t, B_t)]$$

Junto con la restricciones de no negatividad de los dividendos, asociada al multiplicador de Lagrange λ_{1t} , y de límite mínimo en la emisión de nuevas acciones, asociada al multiplicador λ_{2t} .

La condición de primer orden relativa al stock de capital es:

$$\frac{\partial V_t}{\partial K_t} = 0 \Rightarrow m \left[-(1-\tau) \frac{\partial \Psi}{\partial I_t} - p \right] + \rho E \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_t} + \lambda_{1t} \left[-(1-\tau) \frac{\partial \Psi}{\partial I_t} - p \right] = 0$$

O alternativamente

$$\rho E \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_t} = -(m + \lambda_{1t}) \left[-(1-\tau) \frac{\partial \Psi}{\partial I_t} - p \right] \quad (4.22)$$

Por otra parte, conforme al teorema de la envolvente podemos expresar:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_t}{\partial K_{t-1}} &= m \left\{ (1-\tau) \left[\frac{\partial F}{\partial K_{t-1}} - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial K_{t-1}} - \frac{\partial \Psi}{\partial I_t} (1-\delta) \right) \right] + p(1-\delta) \right\} + \\ &\lambda_{1t} \left\{ (1-\tau) \left[\frac{\partial F}{\partial K_{t-1}} - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial K_{t-1}} - \frac{\partial \Psi}{\partial I_t} (1-\delta) \right) \right] + p(1-\delta) \right\} \end{aligned}$$

O alternativamente

$$\frac{\delta V_t}{\delta K_{t-1}} = (m + \lambda_{1t}) \left\{ (1 - \tau) \left[\frac{\delta F}{\delta K_{t-1}} - \frac{\delta \Psi}{\delta K_{t-1}} + \frac{\delta \Psi}{\delta I_t} (1 - \delta) \right] + p(1 - \delta) \right\} \quad (4.23)$$

“Desplazando” un período hacia delante la ecuación 4.23, tendríamos

$$\frac{\delta V_{t+1}}{\delta K_t} = (m + \lambda_{1t+1}) \left\{ (1 - \tau) \left[\frac{\delta F}{\delta K_t} - \frac{\delta \Psi}{\delta K_t} + \frac{\delta \Psi}{\delta I_{t+1}} (1 - \delta) \right] + p(1 - \delta) \right\}$$

Lo cual sustituido en 4.22 da lugar a ²⁰⁰:

$$\rho E_{t+1} \frac{(m + \lambda_{1t+1})}{(m + \lambda_{1t})} \left\{ \left[\frac{\delta F}{\delta K_t} - \frac{\delta \Psi}{\delta K_t} + \frac{\delta \Psi}{\delta I_{t+1}} (1 - \delta) + p \frac{1 - \delta}{1 - \tau} \right] \right\} = \left[\frac{\delta \Psi}{\delta I_t} + \frac{p}{1 - \tau} \right] \quad (4.24)$$

Asimismo la condición de primer orden para la deuda es:

$$\frac{\delta V_t}{\delta B_t} = 0 \Rightarrow m + \rho E \frac{\delta V_{t+1}}{\delta B_t} + \lambda_{1t} = 0 \quad (4.25)$$

Para obtener una relación en la que no aparezca el término $\frac{\delta V_{t+1}}{\delta B_t}$, utilizando el teorema de la envolvente, se obtendría la expresión:

$$\frac{\delta V_t}{\delta B_{t-1}} = -(m + \lambda_{1t}) [(1 - \tau) i_{t-1} + (1 - \pi_t^e)]$$

²⁰⁰ Los pasos intermedios son:

$$(m + \lambda_{1t}) \left[(1 - \tau) \frac{\delta \Psi}{\delta I_t} + p \right] = \rho E_{t+1} (m + \lambda_{1t+1}) \left\{ (1 - \tau) \left[\frac{\delta F}{\delta K_t} - \frac{\delta \Psi}{\delta K_t} + \frac{\delta \Psi}{\delta I_{t+1}} (1 - \delta) \right] + p(1 - \delta) \right\}$$

De donde,

$$(m + \lambda_{1t}) (1 - \tau) \left[\frac{\delta \Psi}{\delta I_t} + \frac{p}{1 - \tau} \right] = \rho E_{t+1} (m + \lambda_{1t+1}) \left\{ (1 - \tau) \left[\frac{\delta F}{\delta K_t} - \frac{\delta \Psi}{\delta K_t} + \frac{\delta \Psi}{\delta I_{t+1}} (1 - \delta) + p \frac{1 - \delta}{1 - \tau} \right] \right\}$$

Ecuación de la que se deduce inmediatamente la presentada en el texto.

Que sustituida, desplazada un período hacia delante, en la ecuación 4.25 da lugar a :

$$m + \lambda_{it} - \rho [1 + (1 - \tau)i_{t-1} + \pi_t^e] E(m + \lambda_{it+1}) = 0 \quad (4.26)$$

La ecuación 4.26 tiene una interpretación clara. En el caso de que la empresa distribuya dividendos estrictamente positivos, la restricción de no negatividad no estará activa, por lo tanto el multiplicador asociado, λ_{it} y λ_{it+1} , tendrá un valor nulo, con lo que la ecuación 4.26 daría lugar a, $\rho [1 + (1 - \tau)i_{t-1} + \pi_t^e] = 1$, de donde se obtendría $\rho = [1 + (1 - \tau)i_{t-1} + \pi_t^e]^{-1}$, es decir, el factor de descuento o rentabilidad exigida ha de ser igual al rendimiento, neto de impuestos, de los bonos más una prima por inflación.

Manteniendo el supuesto de distribución de dividendos estrictamente positiva (lo que implica $\lambda_{it} = \lambda_{it+1} = 0$) y parametrizando la función de costes de ajuste de la inversión conforme a,

$$\Psi(I_t, K_{t-1}) = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{I_t}{K_{t-1}} - v \right) I_t^{201}, \text{ la ecuación 4.24 se concreta en:}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{[1 + (1 - \tau)i_{t-1} + \pi_t^e]} E_{t+1} \left\{ \left[\frac{\partial F}{\partial K_t} + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{I_{t+1}}{K_t} \right)^2 + (1 - \delta) \left(\alpha \frac{I_{t+1}}{K_t} + \frac{p}{1 - \tau} - \frac{\alpha}{2} v \right) \right] \right\} - \\ & - \left[\alpha \frac{I_t}{K_{t-1}} + \frac{p}{1 - \tau} - \frac{\alpha}{2} v \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Donde se ha utilizado el resultado 4.26 a la hora de determinar el factor de descuento.

La ecuación de Euler 4.27 puede estimarse a partir de los datos observados, asumiendo que las expectativas coinciden con los valores efectivos de la variables en $t+1$ más un error, e_{t+1} , de "predicción", ortogonal a la información disponible en t ²⁰², caracterizado por $E_t(e_{t+1}) = 0$ y $E_t(e_{t+1}^2) = \sigma^2$. De forma que 4.27 se traduce, para su estimación, en :

²⁰¹ Hubbard et al. (1995) utilizan esta expresión a fin de asegurar la homogeneidad de dicha función respecto a la inversión y el capital, homogeneidad que permitirá establecer la igualdad entre la q marginal y la q media conforme a los resultados de Hayashi (1982). A partir de la función utilizada se desprende:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial I_t} = \alpha \frac{I_t}{K_{t-1}} - \frac{\alpha}{2} v ; \text{ y } \frac{\partial \Psi}{\partial K_{t-1}} = -\frac{\alpha}{2} \left(\frac{I_t}{K_{t-1}} \right)^2.$$

²⁰² Este método se debe a Abel (1980) tal y como destacan Bond y Van Reenen (2002).

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{1 + (1 - \tau)i_{t-1} + \pi_t^e} \right] \left\{ \left[\frac{\delta F}{\delta K_t} + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{I_{t+1}}{K_t} \right)^2 + (1 - \delta) \left(\alpha \frac{I_{t+1}}{K_t} + \frac{p}{1 - \tau} - \frac{\alpha}{2} v \right) \right] \right\} - \\ & - \left[\alpha \frac{I_t}{K_{t-1}} + \frac{p}{1 - \tau} - \frac{\alpha}{2} v \right] = e_{t+1} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Tal y como se ha explicado, esta ecuación resultará válida en una situación en la que los dividendos distribuidos son positivos, situación que Hubbard et al. (1995) asimilan a la que se produciría con mercados perfectos de capital y que constituye la ecuación de referencia frente a la que se contrastará la existencia de restricciones financieras. El modelo que proponen Hubbard et al. (1995) como representativo de la existencia de restricciones financieras es :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1 - \omega_t}{1 + (1 - \tau)i_{t-1} + \pi_t^e} \right] \left\{ \left[\frac{\delta F}{\delta K_t} + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{I_{t+1}}{K_t} \right)^2 + (1 - \delta) \left(\alpha \frac{I_{t+1}}{K_t} + \frac{p}{1 - \tau} - \frac{\alpha}{2} v \right) \right] \right\} - \\ & - \left[\alpha \frac{I_t}{K_{t-1}} + \frac{p}{1 - \tau} - \frac{\alpha}{2} v \right] = e_{t+1} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Donde $\omega_t = (\lambda_t - \lambda_{t+1}) / (m + \lambda_t)$ ²⁰³ y tal y como Hubbard et al. (1995) asumen, suponiendo que la relación $\rho = [1 + (1 - \tau)i_{t-1} + \pi_t^e]^{-1}$ continua produciéndose aún en presencia de restricciones financieras²⁰⁴.

La estrategia de contrastación de existencia de restricciones financieras propuesta por Hubbard et al. (1995) consiste en comprobar si se rechaza o no que el parámetro ω es nulo. En el caso de que $\omega=0$ se asumiría que el "verdadero" modelo es el correspondiente a mercados de capitales perfectos (ecuación 4.28), mientras que en caso contrario se validaría la existencia de

²⁰³ Haciendo esa sustitución se obtiene inmediatamente la ecuación 4.24.

²⁰⁴ Recuérdesse que dicha relación se estableció asumiendo que $\lambda_t = \lambda_{t+1} = 0$, por lo que para que directamente no podría asumirse simultáneamente esa condición y la existencia de restricciones financieras. Los autores "salvan" esta contradicción asumiendo que la ecuación $\rho = [1 + (1 - \tau)i_{t-1} + \pi_t^e]^{-1}$ es una relación de arbitraje entre los rendimientos derivados de activos de renta fija y activos de renta variable por lo que puede cumplirse a pesar de que existan restricciones financieras que afecten a la distribución de dividendos (véase página 689 del citado artículo). De todos modos, Hubbard et al. (1995) establecen otras situaciones compatibles con la existencia de restricciones financieras que darían lugar a una ecuación similar a 4.29, como por ejemplo, el caso en que deuda no pueda superar un determinado límite $B \leq B$ (Hubbard y Kashyap, 1992).

restricciones financieras, resultando, por lo tanto, más aceptable el modelo representado por la ecuación 4.29.

Tal y como señalan los autores, si la empresa espera repartir dividendos en el período t y $t+1$, es decir, $\lambda_{1t} = \lambda_{1t+1} = 0$, será indicativo de que la empresa no se está enfrentando a unos costes "elevados" de la financiación externa, ya que si así fuera, la empresa podría reducir su endeudamiento al invertir simplemente reduciendo los dividendos que reparte. En dicha situación $\omega t = 0$. Si la estimación²⁰⁵ permite rechazar la hipótesis $\omega t = 0$, se aceptará la existencia de restricciones financieras. Para ello, los autores, partiendo de los datos de un conjunto de empresas, separan la muestra en dos submuestras, en función de que a priori quepa esperar que estén o no sujetas a restricciones financieras. Posteriormente se contrasta el modelo bajo la restricción $\omega t = 0$ en toda la muestra y en ambas submuestras, si se rechaza la restricción impuesta, finalmente se contrasta si $\omega t \neq 0$ modelizando el multiplicador ωt en función de variables observables, como el cash-flow como medida de los recursos internos y el diferencial entre los tipos de interés a seis meses de bonos del Tesoro y pagarés de empresa como medida de las condiciones crediticias a nivel agregado.

Las conclusiones de los autores apuntan a dos direcciones básicas. En primer lugar, el modelo neoclásico de inversión sin fricciones proporciona una descripción adecuada de las decisiones de inversión de empresas que se caracterizan por una elevada distribución de dividendos, mientras que se rechaza en aquellas empresas que apenas distribuyen dividendos. En las empresas para las que se rechaza el modelo neoclásico de inversión, son significativas las variables de cash-flow y diferencial de tipos de interés, lo cual avala la significatividad de las restricciones financieras en las decisiones de inversión.

²⁰⁵ Como señalan los autores, la estimación de la ecuación 4.28 se realiza por GMM (método generalizado de los momentos) debido a que presenta problemas de no linealidad del mismo y debido a la presencia de la productividad marginal del capital "futura". Dicha estimación se efectúa sobre un panel de empresas, estimándose ecuaciones diferentes para cada empresa.

4.2.2.3.-El modelo de Bond y Meghir (1994)

El modelo de Bond y Meghir (1994) presenta muchos puntos en común con los modelos analizados hasta ahora. Su principal característica diferencial frente a ellos reside en la "endogeneización" del coste de la deuda, en el sentido de que la remuneración exigida por los tenedores de bonos dependerá directamente del volumen total de endeudamiento. Dicha característica enfatiza el papel de las imperfecciones (derivadas de información asimétrica, costes de agencia, costes irrecuperables de procesos de quiebra, etc.) en los mercados de capitales.

De forma similar al modelo de Fazzari et al. (1988), el punto de partida del modelo de Bond y Meghir (1994), consiste en la determinación de las variables que fundamentan el "valor" de una empresa así como la definición del objetivo general de la empresa. Para ello se parte del rendimiento, neto de impuestos, obtenido por un determinado accionista en un momento temporal t , el cual es igual a:

$$R_t = \frac{(V_{t+1} - V_t^N - V_t)(1-c) + D_t(1-\theta)}{V_t}$$

Donde D_t representa los dividendos percibidos netos de impuestos, siendo θ el tipo impositivo aplicado a la renta procedente de dividendos, V_t es el valor de la acción en el período t , V_{t+1} es el valor de la acción en $t+1$ y V_t^N el valor de las nuevas acciones emitidas. Las ganancias de capital a su vez están gravadas a un tipo impositivo igual a c .

En equilibrio, los tenedores de acciones exigirán a éstas un rendimiento antes de impuestos (cuyo tipo impositivo es θ) igual a i , por lo tanto, de existir equilibrio, el rendimiento obtenido por las acciones coincidirá con el rendimiento requerido, es decir, se cumplirá:

$$V_t i_t (1-\theta) = (V_{t+1})(1-c) - V_t(1-c) + D_t(1-\theta) - (1-c)V_t^N$$

O alternativamente²⁰⁶:

²⁰⁶ Los pasos intermedios son:

$$V_t i_t \frac{(1-\theta)}{(1-c)} = (V_{t+1}) - V_t + D_t \frac{(1-\theta)}{(1-c)} - V_t^N;$$

$$V_t = (V_{t+1}) \left[1 + i_t \frac{(1-\theta)}{(1-c)} \right]^{-1} + \left[1 + i_t \frac{(1-\theta)}{(1-c)} \right]^{-1} \left[D_t \frac{(1-\theta)}{(1-c)} - V_t^N \right]$$

De donde se obtiene por sustituciones recursivas:

$$\begin{aligned} V_t = & \left[1 + i_t \frac{(1-\theta)}{(1-c)} \right]^{-1} \left[D_t \frac{(1-\theta)}{(1-c)} - V_t^N \right] + \left[1 + i_t \frac{(1-\theta)}{(1-c)} \right]^{-1} \left[1 + i_{t+1} \frac{(1-\theta)}{(1-c)} \right]^{-1} \left[D_{t+1} \frac{(1-\theta)}{(1-c)} - V_{t+1}^N \right] + \\ & + \left[1 + i_t \frac{(1-\theta)}{(1-c)} \right]^{-1} \left[1 + i_{t+1} \frac{(1-\theta)}{(1-c)} \right]^{-1} V_{t+2} = \dots = \sum_{i=0}^{\infty} \prod_{j=0}^i \left[1 + i_{t+j} \frac{(1-\theta)}{(1-c)} \right]^{-1} \left[D_{t+i} \frac{(1-\theta)}{(1-c)} - V_{t+i}^N \right] \end{aligned}$$

O de forma más compacta:

$$V_t = \sum_{i=0}^{\infty} \prod_{j=0}^i \left[1 + i_{t+j} \frac{(1-\theta)}{(1-c)} \right]^{-1} \left[D_{t+i} \frac{(1-\theta)}{(1-c)} - V_{t+i}^N \right]$$

Lo que, simplificado conforme a $m=(1-\theta)/(1-c)$, y $\beta_{t+j} = \prod_{j=0}^i \left[1 + i_{t+j} \frac{(1-\theta)}{(1-c)} \right]^{-1}$, proporciona

la expresión que determina el valor de la empresa (Bond y Meghir, 1994²⁰⁷) en ausencia de riesgo de quiebra y costes irrecuperables derivados la misma:

$$V_t = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_{t+i} [D_{t+i} m - V_{t+i}^N] \quad (4.30)$$

Los dividendos de la empresa, dada la identidad entre usos y recursos, vendrán determinados, de forma muy similar a la considerada por Hubbard et al. (1995), por la expresión :

de donde se obtiene, $V_t \left[1 + i_t \frac{(1-\theta)}{(1-c)} \right] = (V_{t+1}) + D_t \frac{(1-\theta)}{(1-c)} - V_t^N$, expresión de la que se deriva la ecuación presentada.

²⁰⁷ El artículo original considera que los tipos impositivos pueden variar en el tiempo, por lo que m vendría referenciado a un momento temporal concreto, t .

$$D_t = \Pi_t(K_t, I_t, L_t) - [1 + (1 - \theta)r_{t-1}]B_{t-1} + (1 - f)V_t^N + B_t ; \quad (4.31)$$

Donde $\Pi(K, I, L)$ es una función genérica de resultado neto (incluirla una función de ingreso asociada a una función de producción, costes asociados a los factores productivos y previsiblemente una función de costes de ajuste del stock de capital). V_t^N es el valor de las nuevas acciones emitidas cuyo valor se ve reducido por un factor f que representa los costes de emisión, D_t el valor de los dividendos y B_t el valor de la deuda en t que lleva asociada el pago de intereses r_{t-1} que están afectados por un impuesto igual al que afecta a los dividendos, de tipo impositivo θ .

Tal y como señalan Bond y Meghir (1994), la existencia de deuda implica que la empresa puede quebrar, en cuyo caso la propiedad se transfiere a los acreedores, existiendo asimismo unos costes irrecuperables ligados a la quiebra. Siguiendo a estos autores, la existencia de quiebra obliga a modificar la ecuación 4.30, con el fin de que recoja adecuadamente tal eventualidad, dado que si la quiebra se produce, las acciones carecerían de valor.

Como se ha analizado previamente, el valor de una empresa que no tiene deuda (V^U , donde U alude a "unlevered", "sin deuda") y que no emite nuevas acciones, viene dado según 4.30 y 4.31 por (asumiendo que tal empresa solo "existe" durante dos períodos y que los costes de emisión de acciones son iguales a f):

$$V_t^U = m\Pi_t + (m(1 - f) - 1)V_t^N + \beta_{t+1}E_t[m\Pi_{t+1}] \quad (4.32)$$

Si la empresa emite bonos en el período t , el rendimiento exigido por los tenedores, r_t , de bonos ha de ser igual al del activo sin riesgo, i_t . Con lo cual, existiendo arbitraje, ha de cumplirse:

$$[1 + (1 - \theta)i_t]B_t = (1 - q_{t+1}^t)[1 + (1 - \theta)r_t]B_t + q_{t+1}^t E[\Pi_{t+1}] - q_{t+1}^t X_{t+1} \quad (4.33)$$

Donde θ es el tipo impositivo que afecta al rendimiento de los activos, q_{t+1}^t es la probabilidad percibida en t de que la empresa deudora quiebre en $t+1$. Si la quiebra no ocurre, el tenedor del bono percibe el valor nominal del bono más los intereses netos de impuestos, es decir, $[1 + (1 - \theta)r_t]B_t$. Dicho pago tiene una probabilidad asociada $(1 - q_{t+1}^t)$, es decir, la probabilidad de que la empresa no quiebre. Si la empresa deudora quiebra, los deudores adquieren la propiedad de la empresa, percibiendo $E[\Pi_{t+1}]$ o valor de liquidación de la empresa

en $t+1$, incurriendo asimismo en unos costes de quiebra por cuantía de X_{t+1} , ambos pagos tienen una probabilidad de q'_{t+1} . Por supuesto, en caso de quiebra los accionistas no perciben nada.

Conforme a los comentarios vistos, se puede expresar el valor de la empresa que ha emitido deuda en t , según la relación:

$$V_t = m\Pi_t + (m(1-f)-1)V_t^N + mB_t + \beta_{t+1}(1-q'_{t+1})E_t[m\Pi_{t+1}] - \beta_{t+1}(1-q'_{t+1})E_t[m[1+(1-\theta)r_t]B_t]$$

De donde,

$$V_t = m\Pi_t + (m(1-f)-1)V_t^N + mB_t + \beta_{t+1}(1-q'_{t+1})E_t[m\Pi_{t+1}] - \beta_{t+1}(1-q'_{t+1})E_t[m[1+(1-\theta)r_t]B_t]$$

O alternativamente,

$$V_t = m\Pi_t + (m(1-f)-1)V_t^N + mB_t + \beta_{t+1}E_t[m\Pi_{t+1}] - \beta_{t+1}q'_{t+1}E_t[m\Pi_{t+1}] - \beta_{t+1}(1-q'_{t+1})E_t[m[1+(1-\theta)r_t]B_t]$$

asimismo, a partir de la ecuación 4.33 podemos establecer:

$$(1-q'_{t+1})[1+(1-\theta)r_t]B_t = [1+(1-\theta)i_t]B_t - q'_{t+1}E[\Pi_{t+1}] + q'_{t+1}X_{t+1}$$

Lo que sustituido en la ecuación anterior permite obtener la siguiente expresión alternativa del valor de la empresa que emite deuda ²⁰⁸:

²⁰⁸ Los pasos intermedios son:

$$V_t = m\Pi_t + (m-1)V_t^N + mB_t + \beta_{t+1}E_t[m\Pi_{t+1}] - \beta_{t+1}q'_{t+1}E_t[m\Pi_{t+1}] - \beta_{t+1}E_t[m\{[1+(1-\theta)i_t]B_t - q'_{t+1}E[\Pi_{t+1}] + q'_{t+1}X_{t+1}\}]$$

De donde se obtiene:

$$V_t = m\Pi_t + (m-1)V_t^N + mB_t + \beta_{t+1}E_t[m\Pi_{t+1}] - \beta_{t+1}q'_{t+1}E_t[m\Pi_{t+1}] - \beta_{t+1}E_t[m\{[1+(1-\theta)i_t]B_t\}] + q'_{t+1}\beta_{t+1}E_t[m\Pi_{t+1}] - q'_{t+1}\beta_{t+1}E_t[mX_{t+1}]$$

Los resultados presentados no coinciden exactamente con los de Bond y Meghir (1994) dado que se ha asumido que los impuestos que afectan a los intereses de los bonos coinciden en su tipo impositivo, tanto desde la óptica de rendimientos obtenidos por los tenedores de bonos, como desde la óptica del "gasto deducible" para la empresa. Del mismo modo, se ha supuesto que dichos impuestos son constantes para todo t , con lo que se ha eliminado cualquier referencia temporal, mientras que en el artículo original se permite que tales impuestos varíen.

$$V_t = m\Pi_t + (m(1-f) - 1)V_t^N + \beta_{t+1}E_t[m\Pi_{t+1}] - q'_{t+1}\beta_{t+1}E_t[mX_{t+1}] + \{m - \beta_{t+1}E_t[m[1 + (1-\theta)i_t]]\}B_t \quad (4.34)$$

La ecuación 4.34 tiene una interpretación sugerente. La primera línea equivale al valor de la empresa que no emite deuda, es decir, equivale a la expresión 4.32. El siguiente término representa el valor esperado, actualizado, de los costes derivados de una eventual quiebra. El último término refleja ventajas fiscales de emitir deuda. En consecuencia, el emitir deuda incrementa el valor de la empresa en función de la ventajas fiscales asociadas al pago de intereses, pero simultáneamente, reduce el valor como consecuencia de la eventual quiebra asociada a la emisión de deuda. Siguiendo a Bond y Meghir (1994) se puede asumir que q'_{t+1} y por tanto, r_t , depende del ratio "deuda-valor del capital" $[B/(p_kK)]$, por lo tanto, la emisión de más deuda incrementa la probabilidad de quiebra, reduciendo el valor de la empresa (simultáneamente permite aprovechar diferencias en la fiscalidad).

Si asumimos que la empresa "arrastra" en t , deuda emitida en $t-1$, el valor de la empresa se reduciría en $m[1 + (1-\theta)r_{t-1}]B_{t-1}$, asumiendo que no se produce la quiebra en t , y considerando infinitos períodos, la ecuación 4.34 se transforma en:

$$V_t = E_t \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta_{t+j} [m\Pi_{t+j} + (m(1-f) - 1)V_{t+j}^N] \right\} - m[1 + (1-\theta)r_{t-1}]B_{t-1} - E_t \sum_{j=1}^{\infty} \beta_{t+j} q'_{t+j} mX_{t+j} + E_t \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} [\beta_{t+j-1}m - \beta_{t+j}m[1 + (1-\theta)i_{t+j-1}]]B_{t+j-1} \right\} \quad (4.35)$$

La maximización de 4.35 está sujeta a las restricciones habituales de acumulación de capital, $K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t$, ecuación de identidad entre usos y recursos que define los dividendos, $D_t = \Pi_t(K_t, I_t, L_t) - [1 + (1-\theta)r_{t-1}]B_{t-1} + (1-f)V_t^N + B_t$, y, asimismo, se impone la no negatividad de los dividendos (con el multiplicador λ_t^D asociada a esta restricción) y del valor de las nuevas acciones emitidas (con el multiplicador λ_t^N asociado).

La ecuación de Bellman correspondiente al problema expuesto es:

$$V_t(K_{t-1}, B_{t-1}) = \max_{I_t, L_t, B_t, V_t^N} m\Pi_t(K_t, I_t, L_t) + (m(1-f) - 1)V_t^N - m[1 + (1-\theta)r_{t-1}]B_{t-1} - q'_{t+1}\beta_{t+1}E_t[mX_{t+1}] + \{m - \beta_{t+1}E_t[m[1 + (1-\theta)i_t]]\}B_t + \beta_{t+1}E[V_{t+1}(K_t, B_t)] + \lambda_t^D D_t + \lambda_t^N V_t^N$$

La condición de primer orden relativa a la inversión viene dada por:

$$\frac{\delta V_t}{\delta I_t} = 0 \Rightarrow (m + \lambda_t^D) \left[\frac{\delta \Pi_t}{\delta K_t} + \frac{\delta \Pi_t}{\delta I_t} \right] - (m + \lambda_{t+1}^D) \beta_{t+1} E_t X_{t+1} \hat{q}'_{t+1} \frac{\partial q'_{t+1}}{\partial K_t} \frac{\partial K_t}{\partial I_t} + \beta_{t+1} E \frac{\delta V_{t+1}}{\delta K_t} = 0$$

O bien:

$$(m + \lambda_t^D) \left[\frac{\delta \Pi_t}{\delta K_t} + \frac{\delta \Pi_t}{\delta I_t} \right] + (m + \lambda_{t+1}^D) \beta_{t+1} E_t X_{t+1} \hat{q}'_{t+1} \frac{B_t}{p_k K_t^2} + \beta_{t+1} E \frac{\delta V_{t+1}}{\delta K_t} = 0 \quad (4.36)$$

Nótese que la probabilidad de quiebra, q , depende del cociente entre el valor de la deuda y el valor del capital, por lo cual $q'_{t+1} = f\left(\frac{B_t}{p_k K_t}\right)$, y por lo tanto

$$\frac{\partial q'_{t+1}}{\partial K_t} = - \frac{\partial q'_{t+1}}{\partial (B_t / p_k K_t)} \frac{B_t}{p_k K_t^2}, \text{ o alternativamente } \frac{\partial q'_{t+1}}{\partial K_t} = - \hat{q}'_{t+1} \frac{B_t}{p_k K_t^2} \quad 209.$$

Reordenando la ecuación 4.36, obtendríamos la expresión:

$$\beta_{t+1} E \frac{\delta V_{t+1}}{\delta K_t} = - (m + \lambda_t^D) \left[\frac{\delta \Pi_t}{\delta K_t} + \frac{\delta \Pi_t}{\delta I_t} \right] - (m + \lambda_{t+1}^D) \beta_{t+1} E_t X_{t+1} \hat{q}'_{t+1} \frac{B_t}{p_k K_t^2} \quad (4.37)$$

Asimismo, conforme al teorema de la envolvente llegaríamos a :

$$\frac{\delta V_t}{\delta K_{t-1}} = (m + \lambda_t^D) \frac{\delta \Pi_t}{\delta K_t} (1 - \delta) + \beta_{t+1} E_t \frac{\delta V_{t+1}}{\delta K_t} (1 - \delta) - (m + \lambda_{t+1}^D) \beta_{t+1} E_t X_{t+1} \hat{q}'_{t+1} \frac{\partial q'_{t+1}}{\partial K_t} (1 - \delta)$$

O bien:

$$\beta_{t+1} E_t \frac{\delta V_{t+1}}{\delta K_t} (1 - \delta) = \frac{\delta V_t}{\delta K_{t-1}} - (m + \lambda_t^D) \frac{\delta \Pi_t}{\delta K_t} (1 - \delta) - (m + \lambda_{t+1}^D) \beta_{t+1} E_t X_{t+1} \hat{q}'_{t+1} \frac{B_t}{p_k K_t^2} (1 - \delta) \quad (4.38)$$

De donde, teniendo en cuenta la ecuación 4.37, se obtendría:

²⁰⁹ Se ha utilizado la siguiente notación, $\hat{q}'_{t+1} = \frac{\partial q'_{t+1}}{\partial (B / p_k K)_t}$.

$$\begin{aligned}
& -\left(m + \lambda_t^D\right) \left[\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} + \frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} \right] (1 - \delta) - \left(m + \lambda_{t+1}^D\right) \beta_{t+1} E_t X_{t+1} \hat{q}_{t+1}' \frac{B_t}{p_k K_t^2} (1 - \delta) = \\
& = \frac{\partial V_t}{\partial K_{t-1}} - \left(m + \lambda_t^D\right) \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} (1 - \delta) - \left(m + \lambda_{t+1}^D\right) \beta_{t+1} E_t X_{t+1} \hat{q}_{t+1}' \frac{B_t}{p_k K_t^2} (1 - \delta)
\end{aligned}$$

y eliminando términos repetidos finalmente se llegaría a:

$$-\left(m + \lambda_t^D\right) \left[\frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} \right] (1 - \delta) = \frac{\partial V_t}{\partial K_{t-1}} \quad (4.39)$$

A partir de este resultado, podemos expresar la ecuación 4.38 como:

$$\beta_{t+1} E_t \left(m + \lambda_{t+1}^D\right) \left[\frac{\partial \Pi_{t+1}}{\partial I_{t+1}} \right] (1 - \delta) = \left(m + \lambda_t^D\right) \left[\frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} \right] + \left(m + \lambda_t^D\right) \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} - \left(m + \lambda_{t+1}^D\right) \beta_{t+1} E_t X_{t+1} \hat{q}_{t+1}' \frac{B_t}{p_k K_t^2}$$

O siguiendo a Bond y Meghir (1994), haciendo el cambio $v_t = \left(m + \lambda_{t+1}^D\right) \beta_{t+1} E_t \frac{X_{t+1}}{B_t} \hat{q}_{t+1}'$,

$$\beta_{t+1} E_t \left(m + \lambda_{t+1}^D\right) \left[\frac{\partial \Pi_{t+1}}{\partial I_{t+1}} \right] (1 - \delta) = \left(m + \lambda_t^D\right) \left[\frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} \right] + \left(m + \lambda_t^D\right) \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} - v_t \frac{B_t^2}{p_k K_t^2} \quad (4.40)$$

Que es la ecuación de Euler relativa a la inversión óptima en el modelo de Bond y Meghir.

El modelo de Bond y Meghir presenta, en el caso de no emitir deuda²¹⁰, tres distintos regímenes asumiendo que los parámetros del modelo dan lugar a diferencias entre el "coste" de los recursos internos y las nuevas acciones²¹¹. En el primero de dichos regímenes, la empresa genera suficientes recursos internos como para financiar su inversión y distribuir dividendos

²¹⁰ En este caso, el tercer término del lado derecho de la ecuación 4.40 es nulo, dado que $B_t=0$.

²¹¹ Esto sucederá siempre que $m < 1/(1-f)$. Si la empresa emite acciones por valor de $(1-f)^{-1}$ (lo que genera recursos por valor de una unidad) podría, con los recursos obtenidos, pagar dividendos que incrementan el valor de la empresa por cuantía de m . Si se cumple $m < 1/(1-f)$, el coste del recurso captado supera el incremento de valor que generaría el repartir dichos recursos, con lo cual la empresa preferirá pagar tales dividendos con recursos internos si los tuviera. En dichas condiciones la inversión de la empresa se hallará limitada por la disponibilidad de recursos internos, ya que como se ha visto, el "coste" del recurso externo supera al coste del "recurso" interno.

En el caso en que $m > 1/(1-f)$, se podría incrementar el valor de la empresa emitiendo acciones y distribuyendo lo obtenido como dividendos.

($D_t > 0$) sin emitir nuevas acciones ($V_t^N=0$). En este régimen, el multiplicador de los dividendos²¹² es nulo, $\lambda_t^D=0$, dado que la restricción asociada no está activa, mientras que $\lambda_t^N > 0$, ya que la restricción relativa a las nuevas acciones sí está activa. Si tanto en el período t como en el período $t+1$ la empresa se halla en este régimen, la ecuación de la inversión 4.40 se reduce a,

$$\beta_{t+1} E_t \left[\frac{\partial \Pi_{t+1}}{\partial I_{t+1}} \right] (1 - \delta) = \left[\frac{\partial \Pi_t}{\partial I_t} \right] + \frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} \quad (4.41)$$

que es precisamente la ecuación relativa a la inversión óptima en el modelo neoclásico de inversión.

El segundo de los regímenes viene determinado por $\lambda_t^D > 0$ y $\lambda_t^N > 0$, es decir, la empresa no distribuye dividendos y tampoco emite nuevas acciones. En esta situación, la empresa no genera suficientes recursos como para invertir y simultáneamente repartir dividendos. En estas condiciones, la inversión no resulta lo suficientemente rentable como para compensar los costes más elevados de emitir nuevas acciones, por lo tanto, la inversión se limita a la cuantía que internamente puede financiarse. En este sentido se puede afirmar que en este régimen la inversión está restringida por la capacidad de generación de recursos internos de la empresa.

El último de los regímenes se caracteriza por $\lambda_t^D > 0$ y $\lambda_t^N = 0$, es decir, la empresa no reparte dividendos ($D_t=0$) y emite nuevas acciones ($V_t^N > 0$). Los fondos generados internamente resultan insuficientes para distribuir dividendos y financiar la totalidad de la inversión, pero ésta resulta lo suficientemente rentable como para compensar los "elevados" costes asociados a la emisión de nuevas acciones²¹³. Dado que el comportamiento óptimo en la emisión de acciones con $\lambda_t^N = 0$, exige que $(m + \lambda_t^D) = (1 - f)^{-1}$, también en este régimen resulta aplicable la ecuación 4.41 relativa a la inversión, si dicho régimen se mantiene tanto en el período t como el período $t+1$.

Por lo tanto, la ecuación 4.41 y en consecuencia el modelo neoclásico de inversión resultarían válidos para empresas que se hallen bien en el primero de los regímenes analizados o bien en el último de ellos. Por el contrario, en el segundo régimen, es decir, aquél en el que

²¹² Según teorema de Kuhn - Tucker.

²¹³ La condición de primer orden relativa a la emisión de nuevas acciones es:

$$\frac{\partial V_t}{\partial V_t^N} = 0 \Rightarrow m(1 - f) - 1 + (1 - f)\lambda_t^D + \lambda_t^N = 0 \Rightarrow \lambda_t^N = 1 - (m + \lambda_t^D)(1 - f)$$

$\lambda_t^D > 0$ y $\lambda_t^N > 0$ compatible con una situación de inversión restringida por la disponibilidad de recursos internos, la optimalidad de la inversión viene determinada por la ecuación 4.40 (con $B_t = 0$ según hemos supuesto). Asimismo, como corolario del modelo de jerarquía financiera expuesto, no puede producirse simultáneamente el que $\lambda_t^D = 0$ y $\lambda_t^N = 0$, es decir, no pueden coincidir el pago de dividendos y la emisión de nuevas acciones²¹⁴.

Como se puede intuir, la estrategia de Bond y Meghir (1994) a la hora de contrastar la existencia de distintos regímenes financieros y la existencia de restricciones, es básicamente la misma seguida por Fazzari et al. (1988) o Hubbard et al. (1995), comprobar la existencia de diferencias significativas en la estimación de la ecuación básica 4.41 en distintos grupos de empresas, y posteriormente comprobar si la utilización de variables adicionales permite mejorar los resultados de la ecuación básica para aquellos grupos de empresas que según el modelo teórico expuesto no satisfacen dicha ecuación (es decir, aquellas que pertenecen al régimen 2).

Como se ha señalado previamente, una de las principales "riquezas" del modelo de Bond y Meghir (1994) es la inclusión de deuda con riesgo de quiebra y costes asociados a la misma (tanto la probabilidad de quiebra como el tipo de interés pagado por la deuda depende del volumen de endeudamiento, asimismo en la versión original se incluyen posibles ventajas fiscales). La inclusión de deuda en estas condiciones supone que, en todos los regímenes establecidos, la empresa puede endeudarse para financiar, parcial o totalmente un mayor nivel de inversión, dado que el coste de la deuda puede ser mayor, igual o inferior al coste de la autofinanciación o al coste de emisión de nuevas acciones. Incluso los autores señalan que, según el modelo establecido, puede existir deuda incluso en el caso en que la existencia de regímenes financieros se viese rechazada. Por lo tanto, la hipótesis de existencia de restricciones financieras se contrastará considerando los regímenes vistos, los cuales se delimitan únicamente a través de la existencia o no de dividendo y la emisión o no de nuevas acciones, y de forma independiente, a la existencia o no de deuda.

²¹⁴ Bond y Meghir (1994) señalan que esta predicción se ve rechazada en la muestra de empresas y períodos que han considerado, en concreto en un 27,5% de los casos (empresa-año) se produce el pago de dividendo y la emisión de nuevas acciones, lo cual puede justificarse en función de diferencias y discriminaciones impositivas. En estos casos $m > [1/(1-f)]$, por lo que la empresa podría, de forma consistente con el modelo expuesto, emitir acciones y pagar simultáneamente dividendo. Otras posibles explicaciones apuntadas por Bond y Meghir al denominado "puzzle de los dividendos" hacen referencia a la existencia de costes de transacción en la compra-venta de acciones, o en el papel de "señales" que tienen los dividendos para los inversores sobre las expectativas de la empresa. Bond y Meghir (1994) señalan que la existencia de este "puzzle", y las explicaciones apuntadas, parecen sugerir la necesidad de incorporar en el modelo una restricción sobre los dividendos, no ya sobre si son nulos o positivos, sino sobre si aquellos exceden o no un determinado umbral, es decir, recomiendan segmentar las empresas que reparten dividendo en función del "pay-out" o porcentaje sobre el beneficio que es distribuido a los accionistas, así como la evolución que ha seguido dicho "pay-out".

Las conclusiones más llamativas de los autores al contrastar empíricamente su modelo no son ya el rechazo del modelo neoclásico de inversión²¹⁵ para el conjunto de la muestra de empresas que consideraron, sino que incluso el modelo de jerarquía financiera en su versión estricta también se rechaza. Al segmentar la muestra total conforme a los regímenes definidos por el modelo de jerarquía financiera (los tres regímenes anteriormente detallados), Bond y Meghir (1994) encuentran que aún resultan significativas las variables financieras (cash-flow) en la inversión efectuada por empresas que, teóricamente, no están sujetas a restricciones, dado que distribuyen dividendo. Los autores apuntan que el simple pago de dividendo no tiene por qué ser indicativo de ausencia de limitaciones en los recursos disponibles para financiar la inversión, de hecho, una empresa puede estar sujeta a importantes restricciones y continuar pagando dividendo, poniéndose de manifiesto tales limitaciones simplemente en el pago de un dividendo menor (inferior al usual en la empresa o en el sector). Los autores proponen segmentar la muestra de empresas en función de criterios sobre los dividendos distintos de la simple no negatividad, como por ejemplo, en función del pay-out de la empresa en una línea similar a la propuesta por Fazzari et al. (1988) también recogida por Hubbard et al. (1995).

Con datos de empresas españolas y francesas, Hernando y Tiomo (2002) plantean la contrastación de la existencia de restricciones financieras partiendo de un modelo similar al propuesto por Bond y Meghir (1994), incluyendo modificaciones para incorporar la posible existencia de competencia imperfecta y asumiendo que la función de producción presenta rendimientos constantes de escala y que existen costes de ajuste del stock de capital²¹⁶. En estas condiciones, la ecuación que tratan de estimar es la expresión 4.40 (Ecuación de Euler con expectativas racionales) teniendo en cuenta las modificaciones introducidas para cada empresa i y asumiendo que no existen restricciones financieras, es decir, $\lambda_t^D=0$.

:

$$\frac{I_{i,t+1}}{K_{i,t}} = \beta_1 \frac{I_{i,t}}{K_{i,t-1}} + \beta_2 \left(\frac{I_{i,t}}{K_{i,t-1}} \right)^2 + \beta_3 \frac{Y_{i,t}}{K_{i,t-1}} + \beta_4 \frac{\Pi_{i,t}}{K_{i,t-1}} + \beta_5 \left(\frac{B_{i,t}}{K_{i,t-1}} \right)^2 + \eta_i + d_{t+1} + \varepsilon_{i,t+1}$$

²¹⁵ Los autores encuentran que los valores retardados de la variable cash-flow resultan significativos en la modelización de la inversión, incluso al incluir en las especificaciones estimadas otras variables que podrían reducir su significatividad, como las variaciones en la producción o el volumen de deuda. También encuentran capacidad explicativa en distintas medidas de dividendos y emisión de nuevas acciones, lo que junto al resultado anterior resulta compatible con la existencia de restricciones financieras.

²¹⁶ Como se analizó en la modelización de los determinantes de la inversión, la inclusión de costes de ajuste permite suponer que el stock de capital óptimo no se ajusta de forma inmediata, y así, poder obtener explícitamente una ecuación de comportamiento de la inversión. En el modelo de Hernando y Tiomo (2002) se asume una función de costes de ajuste similar a las vistas con anterioridad, en concreto responde

a la expresión: $G(K_{t-1}, I_t) = \frac{b}{2} \left(\frac{I_t}{K_{t-1}} - a \right)^2 K_{t-1}$, de modo que $\frac{\partial G(K_{t-1}, I_t)}{\partial I_t} = b \left(\frac{I_t}{K_{t-1}} - a \right)$

Donde el ratio producción / capital, $(Y_{i,t}/K_{i,t-1})$, trata de capturar la existencia de competencia imperfecta, (Π_t/K_{t-1}) es el ratio del beneficio operativo bruto / capital, η_i recoge características específicas de cada empresa (se estima mediante datos de panel) y d_{t+1} características temporales comunes a todas las empresas (ciclo económico según los autores).

La estrategia para la contrastación de la existencia de restricciones financieras propuesta por estos autores consiste en las siguientes actuaciones :

- Estimación de la ecuación de Euler para el conjunto de empresas. Si el modelo es rechazado, indicaría que la hipótesis nula de no existencia de restricciones financieras se rechaza para la totalidad de empresas, ya que es el correspondiente a la ecuación estimada.
- Se estima la ecuación de Euler incorporando como variables adicionales los dividendos o la emisión de nuevas acciones. Bajo la hipótesis nula de ausencia de restricciones de liquidez el coeficiente asignado a las nuevas variables no ha de ser estadísticamente significativo (distinto de cero).
- Estimación de la ecuación de Euler segmentando la totalidad de empresas en distintos grupos conforme a su presunta pertenencia a un determinado régimen financiero (tal y como los describen Bond y Meghir, 1994). Los autores consideran básicamente dos regímenes distintos, en el primero de ellos se hallan aquellas empresas que no reparten dividendos en dos períodos consecutivos (empresas con restricciones financieras según el modelo de Bond y Meghir). En el segundo de los regímenes, los autores incluyen al resto de empresas, sin distinciones respecto a la emisión o no de acciones, dada la limitada muestra de empresas de la que parten.

Los resultados de los autores parecen confirmar las proposiciones básicas del modelo de jerarquía financiera y son básicamente coincidentes con los de Bond y Meghir (1994). La primera de las actuaciones, estimación de la ecuación de Euler para la totalidad de empresas, concluye con el rechazo del modelo sin restricciones financieras para la totalidad de empresas. La segunda actuación, estimación del modelo con variables adicionales, se decanta también por el rechazo de la hipótesis nula de ausencia de regímenes financieros distintos, si bien la evidencia no es concluyente dado que tan sólo para el caso español resulta significativo el ratio dividendo / capital como variable adicional. En cuanto al tercer análisis, estimación por submuestras, también se inclina por el rechazo de la hipótesis nula de no ausencia de regímenes financieros, encontrando evidencia de que en las empresas pertenecientes al régimen "restringido" la inversión presenta mayor sensibilidad a la generación interna de recursos (medida por el beneficio operativo bruto) .

4.2.2.4.-El modelo de Scaramozzino (1997)

La propuesta de Scaramozzino (1997) aborda dos puntos que de alguna manera se han puesto de manifiesto de forma previa. En primer lugar, este autor considera en su modelo la irreversibilidad de la inversión, restringiendo ésta a valores no negativos. Dado que, bajo irreversibilidad, la decisión de posponer la inversión presenta valor, sólo se invertirá cuando el beneficio asociado supere no solo el coste de la inversión, sino que además ha de superar de forma adicional el valor de la opción de esperar. En segundo lugar, el autor considera que la empresa afronta la obligación de distribuir un dividendo mínimo regularmente. En estas condiciones Scaramozzino señala que dada la irreversibilidad y la existencia de un dividendo mínimo, la empresa no sólo puede verse obligada a endeudarse durante los "malos tiempos", sino que el comportamiento óptimo de inversión se verá alterado como consecuencia de tales restricciones, alejándose del tradicional modelo q de inversión.

Scaramozzino asume una empresa neutral al riesgo que actúa en condiciones competitivas, tanto en el mercado de bienes como en el de factores, sin que su actividad se vea afectada por ningún tipo de impuesto. El factor trabajo puede ajustarse de forma inmediata y sin costes. Las restricciones financieras se plasman en el requerimiento de pago de un dividendo mínimo, el cual viene justificado por la existencia de problemas de agencia que se minimizan mediante el pago de dicho dividendo mínimo. El objetivo de la empresa es maximizar el valor actual esperado del flujo futuro de dividendos ²¹⁷, dado por

$$V_t = E \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n+1)} D_{t+n} \right\}$$

Siendo ρ el factor de descuento y D_t los dividendos pagados en el período t .

Las decisiones de la empresa están condicionadas por las siguientes restricciones:

- Acumulación de capital: $K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t$, donde como es usual, K_t es el stock de capital al finalizar el período t , δ es el coeficiente de depreciación, e I_t es la inversión del período.
- Restricción de definición de los dividendos o de identidad entre usos y recursos:

²¹⁷ La empresa no puede emitir nuevas acciones, situación que según el autor puede justificarse asumiendo que los mercados interpretan de forma negativa tal emisión, dado que puede servir como señal de dificultades financieras.

$$D_t = p_t [F(K_{t-1}, N_t) - \Psi(I_t, K_{t-1})] - wN_t - p_t' I_t - (1 + r_t) B_{t-1} + B_t$$

Donde $F(K_{t-1}, N_t)$ es una función de producción que se "alimenta" de capital, K_{t-1} , cuyo coste de adquisición es p_t' , y otros factores variables, N_t , cuyo coste unitario es w (con $F_K > 0$, $F_{KK} < 0$). D_t el valor de los dividendos, p_t el precio de venta de la producción, I_t la inversión del período t , B_t el valor de la deuda en t . $\Psi(I_t, K_{t-1})$ es una función que recoge los costes de ajuste del stock de capital, con $\Psi_I > 0$, $\Psi_{II} > 0$, $\Psi_K < 0$, $\Psi_{IK} < 0$.

- Irreversibilidad de la inversión $I_t \geq 0$ y no negatividad de la deuda $B_t \geq 0$.
- Distribución de un dividendo "mínimo", $D_t \geq d$

Reexpresando el programa de optimización planteado en términos del Lagrangiano, sustituyendo la definición de dividendos determinada previamente, el problema quedaría reformulado cómo:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n+1)} \{ p_t [F(K_{t-1}, N_t) - \Psi(I_t, K_{t-1})] - wN_t - p_t' I_t - (1 + r_t) B_{t-1} + B_t + \\ & - \lambda_t^K [K_t - (1 - \delta) K_{t-1} - I_t] \\ & + \lambda_t^D (D_t - d) + \lambda_t^I I_t \} \end{aligned}$$

A partir del cual se puede obtener la condición de primer orden de óptimo relativa a la inversión, que en este caso responde a:

$$- \left[p_t \frac{\partial \Psi}{\partial I_t} + p_t' \right] + \lambda_t^I + \lambda_t^K + \lambda_t^D \left[p_t \frac{\partial \Psi}{\partial I_t} + p_t' \right] = 0$$

O alternativamente

$$(1 + \lambda_t^D) \left[p_t \frac{\partial \Psi}{\partial I_t} + p_t' \right] = \lambda_t^I + \lambda_t^K \quad (4.42)$$

La ecuación 4.42 relaciona la inversión óptima de la empresa con la restricción relativa a la irreversibilidad de las decisiones de inversión (λ_t^I) y a la restricción relativa al dividendo mínimo (λ_t^D). El modelo presentado por Scaramozzino (1997) muestra cómo los efectos de la irreversibilidad y las restricciones financieras impuestas por la política de distribución de dividendos afecta a las decisiones de inversión, situación que ya ha sido analizada previamente

al estudiar por separado ambos efectos. A partir de la ecuación relativa a la inversión, cabe esperar que el comportamiento diferirá entre empresas que presentan diferentes "pay-out", de forma que aquellas empresas que presentan una reducida distribución de dividendos se asimilarían a situaciones en las que la restricción relativa a los dividendos está activa, de forma similar a la propuesta de Fazzari et al. (1988), Bond y Meggiri (1994) o Hubbard et al. (1995). La "novedad" que incorpora el modelo de Scaramozzino reside en la consideración de la cuantía de la inversión (como ratio I/K) como criterio adicional de segmentación de la muestra de empresa a la hora de analizar su comportamiento inversor, dado que un valor inferior al "normal" (entiéndase valor inferior a la media) supondría que la restricción de irreversibilidad de la inversión se hallaría activa.

Como resultado, bien de la restricción impuesta por el dividendo mínimo, bien de la irreversibilidad de la inversión, cabe esperar que en aquellas empresas en las que se observa un valor inferior a la media en dichas variables, el modelo q de inversión²¹⁸ presentará una capacidad explicativa reducida. Esta apreciación es precisamente la extraída por Scaramozzino a partir de datos de 445 empresas del Reino Unido para el período 1972-86, quien comprueba que el modelo q proporciona resultados satisfactorios únicamente en empresas que presentan una elevada inversión y que distribuyen un elevado dividendo²¹⁹. Asimismo comprueba que para este grupo de empresas no resultan significativas variables que habitualmente se utilizan para comprobar la existencia de restricciones financieras, en concreto el cash-flow. Esto sirve como justificación al autor para afirmar que una posible explicación del poder explicativo de variables financieras (cash-flow entre ellas) en la inversión, puede residir precisamente en las restricciones consideradas (dividendo mínimo e irreversibilidad de la inversión).

4.2.2.5.-Modelo de Cummins y Nyman (2001) y Ono (2003): El papel de los activos líquidos

²¹⁸ Modelo que incorpora costes de ajuste del stock de capital.

²¹⁹ Scaramozzino señala que, a pesar de que el modelo q presenta un poder explicativo aceptable en este grupo de empresas, el coeficiente estimado relativo a los costes de ajuste es muy reducido, de forma que la modificación del stock de capital deseado requeriría un período medio de ajuste de 18 años. Como se señaló previamente, esta conclusión es bastante frecuente y constituye uno de los principales puntos débiles del modelo q con costes de ajuste.

La postura habitual en la literatura económica consiste en considerar la inversión en bienes de equipo como la única "inversión" que realiza la empresa. Obviamente este concepto no es el único que merece la denominación "inversión", resultando frecuente que en las propuestas teóricas más recientes se incorporen distintos tipos de bienes de inversión que "compiten" por los recursos financieros escasos.

Un tipo, especialmente interesante, de inversión lo constituye el capital circulante (también denominado fondo de maniobra) o "working capital", el cual, siguiendo a Fazzari y Petersen (1993) se define como la diferencia entre el activo circulante (crédito a cliente, existencias, caja y activos líquidos a corto plazo) menos el pasivo circulante (principalmente acreedores a corto plazo). La importancia del capital circulante reside²²⁰ en su función de reserva o colchón frente a shocks adversos temporales, que limiten la disponibilidad de recursos internos, que financien los procesos de inversión de la empresa en bienes de equipo. En tales circunstancias, si la empresa desea mantener un plan de inversión estable, puede ajustar el capital circulante, eludiendo por tanto apelar a fuentes de financiación externas que, en un marco de imperfecciones en los mercados de capitales, resultan más onerosas en términos relativos que los recursos generados internamente²²¹.

Por lo tanto, el capital circulante presenta una doble naturaleza, como "inversión" que compite por recursos financieros (internos si existen imperfecciones en los mercados de capitales), y como fuente de financiación, cuya liquidación permite financiar el activo fijo sin tener que recurrir a fuentes externas de financiación. Esta doble naturaleza se materializará en un sentido u otro, en función de la posición financiera de la empresa, es decir, si la empresa está sujeta a restricciones financieras, al competir con el activo fijo por la limitada financiación existente, se potenciará el papel de fuente de financiación del capital circulante, el cual, reduciéndose permitirá financiar inversión fija lo que deriva en la existencia de una relación inversa entre inversión y capital circulante. Naturalmente, dicha calidad de "colchón" o "seguro" frente a shocks adversos se verá condicionado por la cuantía del capital circulante. Si éste es anormalmente bajo, cabe esperar que un shock adverso se refleje exclusivamente en la inversión en activos fijos, dado que el capital circulante carecerá de capacidad para hacer frente a dicho shock.

²²⁰ Dado que incorpora existencias (materias primas, productos en curso y terminados, etc.) también podría hablarse de la función que desempeña la existencia de inventarios (permite series largas de producción lo que crea economías de escala, permite compensar ventas continuas con producciones discontinuas, ventas estacionales, ...).

²²¹ Si el shock fuese favorable y generase un incremento del cash-flow, la preferencia de la empresa por un plan de inversión estable favorecería un crecimiento del capital circulante, incluso aunque la empresa se halle sometida a algún tipo de restricciones financieras. Este comportamiento puede determinar que el cash-flow presente un coeficiente estimado muy bajo en las ecuaciones explicativas de la inversión.

Por lo tanto, cabe esperar que el comportamiento del capital circulante en relación a la inversión fija difiera entre empresas sujetas a restricciones financieras y aquellas que no lo estén. Según Fazzari y Petersen (1993) en estas últimas empresas cabe esperarse una relación directa entre inversión y capital circulante, dado que al no competir ambos activos por la financiación, puede observarse un aumento simultáneo de ambos si, por ejemplo, se produjese un shock favorable sobre la demanda de la empresas o el cash flow²²².

Al margen de las predicciones que se derivan de la consideración del capital circulante en empresas sometidas y no sometidas a restricciones financieras, el artículo de Fazzari y Petersen (1993) ponen de manifiesto la existencia de otros activos que compiten por los recursos financieros de la empresa. Esta apreciación, más realista, introduce nuevas posibilidades en los modelos teóricos de inversión, algunas de las cuales se ponen de manifiesto en los modelos de Cummins y Nyman (2001) o M. Ono (2003).

Cummins y Nyman (2001) estudian el caso particular de existencia de "xenofobia financiera", con costes fijos en la emisión de deuda, como propuesta teórica plausible a la hora de racionalizar el hecho de que la mayoría de empresas acumulan recursos líquidos en un cuantía relevante²²³. Los autores establecen que el apelar a recursos financieros externos conlleva dos costes, uno fijo que trata de recoger los costes asociados a los problemas de "agencia" (y que solo se presenta cuando se incrementa la deuda y no cuanto ésta se reduce), y otro variable, que equivale a suponer que el rendimiento exigido por los acreedores es creciente con el volumen de deuda.

Como consecuencia de la "xenofobia" financiera la empresa podría acumular liquidez como precaución frente a futuros "shocks" adversos que afectasen a la generación de recursos internos, los cuales son claramente "preferidos" frente a los recursos externos. Esto podría determinar que la inversión no se viese afectada por "shocks adversos" que afecten a la generación de cash-flow, los cuales sí deberían afectar a la inversión conforme a los modelos de restricciones financieras analizados previamente, si dicha empresa se halla sometida a algún tipo de restricción²²⁴. Asimismo, la xenofobia financiera permite explicar por qué las empresas

²²² El resto del artículo de Fazzari y Petersen (1993) se dedica a la validación econométrica de tales aseveraciones, planteando diferentes variaciones sobre la siguiente regresión $(I/K)_{it} = \theta_1 Q_{it} + \theta_2 (CF/K)_{it} + \theta_3 (\Delta W/K)_{it} + \delta_i + \mu_t + \varepsilon_{it}$; donde I es la inversión, K el stock de capital, CF el cash flow y ΔW la variación del capital circulante de la empresa i en el momento t . La ecuación se estima con datos de panel de efectos fijos. Los resultados de Fazzari y Petersen (1993) confirman el signo negativo del coeficiente asignado a W/K lo que, según estos autores, confirma la existencia de restricciones financieras en determinadas empresas.

²²³ Según cálculos de los autores, los recursos líquidos (equivalente al activo circulante) que mantiene una empresa, en media, pueden suponer una cuantía similar al cash-flow generado en un año.

²²⁴ Como se ha puesto de manifiesto en este apartado, la validación empírica de los modelos de restricciones financieras se halla vinculada en gran medida a la significatividad de la variable cash-flow en

no destinan su liquidez al pago de la deuda, pauta que correspondería con un comportamiento óptimo si existe divergencia entre el coste de los recursos externos e internos²²⁵. En este modelo, la liquidez actúa a modo de seguro frente a “shocks adversos” que obligarían a incrementar la deuda y por tanto a incurrir en costes. Si la empresa presenta un “colchón” de liquidez, puede sortear esos “shocks” y evitar asimismo que la inversión se vea alterada.

En esta misma línea se sitúa Masanori Ono (2003) en su explicación sobre la tenencia de liquidez por parte de las empresas. Sin embargo, en su modelo no existe ningún tipo de coste fijo asociado a la emisión de deuda. Según Ono el objetivo de la empresa es maximizar el valor esperado de los flujos futuros de “ganancias netas” o dividendos (ng_t), siendo este igual a:

$$V_t = E_t \left[\sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+\theta} \right)^t ng_t \right] = E_t \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t ng_t \right] \quad 226$$

Donde θ es la rentabilidad mínima exigida por los accionistas o alternatively la medida de “impaciencia” de los accionistas.

Las “ganancias netas” o dividendos se definen a partir de la restricción de balance:

$$ng_t = \Pi_t(K_t, z_t) + p(1-\delta)K_t - (1+r^B)B_t + (1+r^A)A_t + B_{t+1} - pK_{t+1} - A_{t+1}$$

Donde $\Pi(z_t, K_t)$ ²²⁷ es el beneficio operativo que depende del stock de capital K_t y de una perturbación aleatoria z_t , p el precio de adquisición y venta del capital, δ es la tasa de depreciación del capital (Obviamente $K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t$), B_t es la deuda emitida en t que se remunera a un tipo de interés r^B y A_t son los recursos líquidos que posee la empresa en el momento t , asumiéndose que tales recursos proporcionan un rendimiento r^A .

la ecuación de inversión (Chirinko y Schaller, 1995). Si existe un activo que actúa como colchón frente a cash-flow excesivamente bajos la inversión no se ve alterada, con lo que resultaría bastante probable que la variable cash-flow no resultase significativa en tales circunstancias.

²²⁵ El modelo presentado previamente, cuya formulación corresponde al doctorando aunque obviamente presenta pautas comunes a otros modelos, como por ejemplo, el propio modelo de Cummins y Nyman (2001), o la propuesta de Ono (2003), presenta esa pauta descrita. El comportamiento óptimo determina que la deuda se reduzca, por lo tanto, los recursos internos generados por la empresa se destinan parcialmente a financiar nueva inversión así como a reducir el volumen de endeudamiento.

²²⁶ Como puede apreciarse equivale a la función objetivo de Fazzari et al (1988) o Bond y Meghir (1994) cuando no existen impuestos y la empresa no emite nuevas acciones.

²²⁷ Siguiendo a Ono (2003) $\Pi(z_t, K_t) = z_t K_t^\alpha$, donde $1 > \alpha > 0$ y z_t es una variable aleatoria que se distribuye uniformemente en $[-0.5, 2.5]$. Por lo tanto $E[z_t] = 1$.

La empresa, una vez realizado el shock z_t , obtiene los recursos derivados de la producción $\Pi(z_t, K_t)$, depreciándose el stock de capital en δ , pudiendo asimismo liquidar dicho capital a un precio p , satisface la deuda e intereses y obtiene el rendimiento derivado de sus activos líquidos. Tras estas operaciones la empresa cuenta con una riqueza neta igual a x_t donde

$$x_t = \Pi(z_t, K_t) + p(1-\delta)K_t + (1+r^A)A_t - (1+r^B)B_t.$$

Si x_t es negativo o nulo, la empresa cierra, en caso contrario la empresa puede continuar operando. Para ello, ha de decidir qué cuantía de capital emplea, K_{t+1} , qué cantidad de recursos líquidos, A_{t+1} y qué cantidad de deuda necesita emitir, B_{t+1} .

Las decisiones que tome la empresa están sujetas, junto con las restricciones de acumulación del stock de capital y la restricción de balance, a las restricciones de no negatividad de las variables $ng_t \geq 0$, $K_{t+1} \geq 0$, $A_{t+1} \geq 0$, $B_{t+1} \geq 0$, y a una limitación sobre el máximo endeudamiento en que puede incurrir la empresa ²²⁸: $B_{t+1} \leq x_t(1-\delta)/(1-r^B)$. Dado que, según los resultados de Ono la restricción sobre el máximo endeudamiento nunca está activa, no se tendrá en cuenta en los resultados analíticos.

La ecuación de Bellman correspondiente al problema planteado por Ono ²²⁹ es

$$V_t(x_t) = \max_{K_{t+1}, A_{t+1}, B_{t+1}} ng_t + \beta E_t[V_{t+1}(x_{t+1})] + \lambda_t^D ng_t, \quad (4.43)$$

Donde

$$ng_t = x_t + B_{t+1} - A_{t+1} - pK_{t+1}$$

siendo

²²⁸ La restricción impuesta por Ono (2003) es $B_{t+1} \leq x_t(1-\delta)/(1-r^B)$. Donde B_{t+1} es la deuda en el período $t+1$, δ la tasa de depreciación de stock de capital, r^B el tipo de interés asociado a la deuda (distinto del interés asociado a los recursos líquidos r^A) y x_t la riqueza neta de la empresa, siendo $x_t = \Pi(z_t, K_t) + p(1-\delta)K_t + (1+r^A)A_t - (1+r^B)B_t$.

Con $\Pi(z_t, K_t)$ como beneficio operativo que depende del stock de capital, K_t , y de una perturbación aleatoria z_t y A_t como recursos líquidos que mantiene la empresa en t . Si la restricción está activa, necesariamente los activos líquidos son igual a 0.

²²⁹ El desarrollo que sigue a continuación si bien comparte parte del desarrollo de Ono (2003) ha sido elaborado por el doctorando, dado que el análisis de Ono se limita al caso de que la empresa no esté sujeta a restricciones de liquidez, es decir, $ng_t > 0$. En la obtención de las condiciones de primer orden se han omitido los multiplicadores de lagrange correspondientes a la restricciones de no negatividad de A_{t+1} y B_{t+1} , situación a la que se aludirá posteriormente.

$$x_t = \Pi(z_t, K_t) + p(1-\delta)K_t + (1+r^A)A_t - (1+r^B)B_t. \quad (4.44)^{230}$$

La condición de primer orden del problema de optimización²³¹, antes expuesto, relativo al stock de capital, K_{t+1} , corresponde con la expresión:

$$\frac{\partial V_t(x_t)}{\partial K_{t+1}} = -(1 + \lambda_t^D)p + \beta E_t \left[\frac{\partial V_{t+1}(x_{t+1})}{\partial x_{t+1}} \right] [\Pi'_{K_{t+1}} + p(1-\delta)] = 0$$

O bien

$$\beta E_t \left[\frac{\partial V_{t+1}(x_{t+1})}{\partial x_{t+1}} \right] [\Pi'_{K_{t+1}} + p(1-\delta)] = (1 + \lambda_t^D)p$$

Conforme al teorema de la envolvente, $\frac{\partial V_t(x_t)}{\partial x_t} = 1 + \lambda_t^D$ (4.45), desplazando un periodo hacia delante esta expresión y sustituyéndola en la condición de primer orden del capital, se obtiene:

$$\beta E_t [1 + \lambda_{t+1}^D] [\Pi'_{K_{t+1}} + p(1-\delta)] = (1 + \lambda_t^D)p$$

De donde

$$\beta E_t \left[\left(\frac{1 + \lambda_{t+1}^D}{1 + \lambda_t^D} \right) [\Pi'_{K_{t+1}} + p(1-\delta)] \right] = p \quad (4.46)$$

Conforme se desprende de la ecuación 4.46, cuando la restricción relativa a la no negatividad de los recursos netos / dividendos está activa, es decir, $ng_t = ng_{t+1} = 0$, el capital óptimo, y en definitiva la inversión, resultará inferior al caso en que tal restricción no esté

²³⁰ Desplazando al ecuación 4.44 un período tendremos:

$x_{t+1} = \Pi(z_{t+1}, K_{t+1}) + p(1-\delta)K_{t+1} + (1+r^A)A_{t+1} - (1+r^B)B_{t+1}$

Donde K_{t+1} , A_{t+1} y B_{t+1} son "controles" en la terminología del control óptimo.

²³¹ Hay que tener presente que K_{t+1} , B_{t+1} y A_{t+1} son variables de decisión o controles según la terminología al uso. De esto se deduce que $\partial x_{t+1} / \partial x_t = 0$. Por otra parte, se obtiene de forma inmediata:

$$\frac{\partial ng_t}{\partial K_{t+1}} = -p; \quad \frac{\partial ng_t}{\partial B_{t+1}} = 1; \quad \frac{\partial ng_t}{\partial A_{t+1}} = -1.$$

activa, situación que se repite en todos los modelos analizados que incorporan restricciones financieras de este tipo.

Del mismo modo, se puede comprobar que el capital óptimo en un régimen sin restricciones, es decir con $ng_t > 0$ y $ng_{t+1} > 0$, será tal que satisfaga la relación: $E_t[\Pi'_{K,t+1}] = p(\theta + \delta)$. Dicho nivel de capital corresponde con el capital en estado estacionario ("steady-state") y será el nivel al que tenderá la empresa con el tiempo.

La condición de primer orden relativa a la optimización del nivel de deuda en el siguiente período, B_{t+1} , conduce a la relación:

$$\frac{\partial V_t(x_t)}{\partial B_{t+1}} = (1 + \lambda_t^D) - \beta(1 + r^B)E_t\left[\frac{\partial V_{t+1}(x_{t+1})}{\partial x_{t+1}}\right] + \lambda_t^B = 0 \quad 232$$

De donde se obtendría: $(1 + \lambda_t^D) = \beta(1 + r^B)E_t\left[\frac{\partial V_{t+1}(x_{t+1})}{\partial x_{t+1}}\right] - \lambda_t^B$, expresión en la que sustituyendo la ecuación 4.45 desplazada un período se llegaría a:

$$\beta(1 + r^B) = \frac{1 + \lambda_t^D + \lambda_t^B}{1 + \lambda_{t+1}^D} \quad (4.47)$$

La ecuación 4.47 delimita claramente el papel de la deuda en los diferentes regímenes financieros. Si la rentabilidad exigida por los acreedores a los recursos que toma prestados la empresa, r^B , son superiores a θ , o rentabilidad exigida por el accionista (situación que corresponde con imperfecciones en los mercados de capitales) solo existirá deuda cuando la empresa se halla en el régimen de restricciones financieras (λ_t^D y λ_{t+1}^D mayores que cero), dado que si la empresa no se encuentra en esa situación (λ_t^D y λ_{t+1}^D igual a cero) necesariamente el multiplicador, λ_t^B ha de ser distinto de cero para que se cumpla la ecuación 4.47, de donde se deduce, conforme al teorema de Kuhn-Tucker, que la deuda ha de ser nula²³³.

²³² El multiplicador λ^B hace referencia a la negatividad de B_{t+1} . Se incluye en este momento ya que determina qué condición ha de cumplirse cuando $B_{t+1} > 0$, situación que según las condiciones de Kuhn-Tucker corresponde a un valor del multiplicador λ^B distinto de 0.

²³³ Si el multiplicador λ_t^B es mayor que cero, indica que la restricción correspondiente está activa, es decir $B_{t+1} = 0$.

La condición de optimalidad relativa a los recursos líquidos, realizando los mismos pasos que en el caso de la deuda ²³⁴, se condensa en una expresión similar a la estudiada en el caso de la deuda, tal y como puede comprobarse en la ecuación 4.48.

$$\beta(1+r^A) = \frac{1+\lambda_t^D - \lambda_t^A}{1+\lambda_{t+1}^D} \quad (4.48)$$

De esta ecuación se desprenden claras consecuencias para la estructura del activo de la empresa. Si la empresa no se halla en un régimen de restricciones financieras (λ_t^D y λ_{t+1}^D igual a cero) y además la rentabilidad de los recursos líquidos, r^A , es inferior a la rentabilidad exigida por los accionistas, entonces necesariamente los recursos líquidos de la empresa son nulos ²³⁵. Asimismo, combinando las ecuaciones 4.47 y 4.48 se obtendría:

$$\frac{1+\lambda_t^D + \lambda_t^B}{1+\lambda_{t+1}^D} \frac{1}{1+r^B} = \frac{1}{1+r^A} \frac{1+\lambda_t^D - \lambda_t^A}{1+\lambda_{t+1}^D} \Rightarrow \frac{1+r^A}{1+r^B} = \frac{1+\lambda_t^D - \lambda_t^A}{1+\lambda_t^D + \lambda_t^B}$$

De donde se deduce de manera inmediata que en el caso de que difieran las rentabilidades de los activos líquidos y de la deuda cumpliéndose $r^B > r^A$, se excluye el que simultáneamente puedan existir deuda y recursos líquidos, tanto si la empresa se halla en un estado con restricciones ($\lambda_t^D > 0$) como en un estado sin ellas ($\lambda_t^D = 0$). Esta deducción es completamente coincidente con el sentido común, no tiene sentido tener simultáneamente deuda y recursos líquidos que presentan un rendimiento menor, cuando pueden destinarse a reducir la deuda y obtener así un rendimiento (un menor coste por intereses) igual al de la deuda.

²³⁴ Según la condición de primer orden del problema de optimización (incluyendo la restricción de no negatividad):

$$\frac{\partial V_t(x_t)}{\partial A_{t+1}} = -(1+\lambda_t^D) + \beta(1+r^A)E_t \left[\frac{\partial V_{t+1}(x_{t+1})}{\partial x_{t+1}} \right] + \lambda_t^A = 0$$

Expresión en la que se sustituye la ecuación 4.45 desplazada un período, llegando a

$$(1+\lambda_t^D) = \beta(1+r^A)E_t \left[(1+\lambda_{t+1}^D) \right] + \lambda_t^A$$

De donde se deduce inmediatamente la expresión 4.48.

²³⁵ El multiplicador λ^A está asociado a la restricción de no negatividad de A_{t+1} . Según las condiciones de Kuhn-Tucker, si $\lambda^A > 0$ entonces $A_{t+1} = 0$ (restricción activa). En caso contrario, $\lambda^A = 0$, la restricción no está activa y $A_{t+1} > 0$. Si $r^A < \theta$ entonces $\beta(1+r^A) < 1$, con lo que si λ_t^D y λ_{t+1}^D son nulos, para que se cumpla la identidad 4.48 necesariamente $\lambda^A > 0$ lo cual solo resulta compatible con una situación en la que A_{t+1} es nulo.

Asimismo, las anteriores relaciones entre activos líquidos y deuda presentan también relaciones con el capital óptimos. Según la ecuación 4.46:

$$E_t[\Pi'_{Kt+1}] = p \left[(1 + \theta) \left(\frac{1 + \lambda_t^D}{1 + \lambda_{t+1}^D} \right) - 1 + \delta \right]$$

Lo que combinado con la ecuación 4.47; $\beta(1 + r^B) - \frac{\lambda_t^B}{1 + \lambda_{t+1}^D} = \frac{1 + \lambda_t^D}{1 + \lambda_{t+1}^D}$ y la ecuación

$$4.48; \beta(1 + r^A) + \frac{\lambda_t^A}{1 + \lambda_{t+1}^D} = \frac{1 + \lambda_t^D}{1 + \lambda_{t+1}^D}, \text{ proporciona dos resultados alternativos (recuérdese que}$$

no pueden existir simultáneamente deuda y recursos líquidos) que relacionan el rendimiento marginal del capital con la existencia de deuda o la inversión en recursos líquidos²³⁶. En el caso de que al empresa esté endeudada, con $r^B > 0$, el capital óptimo satisface la relación:

$$E_t[\Pi'_{Kt+1}] = p[r^B + \delta]$$

Que implica necesariamente un stock de capital inferior²³⁷ al que se derivaría de la situación de ausencia de restricciones financieras, el cual se obtendría a partir de la ecuación 4.46 con $\lambda^D=0$.

Por otra parte, en el caso de que al empresa carezca de deuda y por el contrario presente inversión en recursos líquidos, ha de cumplirse ²³⁸:

$$E_t[\Pi'_{Kt+1}] = p[r^A + \delta]$$

Esta relación muestra claramente que sólo existirá inversión en recursos líquidos cuando la rentabilidad derivada de dicha inversión supere el rendimiento exigido por los

²³⁶ El paso intermedio consiste en sustituir en 4.46 los resultados mostrados, dando lugar a:

$$E_t[\Pi'_{Kt+1}] = p \left[(1 + \theta) \left(\beta(1 + r^B) - \frac{\lambda_t^B}{1 + \lambda_{t+1}^D} \right) - 1 + \delta \right] = p \left[r^B - (1 + \theta) \left(\frac{\lambda_t^B}{1 + \lambda_{t+1}^D} \right) + \delta \right]$$

Si $B > 0$, entonces $\lambda^B = 0$, con lo que dicha expresión se reduce a la mostrada.

²³⁷ Asumiendo rendimientos marginales del capital decrecientes.

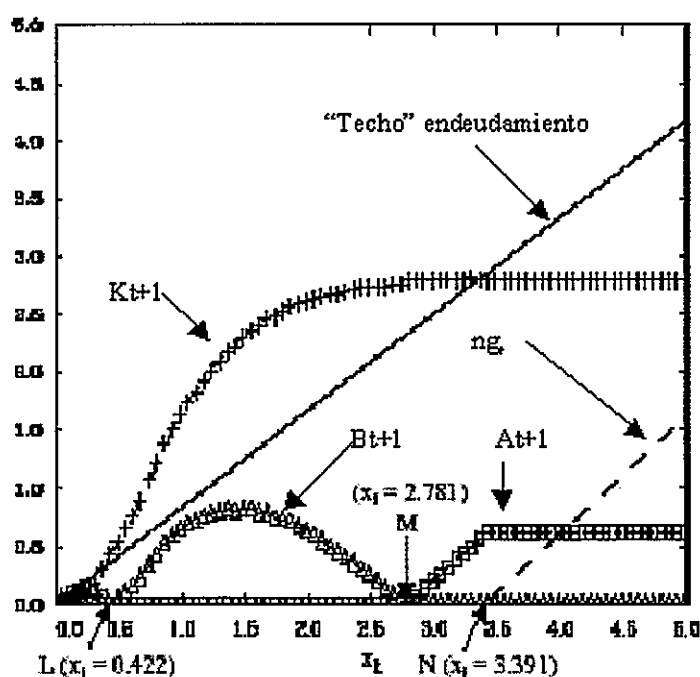
²³⁸ El paso intermedio consiste en sustituir en 4.46 los resultados mostrados que se deducen de (4.48), dando lugar a:

$$E_t[\Pi'_{Kt+1}] = p \left[(1 + \theta) \left(\beta(1 + r^A) + \frac{\lambda_t^A}{1 + \lambda_{t+1}^D} \right) - 1 + \delta \right] = p \left[r^A + (1 + \theta) \left(\frac{\lambda_t^A}{1 + \lambda_{t+1}^D} \right) + \delta \right]$$

Dado que si $A > 0$, $\lambda^B = 0$, esta expresión se simplifica dando lugar a la incluida en el texto.

accionistas, cumpliéndose en dicha situación la relación mostrada entre el rendimiento del capital y el rendimiento de los recursos líquidos. Del mismo modo, en esta situación y conforme a la ecuación 4.48, el hecho de que $r^A > 0$ determina que la restricción relativa a los dividendos esté siempre activa, es decir, el dividendo sería siempre nulo. Esta situación es claramente absurda, dado que por simple arbitraje los accionistas exigen un rendimiento como mínimo igual al que se conseguiría en el mercado invirtiendo dichos recursos, siempre que obviamente no exista ningún motivo por el que la empresa obtuviese un rendimiento mayor por sus recursos líquidos que el que pudiese obtener el accionista. En todo caso, dicha situación derivaría en un crecimiento continuado de los recursos líquidos dando lugar a importantes incoherencias (en algún momento el rendimiento se reduciría por sobreabundancia de recursos, asimismo daría lugar a una empresa cuya actividad principal es la inversión de recursos líquidos lo que parece más apropiado en el caso de un banco que en el caso de una empresa "productiva" en su concepción habitual).

Figura 39- Inversión y "jerarquía financiera".



Fuente: Ono (2003), página 196.

A partir de este modelo teórico, Ono (2003) simula²³⁹ las decisiones óptimas de una empresa hipotética que se enfrenta a "shocks" estocásticos de productividad. Los resultados de Ono (2003) se recogen en la figura 39, y son los obtenidos asumiendo que la función de producción responde a $\Pi(z_t, K_t) = z_t K_t^\alpha$, con $\alpha=0.35$, siendo el resto de parámetros $\delta=0.10$, $p = 1$, $\theta= 0.08$, $r^B=0.08$ y $r^A=0.079$. Asimismo, se asume que z_t se distribuye uniformemente en $[-0.5, 2.5]$.

Como se aprecia en la figura 39, las decisiones óptimas de la empresa se caracterizan por un comportamiento similar al descrito anteriormente. La empresa presenta un stock de capital óptimo (que asciende a 2,781 según la parametrización adoptada) que tratará de alcanzar en la medida en que los recursos disponibles, x_t , se lo permitan. En caso de que éstos resulten insuficientes, la empresa se endeudará y si lo hace, el stock de capital será inferior al óptimo. Si la empresa dispone de recursos suficientes para financiar el stock de capital óptimo, entonces podrá decidir, bien distribuir totalmente los recursos sobrantes a sus accionistas o bien invertir en recursos líquidos. Según Ono (2003) la empresa opta por acumular liquidez hasta que los recursos internos generados superan un valor dado (3,3391 en la simulación del autor), a partir del cual opta por distribuir la cantidad que exceda de destinar los recursos internos a capital (2,781) y liquidez (0,609).

Como se desprende de dichos resultados, el mantenimiento de liquidez no responde al comportamiento óptimo delimitado analíticamente, dado que la rentabilidad de los mismos es inferior a la rentabilidad mínima exigida por los accionistas, y por lo tanto, la decisión óptima sería no mantener recursos líquidos. Ono (2003) señala que este comportamiento es debido a un motivo "precaución" de la empresa, de modo que manteniendo recursos líquidos puede afrontar realizaciones adversas del shock, que reduzcan los recursos disponibles sin tener que endeudarse o reducir el stock de capital óptimo ²⁴⁰.

²³⁹ El modelo no tiene una solución analítica o expresión que ligue las decisiones óptimas con los recursos generados (x_t), de ahí que el problema de optimización dinámica se resuelva numéricamente. El método seguido por Ono (2003) es el de iteración en la ecuación de Bellman con errores acotados. Obteniendo posteriormente las decisiones óptimas, o control óptimo, como los valores que maximizan la ecuación de Bellman en la última iteración. En el Anexo de esta tesis doctoral se presenta un breve repaso a la teoría de la optimización dinámica y a los métodos numéricos de resolución.

²⁴⁰ A pesar de lo plausible de este argumento, las parametrizaciones alternativas presentadas por el autor ofrecen resultados que parecen contradecir este argumento. Según los cálculos de Ono (2003), manteniendo el resto de parámetros salvo r^A , que se modifica por el valor 0.075, la liquidez mantenida en el estado estacionario es 0,000. Con este resultado podría pensarse que el motivo precaución tiene una valoración escasa, dado que reduciendo 4 milésimas la rentabilidad de la liquidez se consigue que ésta sea nula en estado estacionario. Frente a esta hipótesis también cabe pensarse que el resultado es provocado por el método de resolución, basado en la discretización de variables que son continuas.

4.3.-RESTRICCIONES FINANCIERAS E INVERSIÓN: RECAPITULACIÓN

El acceso sin restricciones a la financiación a un coste dado en mercados perfectos supone que para la empresa resulta irrelevante financiarse con fondos internos o mediante financiación externa, dado que ambas fuentes han de remunerarse en igual cuantía conforme a un comportamiento maximizador del beneficio. En tales condiciones, se satisface el teorema de Modigliani-Miller, por el que se establece que el valor de la empresa es independiente de su política financiera, es decir, carente de relación alguna con la combinación de recursos internos y externos empleados por la empresa. Como consecuencia directa, con mercados financieros perfectos, las decisiones de inversión de las empresas son completamente independientes de cualquier consideración de tipo financiero.

Esta importante implicación ha sido puesta en tela de juicio por numerosos trabajos teóricos y empíricos, que han propuesto o comprobado la existencia de "anomalías" sobre el comportamiento de la inversión, tanto a nivel macro como micro, las cuales contradicen la hipótesis de mercados financiero perfectos, y por tanto, cuestionan la pretendida independencia entre las decisiones de inversión y financiación. Este ha sido el objeto de estudio del capítulo cuarto de esta Tesis Doctoral, en el que se han revisado distintos aspectos ligados a las decisiones de inversión en los que incide el incumplimiento del teorema de irrelevancia financiera, en especial, a la relevancia de las condiciones financieras sobre la inversión al incumplirse dicho teorema.

A fin de ilustrar como se modifican las decisiones de inversión como consecuencia del incumplimiento del teorema de Modigliani-Miller, en este capítulo se ha analizado un modelo sencillo en el que se muestra como, a consecuencia de problemas de información asimétrica en el mercado financiero, el coste de la financiación ajena es creciente con el volumen de endeudamiento de la empresa, de modo que la estructura financiera no sólo no es irrelevante sino que determina las cantidades óptimas de factores utilizadas por la empresa.

Los principales aspectos que la teoría económica reciente ha puesto de relieve en relación a la validez empírica del teorema de Modigliani-Miller hacen referencia a las consecuencias de las imperfecciones y asimetrías de la información en los mercados crediticios sobre la "libre disponibilidad" de recursos financieros por parte de la empresa. La existencia de información asimétrica entre oferentes y demandantes de financiación invalida la independencia entre financiación e inversión, al poder provocar diferenciales entre el coste de los recursos internos y externos o incluso la limitación al acceso de financiación ó racionamiento del crédito.

La literatura recoge diversos mecanismos por los que la información imperfecta afecta a las condiciones de acceso a la financiación externa por parte de la empresa. Dichos mecanismos se basan habitualmente en ciertas características institucionales de los mercados financieros, tales como la existencia de figuras jurídicas como la quiebra, la habitual exigencia de garantías vinculadas a los préstamos, las diferencias de las acciones frente a la deuda, etc. La inclusión de tales imperfecciones, genera un conjunto de resultados que habitualmente se repite en ese tipo de modelos, a pesar de que el modo concreto en que se plasmen generará resultados diferenciados. En primer lugar, se pone de manifiesto el mayor coste de las fuentes externas de financiación, incluso aunque se hallen completamente garantizadas. En segundo lugar, la prima exigida por la financiación varía inversamente con los recursos netos de la empresa. Por último, una reducción de los recursos netos de la empresa afectan negativamente a la inversión y producción del demandante de fondos, al elevar tanto las necesidades de recursos externos como la prima exigida por el prestamista.

Al considerar estos resultados desde un punto de vista agregado, es posible describir un posible mecanismo de "acelerador" financiero durante las distintas fases del ciclo económico y la existencia del denominado "canal" crediticio de la política monetaria. Este "canal crediticio" está vinculado a dos fuentes de propagación que actúan de forma paralela al canal tradicional de tipos de interés. Dichas fuentes se refieren al canal del "balance financiero" y al "canal bancario".

El canal del "balance financiero" está basado en la relación existente entre la posición de balance de la empresa y la prima a satisfacer por la financiación externa. En resumidas cuentas, el interés exigido por el acreedor dependerá, entre otros factores, del endeudamiento acumulado por el deudor o de la disponibilidad de garantías patrimoniales suficientes. Como consecuencia, las alteraciones en el valor patrimonial del deudor modificarán la prima exigida por el acreedor lo que afecta a las decisiones de inversión de la empresa.

En cuanto al denominado "acelerador financiero" su "funcionamiento" es el siguiente. Si durante las fases de aceleración se producen unas expectativas favorables de inversión (nuevas oportunidades de negocio) que incrementen la demanda de capital, la favorable fase cíclica previsiblemente coincidirá con una mayor disponibilidad de recursos internos y externos que reducirán el coste de uso del capital, lo cual permitirá una expansión aún mayor de la inversión. De manera inversa, una fase recesiva reduce la disponibilidad de recursos financieros lo que incrementa el coste de uso, de forma que si coincide esta fase con un período de expectativas desfavorables, el efecto negativo final sobre la inversión será más intenso. De forma adicional, la reducción de la inversión supondrá que la empresa reduce su capacidad

para generar en el futuro recursos internos, lo cual propaga en el tiempo los efectos del shock inicial.

En el caso del "canal bancario", éste se refiere a la capacidad de la política monetaria de "regular" la oferta crediticia bancaria y a través de ella, alterar las condiciones crediticias de los agentes económicos que basan su financiación en préstamos bancarios. En tales condiciones el banco central tiene la capacidad de modificar el gasto de los agentes más dependientes de los préstamos bancarios, en definitiva, de alentar o de desincentivar la inversión en sentido amplio. El énfasis en este canal surge asimismo de la capacidad de los agentes bancarios para generar modificaciones en la oferta crediticia no ligadas a alteraciones en la base monetaria (controlable por el Banco Central). En tales condiciones el "control" efectivo del Banco Central o el papel del dinero en la financiación-inversión de la economía es más difuso, dado que la determinación de los tipos de interés no está vinculada directamente a la cantidad de dinero existente en la economía.

La literatura económica ha contemplado especialmente como actúan dichos canales a nivel macroeconómico, y solo recientemente cómo se plasman las imperfecciones de los mercados financieros en modelos microeconómicos. Estos modelos han sido objeto de un estudio especial en este capítulo, revisándose algunos de los más difundidos en la actualidad, analizándose en detalle las principales características de los mismos, las cuales se recogen en la tabla 12. Como se pone de manifiesto, los principales aspectos en los que se reflejan las restricciones financieras se refieren, en primer lugar, a la existencia de distintos "regímenes" de inversión en función de la fuente de financiación utilizada, y en segundo lugar, la sensibilidad de la inversión a la mayor o menor disponibilidad de recursos internos (lo que da sentido al "acelerador financiero").

Por último, en este capítulo se ha hecho referencia a determinados modelos que ponen especial énfasis en la existencia de activos en los que la empresa invierte, distintos del tradicional "capital", los cuales tratan de recoger el hecho de que la inversión empresarial abarca un amplio tipo de bienes, entre ellos inversión en existencias y otros activos incluidos en el activo circulante de las empresas. Al incluir estos activos, no sólo se persigue el dotar de mayor realismo a los modelos, sino que se trata de analizar como se ven afectadas el resto de decisiones de inversión en activos "rentables" y de empleo al incluir activos que compiten por recursos financieros "escasos" bajo imperfecciones en los mercados financieros. Este objetivo es el que también persigue el modelo desarrollado para esta Tesis Doctoral que se presenta en el capítulo quinto, en el que se desarrolla especialmente este aspecto.

Tabla 12.- Resumen de los principales modelos microeconómicos de inversión con restricciones financieras

Modelo	Función objetivo	Restricciones	Características
Fazzari et al. (1988)	<p>Maximización del valor de la empresa desde el punto de vista del accionista:</p> $V_t = \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n+1)} \left[\frac{1-\theta}{1-c} D_{t+n} - (1+\Omega_{t+n}) V_{t+n}^N \right]$ <p>Donde ρ es el factor de descuento, D_t representa los dividendos percibidos, siendo θ el tipo impositivo aplicado a la renta procedente de dividendos y c el gravamen aplicado a las ganancias de capital. Ω_t es, en caso de existir, una prima asociada a la emisión de nuevas acciones (V_t^N)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Acumulación del capital, K_t, sujeto a depreciación δ, con inversión igual a I_t: $K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t$ ➤ Restricción de balance o identidad entre usos y recursos. $(1-\tau)\Pi(K_t) + V_t^N = D_t + I_t$, siendo τ el impuesto sobre los beneficios $\Pi(K_t)$, V_t^N el valor de las nuevas acciones emitidas, D_t el valor de los dividendos e I_t la inversión del período t. ➤ No negatividad de los dividendos, $D_t \geq 0$, y existencia de un límite mínimo de las nuevas emisiones de acciones $V_t^N \geq V^N$. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Existen diferencias entre el "coste" de los recursos internos y de los externos provocados por diferencias fiscales y por información asimétrica (recogidas en el factor Ω_t). ➤ No se considera en el modelo de una manera explícita la existencia de deuda. ➤ Existen regímenes financieros diferentes. El modelo q no tiene validez "universal", solo resulta válido en aquellas empresas no sujetas a restricciones financieras, las cuales puede asociarse a aquellas que generan suficientes recursos internos como para poder financiar la inversión deseada y distribuir dividendos a sus accionistas. ➤ La emisión de nuevas acciones y la distribución de dividendos resulta incompatible con un comportamiento optimizador.
Hubbard et al. (1995)	<p>Maximización del valor de la empresa (neutral al riesgo) desde el punto de vista del accionista:</p> $V_t = E \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n+1)} \left[\frac{1-\theta}{1-c} D_{t+n} - V_{t+n}^N \right] \right\}$	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Acumulación de capital: $K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t$, donde, como es usual, K_t es el stock de capital al finalizar el período t, δ es el coeficiente de depreciación, e I_t es la inversión del 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Existen diferencias entre el "coste" de los recursos internos y los externos provocados por diferencias fiscales. ➤ Se considera la posibilidad de que la empresa emita deuda, la cual genera intereses sujetos a impuestos. No se considera la eventualidad de

	<p>Donde ρ es el factor de descuento, D_t representa los dividendos, siendo θ el tipo impositivo aplicado a la renta procedente de dividendos y c el gravamen aplicado a las ganancias de capital. V_t^N es el valor de las nuevas acciones emitidas en t.</p>	<p>período.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Restricción de definición de los dividendos o de identidad entre usos y recursos: $D_t = (1 - \tau) [F(K_{t-1}, N_t) - wN_t - \Psi(I_t, K_{t-1}) - i_{t-1}B_{t-1}] + V_t^N + B_t - (1 - \pi_t^e)B_{t-1} - pI_t$ <p>Donde τ representa el tipo impositivo del impuesto sobre los beneficios, $F(K_{t-1}, N_t)$ es una función de producción que se "alimenta" de capital, K_{t-1}, cuyo coste de adquisición es p, y otros factores variables, N_t, cuyo coste unitario es w (con $F_K > 0$, $F_{KK} < 0$). V_t^N el valor de las nuevas acciones emitidas, D_t el valor de los dividendos, I_t la inversión del período t, B_t el valor real de la deuda en t, π_t^e es la inflación esperada en t. $\Psi(I_t, K_{t-1})$ es una función que recoge los costes de ajuste del stock de capital, con $\Psi_I > 0$, $\Psi_{II} > 0$, $\Psi_K < 0$, $\Psi_{IK} < 0$.</p> ➤ No negatividad de los dividendos, $D_t \geq 0$, y límite mínimo de las nuevas emisiones de acciones $V_t^N \geq 0$. ➤ Condición de "transversalidad" sobre la deuda, excluyendo una cantidad infinita de deuda. 	<p>insolvencia en la empresa.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se asume que la modificación del capital instalado está sujeta a costes de ajuste. ➤ Existen regímenes financieros diferentes. Al igual que en el modelo anterior, el modelo q solo resulta válido en aquellas empresas no sujetas a restricciones financieras, las cuales puede asociarse a aquellas que generan suficientes recursos internos como para poder financiar la inversión deseada y distribuir dividendos a sus accionistas. ➤ La emisión de nuevas acciones y la distribución de dividendos resulta incompatible con un comportamiento optimizador.
--	--	---	--

Modelo de Bond y Meghir (1994)	<p>Maximización del valor de la empresa (neutral al riesgo) desde el punto de vista del accionista y considerando la eventualidad de quiebra:</p> $V_t = E_t \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta_{t+j} [m \Pi_{t+j} + (m(1-f) - 1) V_{t+j}^N] - m[1 + (1-\theta)r_{t-1}] B_{t-1} - E_t \sum_{j=1}^{\infty} \beta_{t+j} q_{t+j}^{t+j-1} m X_{t+j} + E_t \sum_{j=1}^{\infty} [\beta_{t+j-1} m - \beta_{t+j} m] [1 + (1-\theta)i_{t+j-1}] B_{t+j-1} \right\}$ <p>Donde Π es una función genérica de resultado neto, V_t^N es el valor de las nuevas acciones emitidas cuyo valor se ve reducido por un factor f que representa los costes de emisión, D_t el valor de los dividendos y B_t el valor de la deuda en t que lleva asociada el pago de intereses r_t que están afectados por un impuesto igual al que afecta a los dividendos, de tipo impositivo θ. $m = (1-\theta)/(1-c)$, q^{t+j-1} es la probabilidad percibida en t de que la empresa deudora quiebre en $t+1$ y X_{t+1} son los costes generados por la quiebra en $t+1$.</p>	<p>Acumulación del capital, K_t, sujeto a depreciación δ, con inversión igual a I_t:</p> $K_t' = (1-\delta)K_{t-1} + I_t$ <p>Restricción de balance o identidad entre usos y recursos.</p> $D_t = \Pi_t(K_t, I_t, L_t) - [1 + (1-\theta)r_{t-1}]B_{t-1} + (1-f)V_t^N + B_t$ <p>No negatividad de los dividendos, $D_t \geq 0$, de las nuevas emisiones de acciones $V_t^N \geq 0$.</p> <p>La probabilidad de quiebra depende de la relación entre la deuda emitida y el valor del capital propiedad de la empresa, es decir, $q_{t+1}' = f \left(\frac{B_t}{p_K K_t} \right)$. Siendo p_K el precio unitario del capital.</p> <p>Los costes derivados de la quiebra X_t, dependen del volumen de deuda.</p>	<p>Existen diferencias entre el "coste" de los recursos internos de y los externos provocados por diferencias fiscales y por la eventualidad de quiebra.</p> <p>Se considera de forma explícita la existencia de deuda externa y la posibilidad de que la empresa quiebre.</p> <p>La existencia de costes asociados a la quiebra afecta a la determinación de la inversión óptima incluso en el caso de que la empresa no se enfrente a restricciones financieras.</p> <p>El coste de la deuda se incrementa con el volumen de deuda.</p> <p>Existen regímenes financieros diferenciados. El modelo q no tiene validez "universal", solo resulta válido en aquellas empresas no sujetas a restricciones financieras, las cuales puede asociarse a aquellas que generan suficientes recursos internos como para poder financiar la inversión deseada y distribuir dividendos a sus accionistas.</p> <p>La emisión de nuevas acciones y la distribución de dividendos resulta incompatible con un comportamiento optimizador.</p>
--------------------------------	---	---	--

Modelo de Scaramozzino (1997)	<p>Maximización de los dividendos pagados al accionista, criterio similar a la maximización del valor de la empresas asumiendo que la empresa no emite nuevas acciones:</p> $V_t = E \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \rho^{(n+1)} D_{t+n} \right\}$ <p>Siendo ρ el factor de descuento y D_t los dividendos pagados en el período t.</p>	<p>Acumulación de capital:</p> $K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t,$ <p>donde como es usual, K_t es el stock de capital al finalizar el período t, δ es el coeficiente de depreciación, e I_t es la inversión del período.</p> <p>Restricción de definición de los dividendos o de identidad entre usos y recursos:</p> $D_t = p_t [F(K_{t-1}, N_t) - \Psi(I_t, K_{t-1})] - wN_t - p_t^I I_t - (1 + r_t)B_{t-1} + B_t$ <p>Irreversibilidad de la inversión $I_t \geq 0$ y no negatividad de la deuda $B_t \geq 0$.</p> <p>Distribución de un dividendo "mínimo", $D_t \geq d$</p>	<p>Como novedad frente a los modelos analizados, Scaramozzino incluye una política de dividendo mínimo</p>
Modelo de Ono (2003)	<p>Maximización de los dividendos pagados al accionista, denominados "ganancias netas":</p> $V_t = E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1 + \theta} \right)^i ng_t \right] = E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} \beta^i ng_t \right]$ <p>Donde θ es la rentabilidad mínima exigida por los accionistas o alternativamente la medida de "impaciencia" de los accionistas.</p>	<p>Acumulación del capital, K_t, sujeto a depreciación δ, con inversión igual a I_t:</p> $K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t$ <p>Restricción de balance o identidad entre usos y recursos.</p> $ng_t = \Pi_t(K_t, z_t) + p(1 - \delta)K_t - (1 + r^B)B_t + (1 + r^A)A_t + B_{t+1} - pK_{t+1} - A_{t+1}$ <p>Donde $\Pi(z_t, K_t)$ es el beneficio operativo que depende del stock de capital K_t y de una perturbación aleatoria z_t, p el precio de</p>	<p>Este modelo considera otros activos distintos del capital físico como "inversión).</p> <p>Los recursos externos, financiación interna y el rendimiento de los activos líquidos pueden ser diferentes.</p> <p>La deuda no puede exceder una fracción de los recursos generados por la empresa, x_t.</p> <p>Incorporando el rendimiento de otros activos líquidos, se exige al capital un rendimiento neto igual al mayor de dicho rendimiento o de la rentabilidad mínima exigida por los accionistas, en ausencia de deuda.</p>

		<p> perturbación aleatoria z_t, p el precio de adquisición y venta del capital, δ es la tasa de depreciación del capital, B_t es la deuda emitida en t que se remunera a un tipo de interés r^B y A_t son los recursos líquidos que posee la empresa en el momento t, asumiéndose que tales recursos proporcionan un rendimiento r^A. </p> <ul style="list-style-type: none"> > $X_t \geq 0$, siendo $x_t = \Pi(z_t, K_t) + p(1-\delta)K_t + (1+r^A)A_t - (1+r^B)B_t$. > No negatividad de A_t, B_t, ng_t y K_t > Endeudamiento máximo <ul style="list-style-type: none"> $B_{t+1} \leq x_t(1-\delta)/(1-r^B)$ 	
--	--	--	--

5.- EMPLEO Y CAPITAL CON RESTRICCIONES FINANCIERAS Y DE LIQUIDEZ

"Conventional theory can answer important questions, but generally it cannot answer *all* important questions"

Kenneth L. Judd (1998)

Los capítulos anteriores han revisado distintas aproximaciones teóricas a los factores determinantes de la inversión, y en especial, a la incidencia de las variables de tipo financiero. Como se ha expuesto, el interés de este estudio radica esencialmente en el sustento teórico que tales modelos pueden aportar a la hora de analizar la neutralidad de las variables monetarias en el corto plazo, centrando las causas de la posible no neutralidad en la evolución de la inversión. La existencia de efectos reales vinculados a la evolución de las variables monetarias, distintos

del canal neoclásico vinculado al coste de uso de la inversión, y por ende a los tipos de interés, podría ayudar a comprender, desde un punto de vista teórico, no sólo la reducida adecuación de los modelos de inversión habitualmente utilizados, de corte básicamente neoclásico, sino que también aportaría un mayor conocimiento de las vías de actuación y posibilidades de la política monetaria.

Los modelos analizados han puesto de manifiesto la existencia de comportamientos diferenciados, relativos a la inversión, entre empresas que presentan "restricciones" de tipo financiero y aquellas que no. Este es el caso, por ejemplo, del modelo de Hubbard et al. (1995), que incorpora, junto a costes que afectan directamente al ajuste del stock de capital, restricciones de tipo financiero como la no negatividad en los dividendos y la existencia de un límite mínimo en la emisión de nuevas acciones. Tales "fricciones" suponen que la inversión en las empresas que distribuyen dividendos positivos y aquellas que no los distribuyen, sea diferente. Con un modelo similar, Bond y Meghir (1994) distinguen tres regímenes de inversión diferenciados, en función de la existencia o no de dividendo y la emisión o no de nuevas acciones.

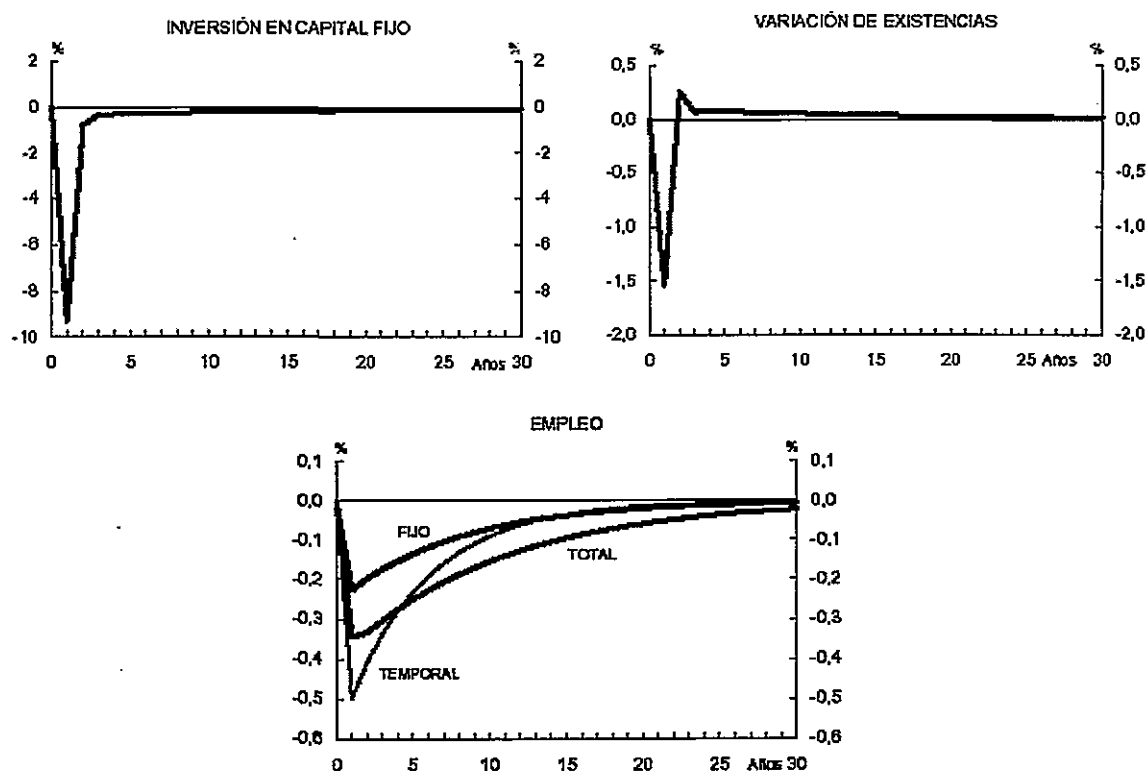
La existencia de patrones de inversión diferenciados no se circunscribe en exclusiva a la distribución, o no, de dividendos por encima de un mínimo o la emisión de acciones. Autores como Cummins y Nyman (2001) y Ono (2003) contemplan diferencias en la inversión entre empresas endeudadas y aquellas que no presentan deuda. Tales diferencias se han puesto de manifiesto en el apartado 4.1 con un modelo sencillo en el que se analizaba la inversión óptima, con tipo de interés de la deuda dependiente del endeudamiento total de la empresa.

Benito y Hernando (2003) ponen de manifiesto la validez empírica de estos resultados teóricos a la vez que señalan algunos resultados empíricos muy relevantes sobre los efectos reales de las condiciones financieras de las empresas. Según los resultados de estos autores, obtenidos a partir de datos de la Central de Balances del Banco de España de empresas no financieras, la tasa de inversión (inversión sobre capital instalado) de la empresas que soportan un mayor endeudamiento suele ser notablemente inferior a la de otras empresas. Asimismo destacan que tales diferencias también se aprecian en la evolución del empleo, lo que sugiere que frente a incrementos en el grado de presión financiera²⁴¹ las empresas optan por reducir el empleo. Un comportamiento similar se observa en la inversión en existencias, de modo que ésta es inferior en aquellas empresas con mayor nivel de carga financiera.

²⁴¹ Los autores utilizan como medida de la carga financiera el ratio entre los gastos financieros y el resultado económico bruto de explotación (valor añadido bruto a coste de factores menos los gastos de personal). Este ratio aproxima la capacidad de la empresa para satisfacer los gastos financieros con los recursos internos generados por la actividad.

La figura 40, extraída de Benito y Hernando (2003), presenta gráficamente la evolución de la inversión, empleo y existencias frente a una elevación del tipo de interés nominal del 1%. Los resultados de Benito y Hernando (2003) apuntan, no solo a la existencia de efectos importantes del endurecimiento de las condiciones crediticias sobre la inversión, el empleo, las existencias y la distribución de dividendos, sino que ponen de relieve la existencia de una reacción más acusada e inmediata de la inversión frente a tales alteraciones.

Figura 40.- Efectos "reales" del endurecimiento de la presión financiera



Fuente: Benito y Hernando (2003). Los efectos de las modificaciones de las condiciones financieras sobre el comportamiento de las empresas españolas. Boletín Económico del Banco de España. Enero 2003. (página 64). Resultados obtenidos a partir de datos anuales de empresas españolas en el período 1985-2001.

Los resultados de Benito y Hernando (2003) no sólo ponen de manifiesto diferencias entre empresas sujetas a condiciones financieras diferentes, sino que también ponen de relieve la evolución dinámica de la inversión y empleo cuando las empresas se hallan endeudadas y se

ven sometidas a un endurecimiento de la presión financiera. Este es un aspecto que la literatura económica no ha tratado con suficiente detalle. A pesar de la especial atención que los investigadores han prestado a los efectos del endeudamiento sobre la inversión, la evolución temporal del endeudamiento y de la inversión óptimos es un aspecto raramente tratado.

Las características dinámicas asociadas a la existencia de deuda, es decir, la determinación de "políticas" óptimas de inversión, empleo y deuda, así como la evolución temporal de estas variables asociada a la adopción de tales políticas, constituye uno de los principales elementos que determinan la velocidad y duración de los efectos reales generados por "shocks" de tipo financiero. El conocer la pauta temporal seguida por las empresas para la "restauración del equilibrio" inicial, permitiría diseñar de un modo más eficiente los mecanismos de instrumentación de la política monetaria.

En este capítulo se prestará especial atención a las características dinámicas de las decisiones óptimas de una empresa representativa, sujeta a determinadas restricciones financieras. En el siguiente apartado se presenta el modelo utilizado, detallándose las restricciones consideradas, y se analizan las características de las políticas óptimas de la empresa. Como se pondrá de manifiesto, el modelo presentado exhibe características acordes con los resultados de Benito y Hernando (2003), permitiendo incluso ampliar el estudio a casos no contemplados explícitamente por estos autores, es decir, para casos en los que la empresa no haya emitido deuda.

Asimismo, en el modelo presentado en este capítulo, se tendrá presente el papel que juega la inversión en activos no rentables o no productivos, pero necesarios para la actividad empresarial. Como resulta evidente al analizar el balance de cualquier empresa, la inversión abarca un amplio tipo de bienes, entre ellos inversión en existencias y otros activos incluidos en el activo circulante de las empresas. Algunas propuestas recientes han puesto de manifiesto la necesidad de reconsiderar los determinantes de tal inversión a la luz de los resultados teóricos señalados anteriormente. Carpenter et al. (1994) parten de la premisa de que al hallarse condicionada la inversión empresarial por las fluctuaciones en los recursos internos de la empresa, la inversión en existencias ha de reflejar, en mayor medida que otros bienes, tales fluctuaciones. Tal y como señalan estos autores, en respuesta a un shock negativo en los recursos internos, la empresa reduce su inversión en todos los activos, viéndose afectados en mayor medida aquellos que presenten menores costes de ajuste y/o liquidación. Cómo la inversión en existencias presenta unos costes de ajuste relativamente bajos, su participación en la reducción total de la inversión ha de ser "desproporcionadamente" alta en relación al ajuste experimentado en la inversión fija o en otros usos de los fondos (gastos en I+D). En conclusión, la inversión en existencias ha de mostrar una sensibilidad "especial" a las condiciones

financieras a las que se enfrenta la empresa. Asimismo, la evolución de las existencias a lo largo del ciclo económico genera efectos sobre los usos de los recursos financieros, lo cual puede influir sobre la inversión²⁴² en activos fijos, dado que todos compiten por unos recursos financieros escasos.

Fazzari y Petersen (1993) aportan nuevas consideraciones sobre el papel del capital circulante, en el que se incluirían las existencias y otros activos, en las decisiones de inversión de la empresa. Según estos autores, el capital circulante no sólo es un activo que consume recursos, sino que también actúa amortiguando las fluctuaciones de los recursos internos sobre la inversión. Si la empresa, quizá por la existencia de costes de ajuste, desea mantener a lo largo del tiempo una senda de inversión estable, puede acumular y desacumular capital circulante (activos líquidos netos) en función de las fluctuaciones en sus recursos internos. Si se produce una reducción en éstos, la empresa puede liquidar parte de sus activos (o incrementar su pasivo a corto plazo) y poder así mantener su plan de inversión. En sentido contrario, una fase favorable que supone un exceso de recursos internos desembocaría en un incremento de su activo circulante (o reducción de su pasivo a corto).

Parece pues evidente, que estos activos no rentables no son "inocuos", por lo tanto resulta de enorme interés el conocer como se modifican las condiciones de optimalidad de la inversión bajo supuestos que contemplen la existencia de tales activos. Este es uno de los objetivos principales perseguidos en esta Tesis, dado que una modificación como la propuesta permite, no solo dotar de mayor realismo a los modelos sino que también permite analizar en que medida esta "rémora" actúa potenciando el canal del "acelerador financiero" de la política monetaria.

Este modelo permite "cerrar" el círculo expositivo seguido en esta Tesis, la cual se iniciaba en la consideración de las debilidades de los modelos monetarios, en concreto en la ausencia de un papel de la inversión en la transmisión de "shocks" de carácter monetario y financiero. Esta ausencia resulta de difícil justificación, dado el papel fundamental de la inversión en las fluctuaciones cíclicas, argumento que ha guiado la profundización del análisis efectuado sobre los determinantes de la inversión y en especial, al modo en que las condiciones financieras afectan a la misma. Una vez cubiertas estas fases, se cierra la exposición con el modelo que se presenta a continuación, el cual no sólo permite establecer una clara vinculación

²⁴² En fases de desaceleración no anticipadas es posible que la empresa acumule existencias por encima de los niveles deseados lo cual aumenta las necesidades financieras de la empresa. Dado que la capacidad de la empresa de generar recursos es seguramente procíclica, la mayor necesidad de recursos coincidirá con un período en el que la autofinanciación "escasea", lo que empeoraría las condiciones de acceso a la financiación externa. En tales condiciones se manifestaría claramente el acelerador financiero, empeorando aún más la situación de la empresa.

entre variables de tipo financiero, afectadas por decisiones de política monetaria, y la inversión, sino que permite profundizar en este vínculo a través de la consideración de usos de los recursos financieros alternativos a los denominados "productivos", los cuales, como se tendrá ocasión de comprobar, potencian el canal crediticio de transmisión de la política monetaria.

5.1.-DESCRIPCIÓN DEL MODELO

En el modelo propuesto, el "gestor" de la empresa característica actúa como un agente neutral al riesgo, siendo su objetivo maximizar el valor de la empresa. Asumiendo que no existen impuestos y que las empresas no pueden financiarse emitiendo acciones, el valor de la empresa queda determinado por la expresión²⁴³:

$$V_t = E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+\theta} \right)^i D_{t+i} \right] = E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} \beta^i D_{t+i} \right]$$

Donde D_t es el dividendo distribuido en t y θ es la rentabilidad mínima exigida por los accionistas o, alternativamente, una medida del grado de "impaciencia" de los accionistas o preferencia por los dividendos futuros frente a dividendos actuales.

La empresa produce utilizando como factores productivos capital (K_t) y trabajo (H_t), que combina con un tecnología definida por $\Pi_t(K_t, H_t, z_t)$ ²⁴⁴, donde z_t es una perturbación aleatoria uniforme que se distribuye independientemente en cada período. El factor trabajo puede ajustarse de forma inmediata sin coste alguno y se utiliza en el mismo período en el que se contrata. El factor capital, perfectamente divisible, también puede ajustarse sin coste y su utilización puede realizarse en varios períodos, dado que tan sólo se "consume" por una cuantía igual a su depreciación. Asumiendo una tasa de depreciación constante, el capital evoluciona conforme a la restricción de acumulación de capital dada por :

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t$$

Siendo I_t la inversión neta realizada en t y δ la tasa de depreciación lineal del capital.

²⁴³ Véase por ejemplo Bond y Meghir (1994).

²⁴⁴ Se asume que la función $\Pi_t(K_t, H_t, z_t)$ satisface las condiciones de Inada para las funciones de producción.

Los dividendos a distribuir en el período t vienen dados por la restricción de balance ²⁴⁵:

$$D_t = \Pi_t(K_t, H_t, z_t) - wH_t - (1 + r^B)B_t + p_K(1 - \delta)K_t + L_t + B_{t+1} - p_K K_{t+1} - L_{t+1}$$

Donde $\Pi(K_t, H_t, z_t)$ es el beneficio operativo que depende del stock de capital K_t , del factor trabajo empleado H_t y de una perturbación aleatoria z_t , p_K es el precio de adquisición y venta del capital, δ es la tasa de depreciación del capital, B_t es la deuda emitida en t que se remunera a un tipo de interés r^B ²⁴⁶ y L_t es la inversión de la empresa en recursos líquidos en el momento t . Se asume inicialmente que tales recursos carecen de rendimiento, aunque se contemplará la posibilidad de que tales activos se remuneren a una tasa dada por r^L .

Siguiendo la propuesta de Scaramozzino (1997), se asume que la empresa se ve obligada a pagar un dividendo mínimo \bar{d} , que naturalmente es estrictamente positivo. La existencia de un dividendo mínimo puede actuar como mecanismo de "señalización" utilizado para la captación de recursos, de modo que los inversores sean menos reacios a aportar sus recursos²⁴⁷. Cabe la posibilidad de que la cuantía de dicho dividendo varíe, tanto entre distintas empresas, como a lo largo del tiempo, de modo que el "atractivo" de la empresa a la hora de captar recursos se altere. Si, por ejemplo, la empresa se enfrenta a cualquier tipo de restricción a la hora de acceder a un préstamo bancario, puede tratar de captar dichos recursos emitiendo más acciones y garantizando una remuneración mayor a fin de asegurar la colocación de las mismas. No obstante, dado que se ha supuesto que la empresa característica no emite nuevas acciones, puede asumirse que el dividendo mínimo permanece constante durante la vida de la empresa.

Al margen de la restricción impuesta por la remuneración mínima, la empresa se ve obligada a mantener en forma de activos líquidos o liquidez una cuantía no inferior a un porcentaje del total de salarios a pagar en el período corriente, es decir, $L_t \geq AwH_t$, donde $0 < A \leq 1$. (asumiré, en principio, que A es fijo y toma un valor igual a 1). Esta restricción trata de

²⁴⁵ La restricción de balance incorpora la ecuación de acumulación del capital, dado que la restricción es inicialmente:

$$D_t = \Pi_t(K_t, H_t, z_t) - wH_t - (1 + r^B)B_t - p_K I_t + L_t + B_{t+1} - L_{t+1}$$

siendo I_t la inversión en capital. Sustituyendo la inversión conforme a la ecuación de balance se obtiene finalmente la restricción de balance especificada en el texto.

²⁴⁶ Se asume que r^B es superior a la rentabilidad exigida por los accionistas.

²⁴⁷ El establecer una remuneración mínima (aunque no exenta de riesgo totalmente) permite reducir la incertidumbre y por lo tanto cabe esperar que sea valorada por inversores adversos al riesgo frente a otras alternativas que no especifiquen ningún tipo de patrón de remuneración de la inversión.

capturar el evidente desfase que se produce entre los cobros de las ventas realizadas²⁴⁸ y los distintos pagos, entre ellos el pago de los salarios. Asimismo, puede interpretarse como una restricción del tipo "*cash-in-advance*" al establecer un tipo de transacciones (pago de salarios) que necesariamente han de realizarse mediante un determinado tipo de activo financiero, en este caso, activos líquidos asimilables a dinero.

Tabla 13.- Estructura del Balance. 1996-2001. Porcentajes (%).

	1996	1997	1998	1999	2000	2001
I. ACTIVO INMOVILIZADO	64,1	62,5	60,4	63,2	63,4	65,7
Inmovilizado material	44,8	42,2	38,1	32,3	26,9	26,1
Inmovilizado financiero	15,1	16,0	18,0	26,0	32,4	36,0
Otras rúbricas	4,2	4,2	4,3	4,9	4,1	3,6
II. ACTIVO CIRCULANTE	35,9	37,5	39,6	36,8	36,6	34,3
Existencias	8,4	8,2	7,8	6,9	6,3	5,7
Clientes	14,3	14,3	13,6	12,2	10,7	9,6
Otras rúbricas	13,3	15,0	18,2	17,7	19,5	19,0
ACTIVO (I + II) = PASIVO (III a V)	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
III. RECURSOS PROPIOS	43,3	42,7	40,7	38,9	38,6	38,8
Capital desembolsado neto	19,5	18,5	17,5	15,7	14,6	15,1
Reservas y prima de emisión	22,4	22,7	21,7	21,7	22,5	22,4
Beneficios no distribuidos	0,8	1,4	1,3	0,9	0,7	0,7
Resto de reservas y prima de emisión	21,7	21,4	20,4	20,8	21,9	21,8
Subvenciones de capital	1,4	1,4	1,5	1,5	1,4	1,3
IV. RECURSOS AJENOS	51,4	51,3	51,4	53,9	55,6	56,4
1. Recursos ajenos a largo plazo	17,9	17,2	17,7	21,7	23,3	25,1
Financiación de entidades de crédito a largo plazo	10,1	10,3	9,8	8,5	7,8	8,0
Resto financiación ajena a largo plazo	7,8	6,9	7,9	13,2	15,5	17,2
2. Financiación a corto plazo con coste	10,6	11,1	10,9	11,2	13,3	14,1
Financiación de entidades de crédito a corto plazo	5,2	5,3	5,3	4,1	4,6	4,1
Resto financiación ajena a corto plazo con coste	5,4	5,8	5,7	7,1	8,7	10,0
3. Financiación a corto plazo sin coste	23,0	23,0	22,7	21,0	19,0	17,2
Proveedores	10,3	10,5	10,2	9,5	8,4	7,6
Otros acreedores sin coste	12,5	12,2	12,3	11,2	10,3	9,4
Ajustes por periodificación	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2
PROVISIONES PARA RIESGOS Y GASTOS	5,3	6,0	7,9	7,2	5,8	4,7

Fuente: Banco de España. Central de Balances: Resultados anuales de las empresas no financieras 2001. Datos provisionales.

²⁴⁸ Téngase presente que en España y según los datos (año 2001) de la Central de Balances del Banco de España el período medio de cobro a clientes asciende a 51 días, mientras que el período medio de pago a proveedores se eleva a 63 días. Frente a estos períodos, ciertos pagos tienen una periodicidad dada (mensual en el caso de salarios, trimestralmente retenciones y cotizaciones, etc.), y otros, sin un período de liquidación fijo, no pueden ser diferidos. La distinta periodicidad suele generar necesidades concretas de liquidez para ir satisfaciendo pagos, por lo que la empresa se ve obligada a mantener activos líquidos para irlos satisfaciendo. Esta función es la que usualmente desempeña el fondo de maniobra o "*Working Capital*", dado que es la inversión requerida, en activos distintos del capital fijo, desde que se compromete una unidad monetaria en el proceso productivo hasta que se recupera por el cobro de las ventas. En relación al papel del "*working capital*" en la inversión fija puede consultarse por ejemplo el trabajo de Fazzari y Petersen (1993) o el de Carpenter et al. (1994).

El efecto final de esta restricción, como se comprobará más adelante, es el condicionar los requerimientos financieros de la empresa, dado que la inversión total (entendida como uso de los recursos disponibles) de la empresa se ha de materializar tanto en activos con rendimiento (el activo físico que habitualmente se considera bien de inversión) como en activos sin rendimiento, pero imprescindibles para la actividad empresarial. Bajo tales circunstancias, la empresa ha de financiar activos que no sólo no presentan rendimiento sino que pueden llevar aparejado bien un coste explícito (en caso de financiarse con deuda) o bien implícito (dada la rentabilidad exigida por los propietarios de la empresa). Estos activos sin rendimiento están compuestos habitualmente por cuentas pendientes de cobro (cobros diferidos a clientes y otros deudores), existencias de productos terminados, materias primas y saldos de tesorería (dinero y activos líquidos a corto plazo), y suelen encuadrarse en lo que se denomina Activo Circulante de la empresa. Como puede comprobarse en la tabla 13, la cuantía de estas partidas es considerable, incluso al descontar la parte que puede financiarse con recursos ajenos sin coste (financiación de proveedores y otras cuentas pendientes de pago), por lo que no puede ignorarse su importancia. El incorporar la restricción vista permitirá analizar cual es el efecto de este "lastre" sobre las decisiones óptimas de la empresa.

Junto a las restricciones anteriores, relativas al dividendo mínimo y al mantenimiento de liquidez, se incluyen las correspondientes a la no negatividad del capital, trabajo y deuda: $B_t \geq 0$, $H_t \geq 0$ y $K_t \geq 0$, a pesar de que sólo se incorporará de forma explícita en la optimización la relativa a la deuda²⁴⁹.

En principio, no se considera ningún tipo de restricción sobre el endeudamiento máximo, de modo que la empresa puede emitir tanta deuda como precise. Posteriormente, en el apartado 5.5, se analizará el efecto de un límite al endeudamiento de la empresa.

El problema al que se enfrenta la empresa es, por lo tanto, determinar los valores H_t , B_t , K_t y L_t que maximizan la expresión

$$\text{Max } E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} \beta^i D_{t+i} \right]$$

estando sujeta dicha optimización a las siguientes restricciones:

$$D_t = \Pi_t(K_t, H_t, z_t) - wH_t - (1+r^B)B_t + p_K(1-\delta)K_t + L_t + B_{t+1} - p_K K_{t+1} - L_{t+1}$$

²⁴⁹ Dadas las condiciones de Inada establecidas para la función de beneficio, el beneficio marginal del capital y del trabajo, cuando ambos factores tienden a cero, es infinito, de modo que prácticamente se descarta una solución en la que el capital o el trabajo sean nulos.

$$D_t \geq \bar{d}$$

$$L_t \geq wH_t$$

$$B_t \geq 0, H_t \geq 0, K_t \geq 0$$

El lagrangiano correspondiente al problema planteado, incorporando los multiplicadores λ_t^D , asociado a la restricción sobre el dividendo, λ_t^H , asociado a la restricción de saldos mínimo en liquidez o "wage-in-advance" y λ_t^B asociado a la no negatividad de la deuda, viene dado por la expresión:

$$\text{Max } E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \left[\Pi_t(K_t, H_t, z_t) - wH_t - (1+r^B)B_t + p(1-\delta)K_t + L_t + B_{t+1} - p_K K_{t+1} - L_{t+1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \lambda_t^D (D_t - \bar{d}) + \lambda_t^H (L_t - wH_t) + \lambda_t^B B_t \right] \right]$$

La condición de primer orden de óptimo para el capital viene dada por:

$$(1 + \lambda_t^D) \beta E_t [\Pi'_K + p_K (1 - \delta)] - p_K (1 + \lambda_{t-1}^D) = 0$$

O alternativamente

$$E_t \Pi'_K = p_K \left[\frac{(1 + \lambda_{t-1}^D)}{(1 + \lambda_t^D)} \beta^{-1} - 1 + \delta \right] \quad (5.1)$$

La expresión 5.1 es similar a la que se obtiene en otros modelos, como por ejemplo en el propuesto por Ono (2003), y su interpretación, por lo tanto, es idéntica. Cuando la restricción relativa a la no negatividad de los dividendos está activa, es decir, $D_{t-1} = D_t = \bar{d}$, el capital óptimo, y en definitiva la inversión, resultará inferior al caso en que tal restricción no esté activa, situación que en distinta medida se produce en todos los modelos que incorporan restricciones financieras similares.

En ausencia de restricciones, es decir, con $D_{t-1} > \bar{d}$ y $D_t > \bar{d}$, o bien cuando $\lambda_{t-1}^D = \lambda_t^D$, el nivel de capital óptimo satisface la relación:

$$E_t [\Pi'_K] = p_K (\theta + \delta)$$

que conforme a los supuestos habituales de rendimientos marginales del capital decrecientes, implica un stock de capital mayor (o igual) que el que se deriva de la expresión 5.1 con $D_{t-1} = D_t = \bar{d}$ ²⁵⁰. Como corolario, cabe esperar que exista un período de transición delimitado por los stocks de capital deseados en presencia de restricciones derivadas del dividendo mínimo y en ausencia de las mismas, siempre que tales diferencias en el capital deseado se produzcan, dado que cabe la posibilidad de que la empresa solo pueda hallarse en uno de dichos "estados" o bien que no existan diferencias en la cuantía del capital deseado en uno y otro estado.

En cuanto a la condición de primer orden de óptimo para el factor trabajo, ésta se expresaría como:

$$(1 + \lambda_t^D)[E_t \Pi'_{Ht} - w] - \lambda_t^H w = 0$$

O reordenando, puede expresarse alternativamente cómo:

$$E_t \Pi'_{Ht} = w \left(\frac{\lambda_t^H}{1 + \lambda_t^D} + 1 \right) \quad (5.2)$$

Esta relación supone, para la determinación del empleo óptimo, lo mismo que la expresión 5.1 para el capital. Si la restricción de liquidez se satisface exactamente, es decir, $L_t = wH_t$, el nivel de empleo será inferior al que se alcanzaría en ausencia de tal restricción o con dicha restricción inactiva. Como consecuencia de esta restricción, las decisiones de empleo no están condicionadas exclusivamente por el rendimiento marginal del factor trabajo, sino que se verán afectadas por la necesidad de mantener recursos líquidos sin "rentabilidad".

La condición de primer orden de óptimo para la deuda viene dada por:

$$-(1 + \lambda_t^D)\beta(1 + r^B) + 1 + \lambda_{t-1}^D + \beta\lambda_t^B = 0$$

O alternativamente

²⁵⁰ Rescribiendo la CPO para K_t con $m_t^D = 1 + \lambda_t^D$, se obtiene la expresión,

$$(m_t^D) = \frac{p_K}{\beta E_t [\Pi'_{Kt} + p(1 - \delta)]} (m_{t-1}^D),$$

dado que en el óptimo cabe asumir que $p_K \leq \beta E_t [\Pi'_{Kt} + p(1 - \delta)]$, se cumplirá que $m_t^D \leq m_{t-1}^D$.

$$\beta(1+r^B) = \frac{1+\lambda_{t-1}^D}{1+\lambda_t^D} + \frac{\beta\lambda_t^B}{1+\lambda_t^D} \quad (5.3)$$

Expresión de la que se deduce, que cuando $D_{t-1} > \bar{d}$ y $D_t > \bar{d}$, y por lo tanto $\lambda_{t-1}^D = \lambda_t^D = 0$, (y siempre que $r^B > \theta$), necesariamente la deuda ha de ser nula.

Finalmente, la condición de primer orden para la liquidez es:

$$(1+\lambda_t^D)\beta - (1+\lambda_{t-1}^D) + \beta\lambda_t^H = 0 \quad 251$$

O reordenando dicha expresión:

$$\lambda_t^H = \beta^{-1}(1+\lambda_{t-1}^D) - (1+\lambda_t^D) \quad (5.4)$$

Si los recursos líquidos exceden el valor de los salarios totales, es decir, $\lambda_t^H = 0$, entonces según la expresión (5.4) se tiene que, $\beta^{-1}(1+\lambda_{t-1}^D) = (1+\lambda_t^D)$, o alternativamente:

$$\beta^{-1} \frac{(1+\lambda_{t-1}^D)}{(1+\lambda_t^D)} = 1.$$

Ségún este resultado, si $D_{t-1} > \bar{d}$ y $D_t > \bar{d}$, (o bien cuando $\lambda_{t-1}^D = \lambda_t^D$), no puede cumplirse que $\lambda_t^H = 0$. Es más, si $\lambda_{t-1}^D < \lambda_t^D$, tampoco es posible que $\lambda_t^H = 0$, por lo tanto se cumplirá exactamente que $L_t = wH_t$. Según este razonamiento, si la rentabilidad de la liquidez es nula (o inferior a la rentabilidad mínima exigida por los accionistas) la empresa carece de incentivos para mantener un nivel de liquidez superior al exigido por el pago de salarios, y se cumplirá exactamente que la liquidez mantenida equivale a los salarios totales, $L_t = wH_t$, siendo el nivel de empleo en dicha situación el que se deduce a partir de la expresión 5.2., la cual equivalía a:

²⁵¹ Si la liquidez genera un rendimiento igual a r^L entonces la condición de primer orden se transforma en:

$$(1+\lambda_t^D)(1+r^L)\beta - (1+\lambda_{t-1}^D) + \beta\lambda_t^H = 0, \text{ de donde se deduce,}$$

$$-(1+\lambda_t^D)(1+r^L) + \beta^{-1}(1+\lambda_{t-1}^D) = \lambda_t^H$$

Si $\lambda_t^H = 0$, entonces, $\beta(1+r^L) = \frac{(1+\lambda_{t-1}^D)}{(1+\lambda_t^D)}$, con lo cual si $r^L = \theta$ será posible que se distribuya un

dividendo superior al mínimo y que se mantenga un nivel de liquidez superior al mínimo exigido (igual a los sueldos totales). Si $r^L < \theta$ nuevamente será incompatible el "exceso de liquidez" con el pago de un dividendo superior al mínimo.

$$E_t \Pi'_{Ht} = w \left(\frac{\lambda_t^H}{1 + \lambda_t^D} + 1 \right)$$

En las condiciones detalladas el multiplicador λ_t^H nunca es nulo, de modo que, de esta expresión, se deduce de forma inmediata que el nivel de empleo se ve afectado por la existencia de restricciones financieras vinculadas al pago del dividendo mínimo, de forma que el empleo, en el caso de que el dividendo sea exactamente igual al mínimo ($D_t = \bar{d}$), será inferior al caso en que los recursos generados por las empresas permitan distribuir un dividendo superior al mínimo²⁵².

Por otra parte, combinando las ecuaciones (5.4) y (5.2) se obtiene la expresión

$$E_t \Pi'_{Ht} = w \left(\beta^{-1} \frac{1 + \lambda_{t-1}^D}{1 + \lambda_t^D} \right) \quad 253 \quad (5.5)$$

Por lo que, según (5.3) y asumiendo que existe deuda, y por lo tanto $\lambda_t^B = 0$, permite describir la expresión 5.5 cómo.

$$E_t \Pi'_{Ht} = w(1 + r^B) \quad (5.6)$$

Expresión que relaciona el rendimiento marginal del factor trabajo y, por lo tanto el nivel de empleo, con el salario y el tipo de interés de la deuda²⁵⁴. Esta ecuación refleja cómo el endurecimiento de las condiciones crediticias, vía incremento del tipo de interés de la deuda,

²⁵² Dado que λ_t^D puede variar, el empleo no tiene por qué ser constante cuando la empresa se halla sometida a restricciones financieras (distribuye un dividendo igual al mínimo), de modo que la evolución del empleo puede presentar una transición suave entre el estado "restringido" y el "no restringido" en vez de un salto brusco.

²⁵³ Los pasos intermedios, son sustituyendo 5.4 en 5.2 y operando

$$\Pi'_{Ht} = w \left(\frac{\beta^{-1} (1 + \lambda_{t-1}^D) - (1 + \lambda_t^D)}{1 + \lambda_t^D} + 1 \right) = w \left(\frac{\beta^{-1} (1 + \lambda_{t-1}^D) - (1 + \lambda_t^D) + 1 + \lambda_t^D}{1 + \lambda_t^D} \right) = w \left(\frac{\beta^{-1} (1 + \lambda_{t-1}^D)}{1 + \lambda_t^D} \right)$$

²⁵⁴ Por otra parte si $B_t > 0$, según 5.3 se llegaría a: $\beta(1 + r^B)(1 + \lambda_t^D) = 1 + \lambda_{t-1}^D$, expresión que sustituida en 5.4 proporciona la relación, $\lambda_t^H = r^B(1 + \lambda_t^D)$, de donde se concluye que la restricción sobre los recursos líquidos ha de estar activa, y en consecuencia se cumplirá $L_t = wH_t$. Por lo tanto, el empleo y la liquidez mantenida por la empresa dependerán del tipo de interés de la deuda.

puede afectar tanto al capital óptimo (conforme se desprende de 5.7) como al empleo, siempre que la empresa presente una cantidad de deuda positiva.

Por lo tanto, la incorporación de una restricción que vincule recursos líquidos y salarios puede derivar en una relación entre nivel de empleo y tipos de interés de la deuda, relación que otros autores [véase por ejemplo Christiano y Eichenbaum (1992)] establecen directamente al exigir que el pago de los salarios se realice mediante el endeudamiento de la empresa²⁵⁵. Bajo tal restricción, resulta evidente que las condiciones crediticias afectan al nivel de empleo. Asimismo, como se comprueba a continuación, tales condiciones afectan también a la inversión de la empresa.

Efectivamente, combinando la expresión (5.1) con la expresión (5.3) se obtendría, asumiendo que existe deuda y por lo tanto $\lambda^D_t = 0$ ²⁵⁶.

$$E_t \Pi'_{Kt} = p_K [r^B + \delta] \quad (5.7)$$

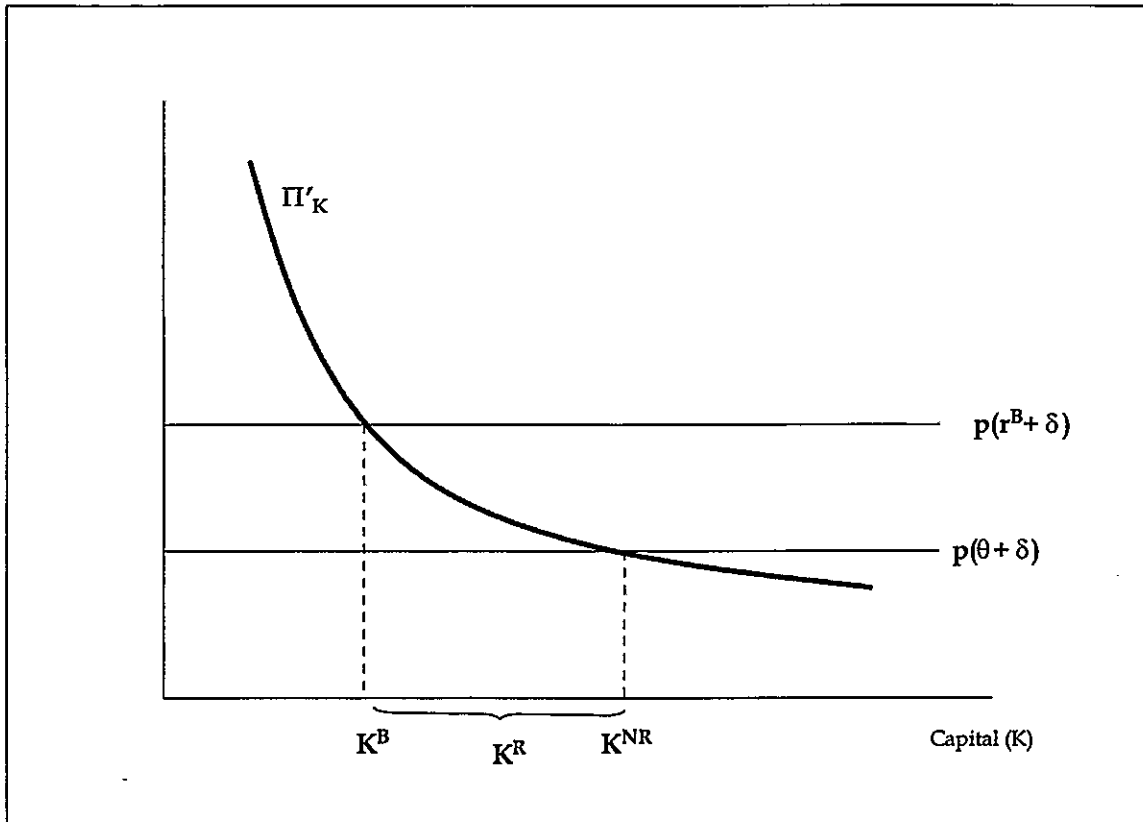
Relación que vincula el tipo de interés de la deuda con el stock de capital deseado en presencia de deuda. Esta expresión, junto con la ecuación (5.1), muestra que si no existen diferencias entre el tipo de interés de la deuda, r^B , y la rentabilidad exigida por los accionistas, θ , el stock de capital óptimo no se vería afectado por las restricciones relativas al dividendo mínimo, de modo que las decisiones de inversión resultarían independientes del endeudamiento de la empresa.

Los diferentes niveles de capital "deseado" se representan en la figura 41, en la que se ha supuesto la existencia de diferencias entre el tipo de interés de la deuda y la rentabilidad exigida por los accionistas, de modo que $r^B > \theta$. Entre el stock de capital deseado en ausencia de restricciones financieras, K^{NR} , y el correspondiente a la existencia de restricciones financieras con emisión de deuda, K^B , caben diferentes niveles de capital, K^R , que satisfarían la condición de optimalidad (5.1). K^R comprende situaciones en las que, no existiendo deuda, no se distribuye un dividendo superior al mínimo, de modo que un "shock" que reduzca la disponibilidad de recursos internos puede generar en tal situación una reducción del capital e incluso la necesidad de emitir deuda si tal "shock" es suficientemente intenso.

²⁵⁵ Resulta fácil imaginar como shocks monetarios pueden generar efectos reales en casos como el descrito, combinados con un canal bancario (modelos de "participación limitada"). Una inyección monetaria genera un aumento en los fondos prestables por los intermediarios financieros, de modo que los tipos de interés se reducirán a fin de que el mercado absorba el exceso de oferta. Al reducirse el coste de la deuda se reduce el "coste" de la mano de obra (recuérdese que el pago de salarios se realiza emitiendo deuda) demandándose más empleo e incrementándose la producción (con salarios rígidos u oferta de trabajo completamente elástica).

²⁵⁶ Según 5.3, si $r^B > \theta$ la existencia de deuda supone que $\lambda^D_{t-1} > \lambda^D_t$

Figura 41 .-Diferentes niveles de "capital deseado".



Si se asume que la liquidez genera un rendimiento igual a r^L entonces la expresión (5.5) se transforma en:

$$E_t \Pi'_{Ht} = w \left(\beta^{-1} \frac{1 + \lambda_{t-1}^D}{1 + \lambda_t^D} - r^L \right) \quad (5.8)$$

Dicha ecuación supone diferentes niveles de empleo en función de que la empresa genere suficientes recursos como para repartir un dividendo superior al mínimo y de que exista o no deuda, asumiendo que $r^L < \theta$. La existencia de restricciones financieras (derivadas del dividendo mínimo) y de deuda, suponen que la empresa demandará el nivel de empleo, H^{RB} , dado por la expresión :

$$E_t \Pi'_{Ht} = w(1 + r^B - r^L) \quad (5.9)$$

Si la empresa no puede satisfacer un dividendo superior al mínimo, pero no posee deuda, el empleo, H^R , vendrá dado por 5.8, es decir, por la expresión:

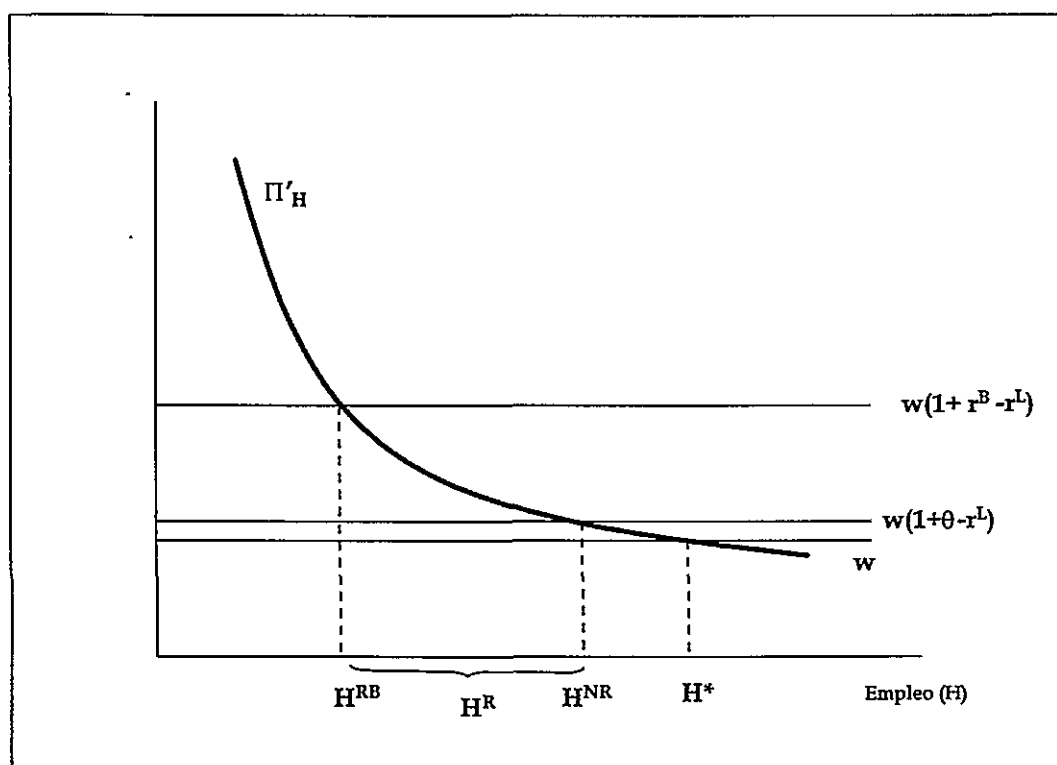
$$E_t \Pi'_{Ht} = w \left(\beta^{-1} \frac{1 + \lambda_{t-1}^D}{1 + \lambda_t^D} - r^L \right)$$

En el caso de que la empresa pueda satisfacer un dividendo superior al mínimo, la cantidad de trabajo demandada por la empresa, H^{NR} , vendrá dada por:

$$E_t \Pi'_{Ht} = w(\beta^{-1} - r^L) = w(1 + \theta - r^L) \quad (5.10)$$

Cumpléndose que $H^{NR} > H^R > H^{RB}$, conforme a los supuestos establecidos sobre la remuneración de la deuda, rentabilidad exigida por los accionistas y rentabilidad de los activos líquidos.

Figura 42 .-Demanda de trabajo bajo diferentes estados.



La figura 42 resume los diferentes niveles de demanda de empleo que pueden producirse en función del "estado financiero" de la empresa. En determinadas condiciones es posible que la demanda de empleo alcance el nivel "normal" bajo condiciones competitivas, es decir, aquella en la que el rendimiento marginal del factor trabajo se iguala al salario. Dichas condiciones exigen que la empresa no esté sujeta a restricciones financieras y que la rentabilidad de los activos líquidos sea similar a la exigida por los accionistas.

5.2.- POLÍTICAS ÓPTIMAS DE INVERSIÓN, ENDEUDAMIENTO Y EMPLEO

A partir de las ecuaciones de comportamiento, restricciones y objetivo definido para la empresa representativa, es posible definir un modelo de equilibrio parcial en el que se asuma que la empresa puede acceder a tanta deuda como necesite al tipo de interés r^B (oferta crediticia perfectamente elástica), y contratar todo el empleo necesario al nivel de salarios dado por w (oferta de trabajo perfectamente elástica). Dicho modelo ha sido estudiado, de modo analítico, con detalle en el apartado anterior, analizándose el comportamiento óptimo de la empresa en relación a la inversión, endeudamiento y empleo en presencia de restricciones sobre la cuantía del dividendo distribuido a los accionistas y sobre el mantenimiento de activos líquidos²⁵⁷. En este apartado se presentará la solución numérica obtenida del problema de optimización dinámica presentado, tal solución se ha computado conforme al método descrito en el apartado A.6 del Anexo.

En la figura 43 se presentan las decisiones óptimas de la empresa, relativas a capital, deuda, empleo y liquidez, en función de los recursos disponibles en cada momento t , RD_t , definidos éstos como :

$$RD_t = \Pi_t(K_t, H_t, z_t) - wH_t - (1 + r^B)B_t + p_K(1 - \delta)K_t + L_t.$$

La función de resultados se ha definido como:

$$\Pi_t(K_t, H_t, z_t) = A(K^\alpha + L^\phi) + z_t$$

²⁵⁷Se incluyen también restricciones de no negatividad, que en términos económicos no presentan interés, dado que por ejemplo, la deuda necesariamente es no negativa, si bien al afrontar en términos matemáticos / numéricos dicho modelo, es preciso incorporar tales restricciones.

Siendo A un parámetro positivo, $0 < \alpha < 1$, $0 < \phi < 1$, y z_t una perturbación aleatoria distribuida idéntica e independientemente en cada momento temporal como una variable estocástica uniforme. Se asumirá que la perturbación aleatoria se realiza al inicio del período, cuando las decisiones sobre empleo, capital, deuda y activos líquidos del siguiente período aún no se han tomado. En base a esta formulación, el efecto de dicha perturbación consiste únicamente en alterar los recursos disponibles en t , lo que afectará a las variables en $t+1$ a través de la restricción de balance. Asimismo, dicha formulación supone que en cada período el valor esperado del dividendo en el/los siguiente/s período/s coincida con la formulación correspondiente al caso determinista, dado que el valor esperado de la perturbación aleatoria es nulo, es decir, se cumpliría:

$$E_t[D_{t+1} | z_t] = E_t[A(K_{t+1}^\alpha + L_{t+1}^\phi) + z_{t+1} - wH_{t+1} - (1+r^B)B_{t+1} + p_K(1-\delta)K_{t+1} + L_{t+1} + B_{t+2} - p_K K_{t+2} - L_{t+2}] = A(K_{t+1}^\alpha + L_{t+1}^\phi) - wH_{t+1} - (1+r^B)B_{t+1} + p_K(1-\delta)K_{t+1} + L_{t+1} + B_{t+2} - p_K K_{t+2} - L_{t+2};$$

Lo que permite considerar la solución del problema determinista también como la solución del problema estocástico, es decir, los valores de las variables que satisfacen el problema $\text{Max } E_t \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t D_t \right]$, coinciden con las que satisfacen el problema determinista

$\text{Max } \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t D_t$, o alternativamente, se cumple el principio de equivalencia cierta.

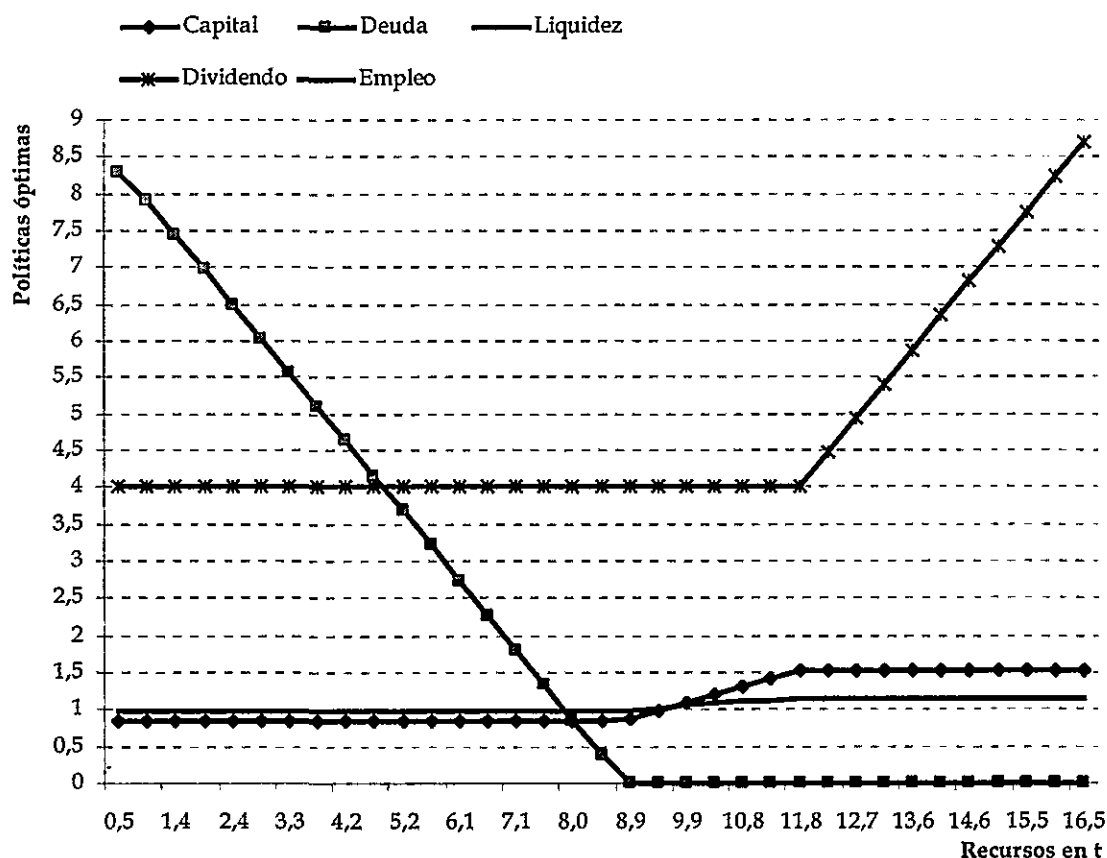
Como se observa en la figura 43, las decisiones óptimas de empleo y capital se hallan condicionadas por la existencia o no de deuda, así como por la distribución o no de un dividendo superior al mínimo²⁵⁸, lo cual permite diferenciar tres estados de comportamiento.

²⁵⁸ Los valores de los parámetros han sido:

A	α	ϕ	pk	δ	r^B	β	w	\bar{d}
4	0.39	0.29	4	0.25	0,18	0.9524	1	4

El punto de partida en la solución ha sido asumir que los recursos disponibles en t venían dados por los resultantes de asumir $K=0$, $B=0$, $H=0$ y L igual al nivel correspondiente al estado estacionario sin deuda. El valor de la perturbación aleatoria en $t=0$ se ha igualado a 1, en el resto de períodos se ha asumido el valor esperado de dicha perturbación aleatoria, es decir, $E[z_t]=0$.

Definidos así los parámetros del modelo, y dado que los activos líquidos no generan rendimiento alguno, la restricción relativa a los mismos siempre estará activa, es decir, $L_t = wH_t$.

Figura 43.-Políticas óptimas ó decisiones sobre K_{t+1} , L_{t+1} (H_{t+1}) y B_{t+1} , y dividendo resultante.

El primero de estos estados corresponde con una situación en la que los recursos disponibles en el momento t , obligan a la empresa a emitir deuda y repartir un dividendo igual al mínimo, es decir, $B > 0$, $D = \bar{d}$. En este estado el stock de capital y el empleo óptimos vienen dados por las relaciones 5.7 y 5.6 respectivamente²⁵⁹, en las cuales interviene el tipo de interés de la deuda, en ambos casos de forma inversa, de modo que cuanto mayor sea el coste de la deuda menores serán las cantidades óptimas de capital y empleo.

²⁵⁹ Según 5.7, $E_t \Pi'_{Kt} = p_K [r^B + \delta]$, lo que conforme a los valores de los parámetros establecidos anteriormente supone $K=0.8521$. Por otra parte, conforme a 5.6, $E_t \Pi'_{Ht} = w(1 + r^B)$, lo que en el caso particular que se presenta supone $H=0.9762$.

Cuando la empresa dispone de recursos suficientes como para financiar el stock de capital y la liquidez correspondientes al estado con deuda más la cuantía del dividendo mínimo, la empresa no se ve obligada a emitir deuda. Esta situación se produce en la simulación efectuada para unos recursos iniciales mínimos por valor de 8.941. Tal umbral de recursos iniciales define la frontera entre el primero y segundo de los estados.

El segundo de los estados corresponde con aquella situación en la que el dividendo excede el dividendo mínimo y la empresa no presenta deuda. En dicha situación, la evolución del empleo y del capital vienen dados por las expresiones 5.1 y 5.2, las cuales conducen, conforme crecen los recursos disponibles a la situación estacionaria, que corresponde con el tercer estado, en la que no se modifican las decisiones óptimas. Como se observa en la figura 43, en el segundo de los estados tanto el stock de capital como el empleo²⁶⁰ crecen conforme lo hace el nivel de recursos disponibles. Este estado correspondería con aquella situación en la que la evolución del cash-flow presentaría capacidad explicativa en la evolución de la inversión y del empleo, de modo que no sólo la productividad del capital o el coste de uso "jorgensoniano" explicarían la inversión, sino que habría que incluir como variable adicional la evolución de los recursos generados por la actividad de la empresa de modo similar al que recogen, entre otras, las propuestas de Fazzari et al. (1989), Hubbard et al. (1995) o Bond y Meghir (1994) analizadas en el apartado 4.

El estado estacionario viene dado por las expresiones incluidas en la tabla 14 ²⁶¹, las cuales se obtienen a partir de las condiciones de primer orden. Este estado se alcanza cuando los recursos disponibles de la empresa permiten financiar las cuantías óptimas de factores en el estado estacionario más el dividendo mínimo, situación que se alcanza en la solución presentada para un nivel de recursos igual a 11.76.

Una vez alcanzado el nivel de recursos del estado estacionario, las decisiones se mantienen indefinidamente, siempre que el nivel de recursos disponibles no descienda por debajo del nivel estacionario, en cuyo caso se reducirá el nivel de dividendos, stock de capital y empleo, y, según la intensidad del "shock", podría incluso emitirse deuda si dicho "shock" es lo suficientemente intenso.

La tabla 14 permite también comprobar, qué variables y parámetros afectarán a la cuantificación del estado estacionario de los factores productivos. Como se puede comprobar,

²⁶⁰ En la solución presentada la diferencia entre el empleo óptimo con deuda (0.9762) y el empleo en estado estacionario (1.1506) es muy reducida en comparación a las diferencias presentes en el resto de variables, lo que provoca que en el gráfico a penas sea perceptible la evolución registrada por el empleo.

²⁶¹ Según los parámetros utilizados, el valor del capital en estado estacionario se elevaría a 1.5374, el empleo a 1.1506, la producción a 8.8967, el dividendo a 6.2086 y los recursos disponibles a 13.5089.

destaca la ausencia de variables asociadas a las condiciones crediticias (recursos prestables o tipo de interés de la deuda) o la disponibilidad de recursos (por encima del umbral de estacionariedad). En tales condiciones, el incremento del cash-flow o, por ejemplo, la reducción de los tipos de interés, no suponen ninguna variación en el capital o empleo de la empresa. Incluso es posible que en determinados casos, se den respuestas asimétricas frente a "shocks" en los recursos disponibles, de modo que, reducciones en los mismos sí afectarían a las variables, mientras que los incrementos no generarían ninguna respuesta.

Como también se desprende de la tabla 14, el diferencial entre el interés exigido por los acreedores, r^B , y el rendimiento exigido por los accionistas, θ , es clave para la presencia de deuda en el estado estacionario. Siempre que dicho diferencial sea positivo, la deuda en estado estacionario será nula, mientras que si dicho diferencial es nulo, existiría una cantidad de deuda positiva en el estado estacionario. Incluso cabe la posibilidad, irreal, de que la deuda se "dispare" a infinito, siempre que el coste de la deuda, r^B , sea inferior al rendimiento exigido por los accionistas, θ .

Tabla 14.-Valores de las variables en estado estacionario.

Variable en estado estacionario	Expresión
Capital	$\Pi'_{Kss} = p_K(\theta + \delta)$
Empleo	$\Pi'_{Hss} = w(1 + \theta)$
Deuda	$B^{ss} = 0$
Activos líquidos	$L^{ss} = wH^{ss}$
Producción	$Y^{ss} = A[K_{ss}^\alpha + H_{ss}^\phi]$
Dividendo	$D^{ss} = Y^{ss} - wH^{ss} - \delta p_K K^{ss}$
Recursos disponibles	$Y^{ss} + p_K(1 - \delta)K^{ss}$
Multiplicador asociado a los activos líquidos	$\lambda_{ss}^H = \beta^{-1} - 1 = \theta$
Multiplicador asociado a la deuda	$\lambda_{ss}^B = r^B - \theta$
Multiplicador asociado al dividendo	$\lambda_t^D = \lambda_{t-1}^D = \lambda_{ss}^D = 0$

5.3.- EVOLUCIÓN TEMPORAL DE LA INVERSIÓN, ENDEUDAMIENTO Y EMPLEO ÓPTIMOS

La figura 43 no sólo proporciona las decisiones óptimas de la empresa cuando ésta dispone de un nivel de recursos dados, sino que también define la posible evolución temporal de las variables definidas, dado que en cada momento temporal los recursos disponibles (en su versión determinista o en términos de valor esperado) evolucionan conforme a la ecuación:

$$RD_t = \Pi_t(K_t, H_t) - wH_t - (1 + r^B)B_t + p_K(1 - \delta)K_t + L_t.$$

Si la empresa parte en el momento inicial con una cantidad de recursos disponibles nula, es decir, en el momento inicial $K=0$, $L=0$, $H=0$, $B=0$, las decisiones óptimas de la empresa relativas al capital, empleo y liquidez vendrán dadas por las ecuaciones 5.6, 5.7 y la restricción sobre liquidez $L_t = wH_t$ (que se hallará activa en todo momento, dado que la rentabilidad de la liquidez es nula), correspondientes a la situación de endeudamiento. Al ser los recursos iniciales nulos, la decisión óptima de endeudamiento en el momento inicial supone emitir deuda por una cuantía igual a $p_K K_{sded} + L_{sded} + \bar{d}$, siendo K_{sded} el nivel de capital óptimo con deuda (ecuación 5.7), $L_{sded} = wH_{sded}$, el nivel de liquidez con deuda (siendo H_{sded} el nivel de empleo dado por 5.6) y \bar{d} el valor del dividendo mínimo.

Dadas estas decisiones, los recursos disponibles en el período siguiente generados por las decisiones tomadas en t , que se denominarán RD , vendrán dados por la expresión:

$$RD_t = \Pi[K_{sded}, H_{sded}] - (1 + r^B)(p_K K_{sded} + wH_{sded} + \bar{d}) + p_K(1 - \delta)K_{sded} \quad (5.11)$$

Los recursos disponibles serán positivos siempre que el valor de la producción generada por los factores productivos, más el valor de liquidación del capital, exceda el valor de la deuda más los intereses generados por dicha deuda, es decir, siempre que se satisfaga la relación:

$$\Pi[K_{sded}, H_{sded}] + p_K(1 - \delta)K_{sded} > (1 + r^B)(p_K K_{sded} + wH_{sded} + \bar{d})$$

O alternativamente

$$\Pi[K_{sded}, H_{sded}] > (1 + r^B)wH_{sded} + (1 + r^B)\bar{d} + p_K K_{sded}(\delta + r^B) \quad (5.12)$$

La desigualdad 5.12 pone de manifiesto la importancia de las características de la función de producción (y la cuantía de los recursos iniciales) en la determinación de la evolución temporal de los recursos disponibles y de las variables que lo condicionan. La capacidad de generar una cantidad de recursos iniciales positiva es crítica, dado que condiciona el que la empresa pueda llegar al estado estacionario definido por las ecuaciones de la tabla 14, partiendo de unos recursos iniciales nulos. En caso contrario, el problema analizado puede carecer de solución factible o en caso de existir, ésta dependerá de las condiciones iniciales.

La relevancia de las características de la función de producción se hace evidente al analizar funciones de producción homogéneas, sin que sean necesarios efectuar desarrollos matemáticos excesivamente complejos. En este tipo de funciones de producción, resulta fundamental el grado de homogeneidad de dichas funciones para la capacidad de generar una cantidad de recursos positiva.

Si la función de producción es homogénea de grado η , según el teorema de Euler para funciones homogéneas²⁶² se puede reexpresar 5.12 como:

$$K_{sded} \Pi_K + H_{sded} \Pi_H > \eta [(1+r^B)wH_{sded} + (1+r^B)\bar{d} + p_K K_{sded} (\delta + r^B)]$$

Dado que en el óptimo (con deuda) se satisfacen las ecuaciones 5.7 y 5.6 se obtiene:

$$K_{sded} p_K (\delta + r^B) + H_{sded} w(1+r^B) > \eta [(1+r^B)wH_{sded} + (1+r^B)\bar{d} + p_K K_{sded} (\delta + r^B)]$$

O reordenando:

$$0 > (\eta - 1) [(1+r^B)wH_{sded} + p_K K_{sded} (\delta + r^B)] + \eta (1+r^B)\bar{d} \quad (5.13)$$

La expresión 5.13 define las condiciones en las que una función de producción homogénea puede generar una cantidad de recursos positiva en el primer período, partiendo de la situación $K = L = H = B = 0$. Si la función de producción es homogénea de grado 1, la ecuación 5.13 se particulariza como:

²⁶² Según el teorema de Euler para funciones homogéneas, si $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es una función homogénea de grado α y es diferenciable, entonces se cumple la relación:

$$\sum_{i=1}^n x_i \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} = \alpha f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$0 > (1 + r^B) \bar{d}$$

Condición que evidentemente es imposible, lo que supone que, conforme a 5.11, la cantidad generada de recursos es negativa, lo que determinaría que para satisfacer la condición de dividendo mínimo la empresa debería endeudarse en mayor cuantía cada período, con lo cual, la mejor decisión que puede tomar la empresa es "cerrar", es decir, seleccionar los valores $K = H = L = 0$ para todos los períodos.

Otra situación distinta surgiría cuando en la situación de partida existen una cantidad no nula de los factores productivos y/o de los activos líquidos. No obstante, para determinar la cuantía mínima de recursos necesarios para generar una solución estable sería preciso disponer de la solución analítica, la cual desconozco actualmente. A pesar de ello, según parece desprenderse de la ecuación 5.13, la cuantía de recursos disponibles inicialmente debe ser necesariamente superior a la cuantía del dividendo mínimo, siempre que su cuantía no permita alcanzar directamente la solución estacionaria. Con unos recursos iniciales superiores al dividendo mínimo, la empresa obtendría en el primer período de decisión unos recursos iguales a:

$$RD_t = -(1 + r^B)(\bar{d} - RD_0) \quad (5.14)^{263}$$

Que en el caso particular dado por, $RD_0 = \frac{1 + r^B}{r^B} \bar{d}$, supondría un nivel de recursos igual al de partida, lo que generaría una solución estacionaria en la que todas las variables se situarían en el nivel correspondiente a la existencia de deuda siempre que, conforme a los parámetros del

²⁶³ Para llegar a dicha expresión se parte de la ecuación 5.11, practicando las sustituciones que se derivan de la homogeneidad de grado 1 de la función de producción y asumiendo unos recursos iniciales igual a RD_0 .

$$RD_t = K_{sdel} p_K (\delta + r^B) + H_{sdel} w(1 + r^B) - (1 + r^B)(p_K K_{sdel} + wH_{sdel} + \bar{d} - RD_0) + p_K (1 - \delta) K_{sdel}$$

Esta ecuación es compatible con la siguiente expresión para los recursos disponibles con una función de producción homogénea de grado η

$$RD_t = \frac{1}{\eta} [K_{sdel} p_K (\delta + r^B) + H_{sdel} w(1 + r^B)] - (1 + r^B)(wH_{sdel} + \bar{d} - RD_0) - p_K (\delta + r^B) K_{sdel}$$

O alternativamente

$$RD_t = \frac{1 - \eta}{\eta} K_{sdel} p_K (\delta + r^B) + \frac{1 - \eta}{\eta} H_{sdel} w(1 + r^B) - (1 + r^B)(\bar{d} - RD_0)$$

Lo que de forma sintética, haciendo uso nuevamente del teorema de Euler para funciones homogéneas, se resume en:

$$RD_t = (1 - \eta)\Pi(K_{sdel}, H_{sdel}) - (1 + r^B)(\bar{d} - RD_0)$$

modelo, no fuese suficiente para alcanzar la solución estacionaria con ausencia de deuda. Si el nivel de recursos fuese inferior a dicha cota, los recursos de cada período serían sucesivamente inferiores, lo que finalmente derivaría en un endeudamiento progresivo. Por el contrario si los recursos iniciales excediesen dicha cota, finalmente permitirían alcanzar la solución estacionaria al crecer progresivamente en cada período.

Si la función de producción fuese homogénea de grado inferior a 1, aún partiendo de una situación inicial con recursos nulos, la empresa podría alcanzar finalmente la solución estacionaria siempre que conforme a la expresión 5.13 se generen una cantidad de recursos positiva. Éstos permitirían ir reduciendo sucesivamente el endeudamiento al generarse una cantidad de recursos sucesivamente mayor. Para una función de producción homogénea de grado η y partiendo de unos recursos iniciales iguales a RD_0 , siempre que $RD_0 < p_K K_{sded} + L_{sded} + \bar{d}$, los recursos generados en t serían iguales a:

$$RD_t = (1 - \eta)\Pi(K_{sded}, H_{sded}) - (1 + r^B)\bar{d} + (1 + r^B)RD_0$$

O alternativamente:

$$RD_t = (1 - \eta)\Pi(K_{sded}, H_{sded}) - (1 + r^B)\bar{d} + (1 + r^B)RD_{t-1} \quad (5.15)$$

Con $RD_{t-1} < p_K K_{sded} + L_{sded} + \bar{d}$.

La estructura recursiva de 5.15 determina que sólo existirá solución al problema planteado cuando:

$$(1 - \eta)\Pi(K_{sded}, H_{sded}) + (1 + r^B)RD_{t-1} \geq (1 + r^B)\bar{d} \quad (5.16)$$

dado que en caso contrario la deuda tendería a infinito.

La ecuación 5.16 puede reexpresarse cómo:

$$\frac{1 - \eta}{1 + r^B} \Pi(K_{sded}, H_{sded}) + RD_{t-1} \geq \bar{d}$$

lo que supone que en el momento inicial los recursos disponibles han de satisfacer:

$$RD_{t-1} \geq \bar{d} - \frac{1-\eta}{1+r^B} \Pi(K_{sded}, H_{sded}) \quad (5.17)$$

La ecuación 5.15 sólo es válida cuando los recursos generados no son tan elevados como para que no sea necesario emitir deuda, es decir siempre que $RD_{t-1} < p_K K_{sded} + L_{sded} + \bar{d}$. En caso contrario la ecuación que determina la evolución de los recursos disponibles vendrá dada directamente por:

$$RD_t = \Pi_t(K_t, H_t, z_t) + p_K(1-\delta)K_t$$

expresión que desemboca en el estado estacionario, recogido en la tabla 14.

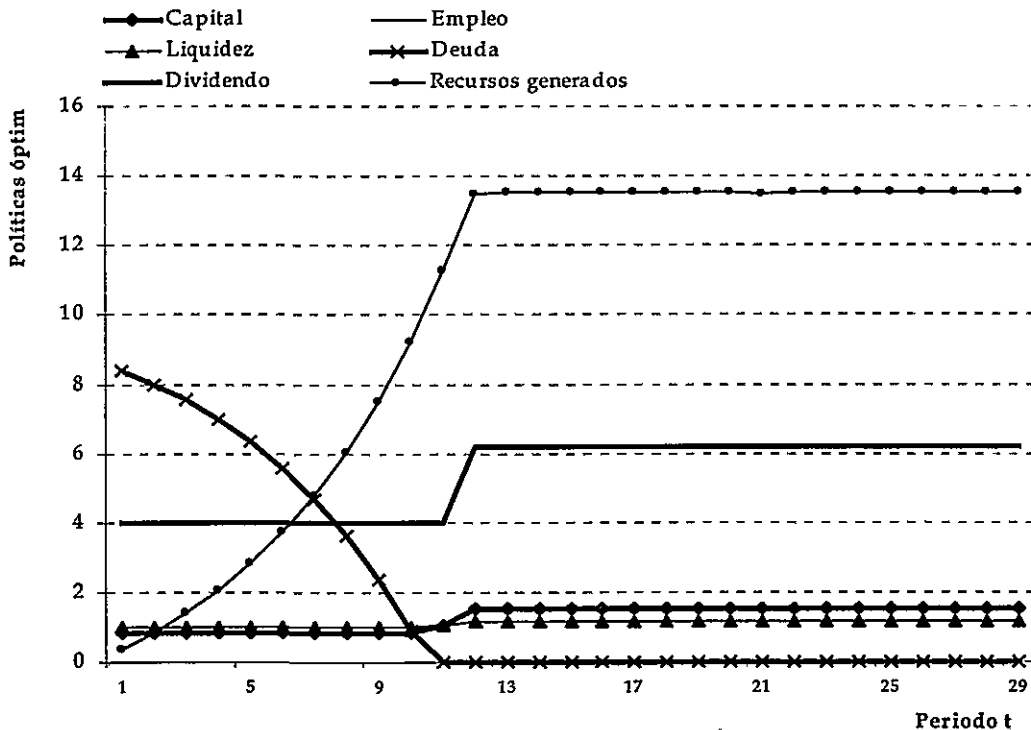
La función de producción utilizada en la solución presentada anteriormente, de expresión: $\Pi_t(K_t, H_t) = A(K^\alpha + L^\phi)$, con $\alpha = \phi < 1$, se trata de una función homogénea de grado $\alpha = \phi < 1$ ²⁶⁴, y dados los parámetros establecidos en la solución presentada en la figura 45, la empresa presentará una capacidad de generar recursos suficiente para alcanzar el estado estacionario.

La figura 44 muestra las decisiones óptimas de la empresa, junto a los recursos generados en cada período por la empresa, asumiendo los mismos parámetros utilizados en la obtención de los resultados presentados en la figura 43, salvo los recursos iniciales, que en este caso se asumen iguales a 0. Como se puede observar, la pauta seguida por los recursos disponibles permite en un primer estado, ir reduciendo el endeudamiento (al ser el coste de la deuda superior al rendimiento exigido por los accionistas, reducir deuda aumenta el valor de la función objetivo) y posteriormente elevar el nivel de utilización de factores hasta sus niveles estacionarios.

²⁶⁴ Si $\alpha \neq \phi$, la función de producción no es estrictamente homogénea, pero se hallaría acotada por las funciones homogéneas correspondientes de grado α y ϕ , por lo que los resultados analizados anteriormente son válidos como cotas superior e inferior.

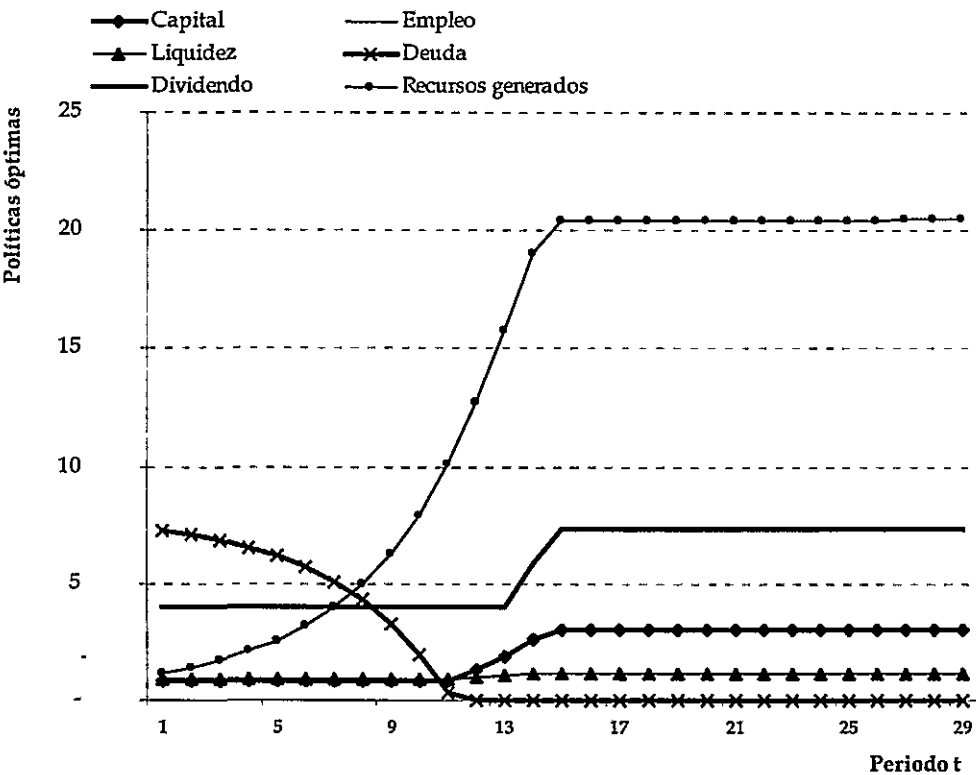
Figura 44 .-Evolución temporal de las variables de decisión y recursos disponibles.

Versión determinista



La existencia de dos posibles "estados" de utilización de los factores, tal y como se examinó en el apartado anterior, determina, a su vez, un estado de transición en el que aumentan las cantidades utilizadas de los factores conforme lo permita la cantidad de recursos generados en cada período. La mayor o menor rapidez, o alternatively, la duración temporal del período transitorio de ajuste, dependerá naturalmente de la cuantía de recursos generados y de la realización de la perturbación aleatoria, z_t , de modo que podrían producirse períodos de ajuste considerablemente largos si la capacidad de generar recursos es limitada y/o se producen realizaciones desfavorables de la perturbación. Como se puede observar en la figura 45, una ligera modificación en los parámetros puede suponer un apreciable incremento del período transitorio, sin contar con la perturbación aleatoria, de modo que al incluir ésta, podría alargarse considerablemente el período de transición al estado estacionario.

Figura 45 .-Evolución temporal de las variables de decisión y recursos disponibles.
Versión determinista.²⁶⁵

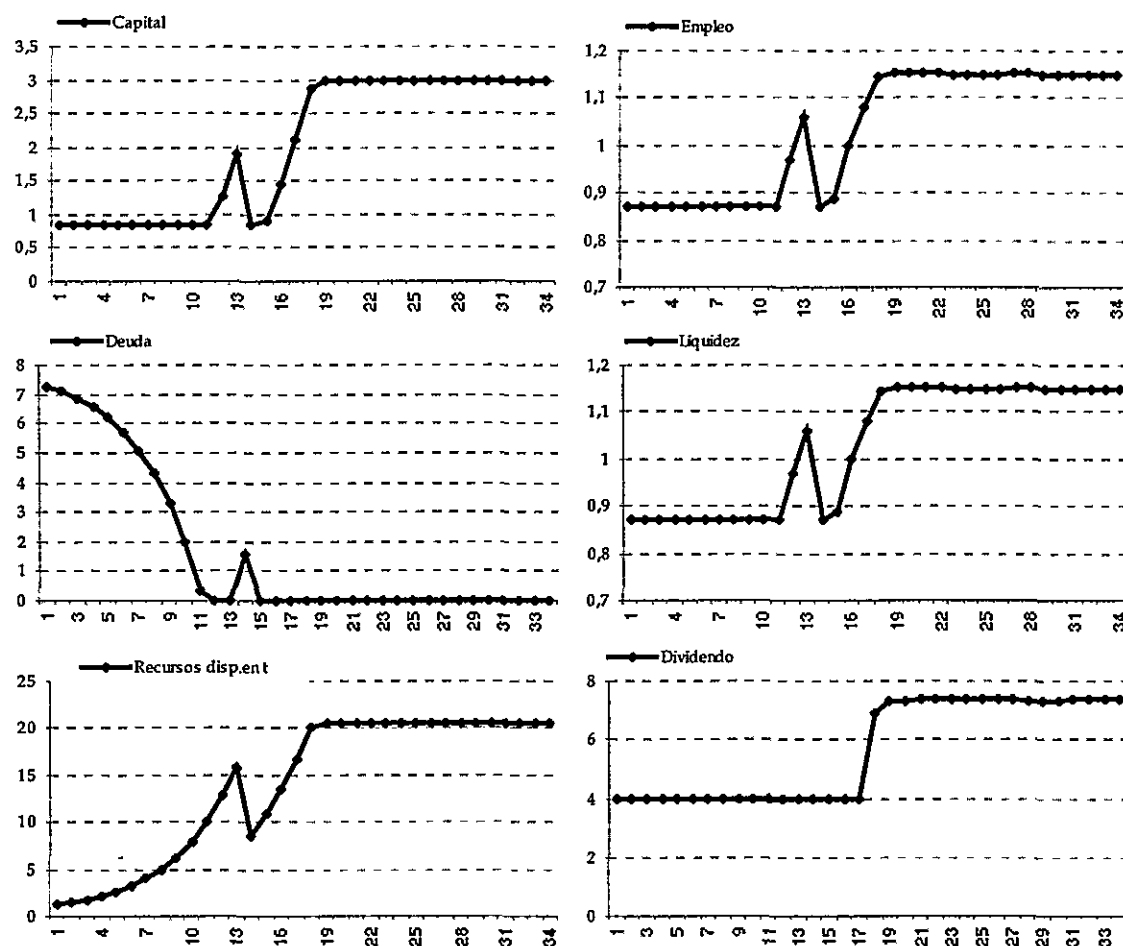


²⁶⁵ Los valores de los parámetros han sido:

A	α	ϕ	pk	δ	r^B	β	w	\bar{d}
4	0.39	0.29	4	0.15	0.28	0.9524	1	4

El punto de partida en la solución ha sido asumir que los recursos disponibles en t venían dados por los resultantes de asumir $K=0$, $B=0$, $H=0$ y $L=1$.

Figura 46.-Efecto de un "shock" sobre los recursos disponibles en $t=14$. Versión determinista.



La figura 46 muestra los efectos de un "shock" extremadamente desfavorable sobre los recursos disponibles de la empresa producido durante el período de transición al estado estacionario²⁶⁶. Los efectos de dicho "shock" se extienden a todas las variables analizadas, incrementando, en relación a la figura 45, la duración del periodo de transición al estado estacionario. Alternativamente, la figura 47 muestra el caso en el que, partiendo del estado estacionario, se produzca un "shock" desfavorable de igual cuantía pero en el momento inicial²⁶⁷, poniendo de manifiesto la diferente respuesta provocada por el "shock".

²⁶⁶ Para la simulación se han utilizado los mismos parámetros que en la figura 47 asumiendo que el "shock" se produce en el período 14, reduciendo los recursos disponibles en 9 unidades.

²⁶⁷ El método de resolución supone definir previamente el "shock", lo que equivale a otorgar al decisor un conocimiento perfecto de lo que ocurrirá en el futuro. Si el shock tuviese lugar en un período intermedio

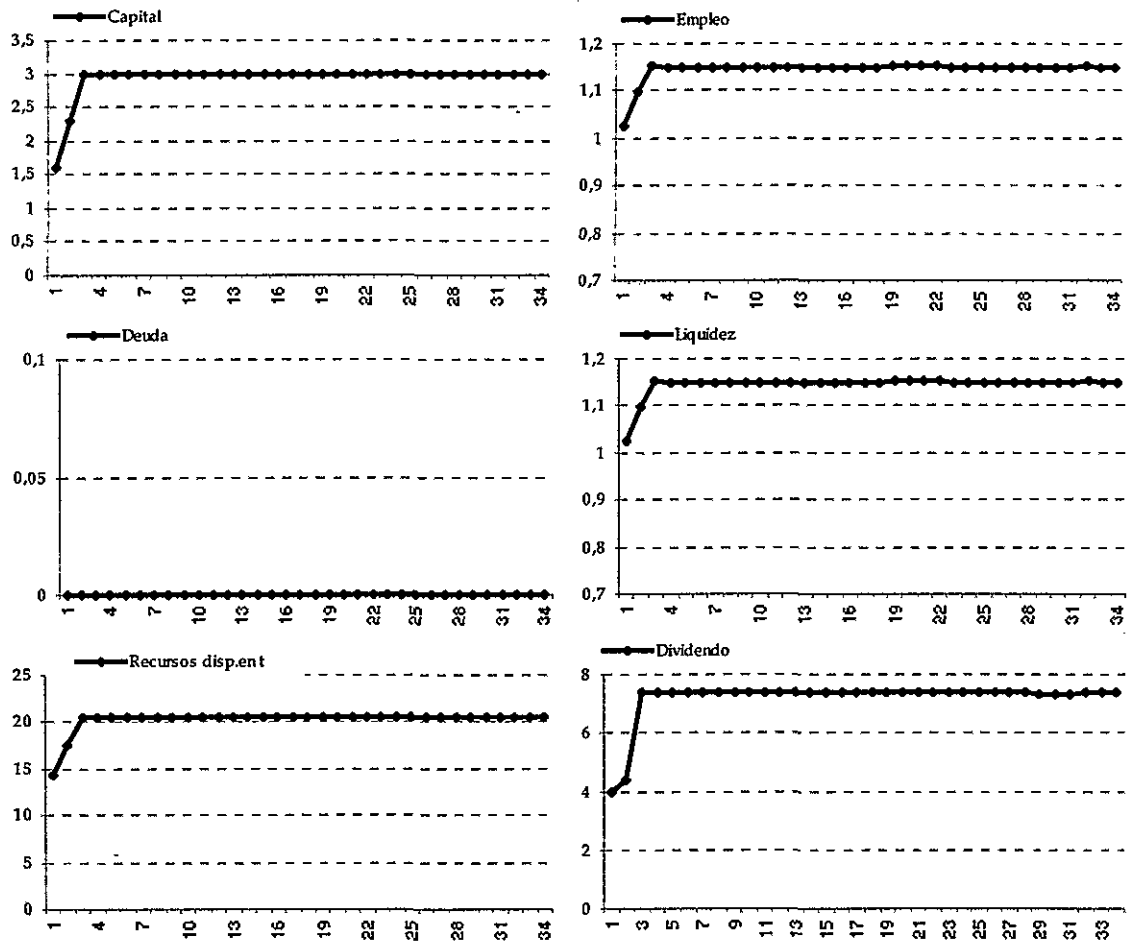
La principal diferencia entre las simulaciones presentadas en las figuras 46 y 47, reside en la evolución de la deuda y del dividendo distribuido. Mientras que en ambos casos, tanto el capital como el empleo (y la inversión en activos líquidos) se reducen en cuantías similares, cuando el "shock" tiene lugar en la fase de transición, la empresa se ve obligada a emitir deuda a fin de poder satisfacer el dividendo mínimo, ya que al no poder distribuir un dividendo superior al mínimo, no existe un "colchón" que amortigüe el "shock".

La función de "colchón" del dividendo se aprecia en la segunda simulación al reducirse éste hasta el valor mínimo, como consecuencia de la reducción de los recursos disponibles. De hecho si el "shock" es de menor cuantía (entre el valor del dividendo estacionario y el del dividendo mínimo) el único efecto apreciable sería la reducción de beneficios-dividendos, sin que se produjese ningún efecto apreciable en el resto de variables. Por ello, cabe esperar que la volatilidad del beneficio sea superior a la del resto de magnitudes, dado que actúa "absorbiendo" las perturbaciones aleatorias que afectan a la capacidad de la empresa de generar recursos.

Naturalmente, si el "shock" es suficientemente intenso, al sobrepasar la capacidad de "contención" del beneficio, puede, no sólo obligar a la empresa a reducir las cantidades empleadas de capital y de trabajo, sino incluso condicionar la emisión de deuda o, si se sobrepasa el umbral definido por la ecuación 5.17, provocar el "cierre" de la empresa ($K = H = L = 0$).

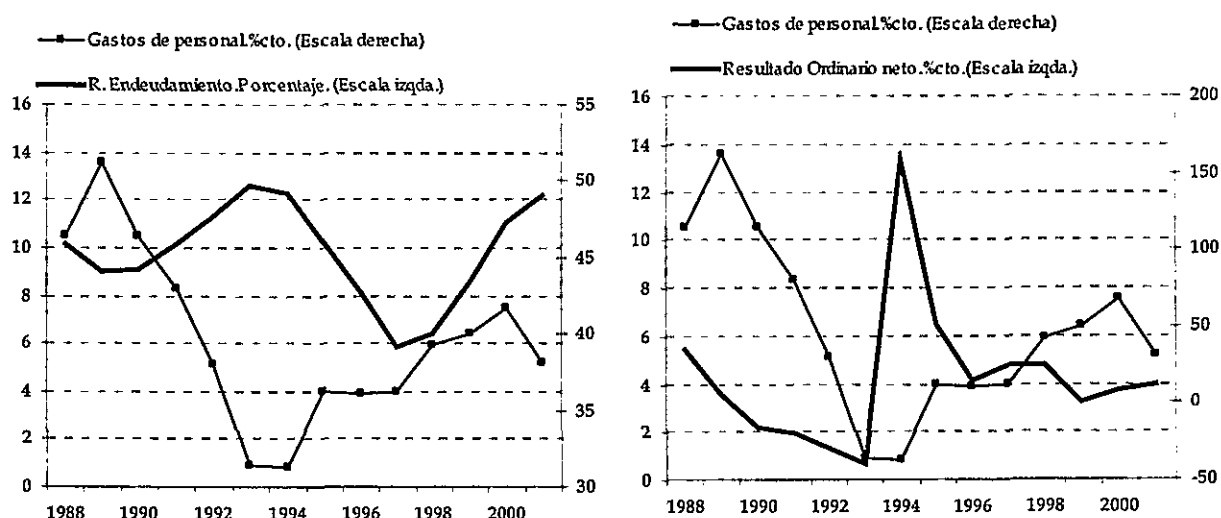
(p.ej. el período 14) generaría comportamientos "optimizadores" consistentes con el conocimiento perfecto, pero que no tendrían lugar si no se conociese el valor del "shock" a priori. En concreto, supondría que la empresa acumula capital por encima del nivel estacionario en el período anterior al "shock", a fin de que al ocurrir éste, exista un "colchón" que amortigüe la reducción de recursos disponibles provocada por el "shock". A fin de evitar estas distorsiones se ha optado por partir de la situación estacionaria y provocar el "shock" en el primer período. En el caso mostrado en la figura 48 el "conocimiento perfecto" no modificaba la respuesta óptima, de ahí que el "shock" se feche en el período 14 a pesar de lo argumentado.

Figura 47.-Efecto de un "shock" sobre los recursos disponibles en $t=1$. Versión determinista.



Según se desprende del razonamiento expuesto, la "respuesta" de las variables analizadas depende, tanto de la situación de partida de la empresa (si está o no endeudada, si distribuye un dividendo superior al mínimo,...), como del carácter positivo o negativo del "shock" y de su cuantía. Si la empresa se halla en el estado estacionario, un "shock" negativo afectará a alguna o a todas las variables estudiadas, mientras que un "shock" positivo generará exclusivamente un incremento en el dividendo distribuido, por lo tanto la repuesta de la empresa es claramente asimétrica. Asimismo, la cuantía del "shock" adverso es crucial, dado que altera la respuesta cuantitativa y cualitativamente, pudiendo modificarse tan sólo el dividendo, obligar a reducir el capital y el empleo, condicionar la emisión de deuda o, en el peor de los casos, provocar el cierre de la empresa.

Figura 48.- Gastos de personal, endeudamiento y beneficio.



Fuente: Banco de España. Central de Balances del Banco de España.

Los paralelismos del comportamiento descrito con el que se deduce de los datos de las empresas españolas, son considerables. En la figura 48 se presenta la evolución de los gastos de personal²⁶⁸, ratio de endeudamiento y resultado ordinario neto de las empresas españolas no financieras que colaboran con la Central de Balances del Banco de España. Según estos datos, entre 1992 y 1994, coincidiendo con la profunda recesión registrada por la economía española entre dichas fechas, las empresas incrementaron notablemente su endeudamiento, pasando del 45,8% en 1991 al 49,7% en 1993, ello a pesar de los elevados tipos de interés que se registran en tales fechas (la rentabilidad media del bono a 3 años se situó en el 13,2% en 1992, 7,72% en 1993 y 10,74% en 1994). El mayor endeudamiento coincide con una progresiva reducción del resultado ordinario neto y del empleo, rompiéndose finalmente dicha tendencia en 1994.

La posterior recuperación del resultado producida entre 1994 y 1996 se refleja esencialmente en la reducción del endeudamiento de las empresas. La progresiva reducción de los tipos de interés, que continúa hasta la fecha de hoy, probablemente haya favorecido el progresivo endeudamiento registrado a partir de 1998, coincidente con una fase de elevada

²⁶⁸ Los gastos de personal equivalen al término wH , el cual evolucionará de forma similar a los activos líquidos siempre que la restricción recogida en el modelo se halle activa.

actividad económica y de notable esfuerzo inversor por parte de las empresas. Este peculiar comportamiento de la deuda ("mayor deuda cuando las cosas van mal" y "mayor deuda cuando las cosas van muy bien") es coherente con el modelo presentado, dado que un incremento de la productividad marginal del capital (y del trabajo) favorecería una mayor inversión, la cual, en ausencia de recursos internos suficientes, obligaría a las empresas a endeudarse y a limitar su política de distribución de dividendos²⁶⁹.

5.4.- EL EFECTO DE LAS RESTRICCIONES SOBRE LOS ACTIVOS LÍQUIDOS EN LAS DECISIONES ÓPTIMAS DE LAS EMPRESAS

Una de las principales características del modelo analizado es la existencia de una restricción sobre el volumen de activos líquidos sin rentabilidad (o de rentabilidad reducida) que la empresa ha de mantener como mínimo. Como se expuso anteriormente, el papel de esta restricción es el de capturar otros usos de los recursos financieros distintos de la inversión productiva, usos que presentan una importancia cuantitativa importante en el balance de las empresas y cuya existencia se debe a múltiples factores (mantenimiento de medios de pago, descompensación del calendario de cobros y pagos, etc...).

Resulta natural pensar que la "necesidad" de mantener un conjunto de recursos sin rentabilidad ha de presentar implicaciones importantes sobre otras decisiones que "compitan" por los recursos financieros de la empresa, especialmente cuando la empresa se vea obligada a financiarse con recursos ajenos, más costosos que los generados internamente por la empresa. Este efecto se suma al producido de forma inmediata sobre las operaciones sujetas a la restricción, es decir, dado que la restricción afecta directamente a la demanda de empleo de la empresa, ésta variable experimentará directamente los efectos de dicha restricción. Este resultado aparecía recogido en las ecuaciones que relacionaban el rendimiento marginal del factor trabajo no sólo con su coste (salario) sino también con el tipo de interés de la deuda o con el rendimiento exigido por los accionistas, de modo que la presencia de dicha restricción reducía los niveles óptimos de empleo en relación a la situación a la que se llegaría en ausencia de la misma (figura 42).

²⁶⁹ A modo de ejemplo puede traerse a colación el comportamiento de Telefónica durante la "burbuja" del UMTS. Las expectativas de beneficio alentaron el pago de un desproporcionado canon (según conocemos hoy, aunque en su día nadie objetó nada) de explotación al gobierno alemán. La empresa se vio obligada a endeudarse (no más que sus competidores) y simultáneamente decidió suspender el pago de dividendos.

A fin de analizar los efectos de la restricción relativa a los activos líquidos sobre las decisiones de inversión, empleo y, endeudamiento de la empresa, así como sobre sus beneficios, se ha considerado junto al modelo presentado en este apartado, una versión similar que no incorpora dicha restricción. Es decir, si el modelo analizado, con restricción de liquidez, responde a:

$$\text{Max } E_t \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t D_t \right]$$

sujeto a :

$$D_t = \Pi_t(K_t, H_t, z_t) - wH_t - (1+r^B)B_t + p_K(1-\delta)K_t + L_t + B_{t+1} - p_K K_{t+1} - L_{t+1}$$

$$D_t \geq \bar{d}$$

$$L_t \geq wH_t$$

$$B_t \geq 0, H_t \geq 0, K_t \geq 0$$

Se ha considerado como comparación, un problema idéntico pero sin dicha restricción, similar al siguiente:

$$\text{Max } E_t \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t D_t \right]$$

sujeto a :

$$D_t = \Pi_t(K_t, H_t, z_t) - wH_t - (1+r^B)B_t + p_K(1-\delta)K_t + L_t + B_{t+1} - p_K K_{t+1} - L_{t+1}$$

$$D_t \geq \bar{d}$$

$$B_t \geq 0, H_t \geq 0, K_t \geq 0$$

Esta simple modificación supone que en todas las expresiones analizadas en el apartado 5.1 en las que intervenga el multiplicador λ^H , desaparecerá éste, lo cual modifica las decisiones relativas al empleo (ecuación 5.2 y las que se derivan de ésta) y liquidez (ecuación 5.4), las cuales se reducirían a, $E_t \Pi'_{H_t} = w$, para el caso del empleo y, $(1 + \lambda_t^D)\beta - (1 + \lambda_{t-1}^D) = 0$, para la liquidez.

Como se puede comprobar, al no incluir la restricción relativa a la liquidez, el empleo óptimo respondería a la "regla" clásica, igualándose el rendimiento marginal del trabajo con su coste (salario), lo cual supondría un nivel de empleo mayor que en el modelo con restricciones.

En el caso de la liquidez y en base a los supuestos establecidos sobre β , y el comportamiento de λ_t^D y λ_{t-1}^D , supondría que la decisión óptima relativa a la liquidez es $L=0$, obviamente inferior al caso del modelo con restricciones, lo cual supondría que la empresa no se ve obligada a comprometer sus recursos en activos sin rendimiento, lo que previsiblemente generará una "aceleración" en la consecución del estado estacionario, dado que los recursos se destinan únicamente a activos rentables.

En la figura 49 se muestran las decisiones óptimas de capital, empleo, liquidez y deuda correspondientes al problema original y al problema sin restricciones sobre los activos líquidos, respectivamente. Como se ha argumentado previamente, los efectos de la restricción sobre la liquidez en las decisiones de la empresa se extienden en dos líneas fundamentales.

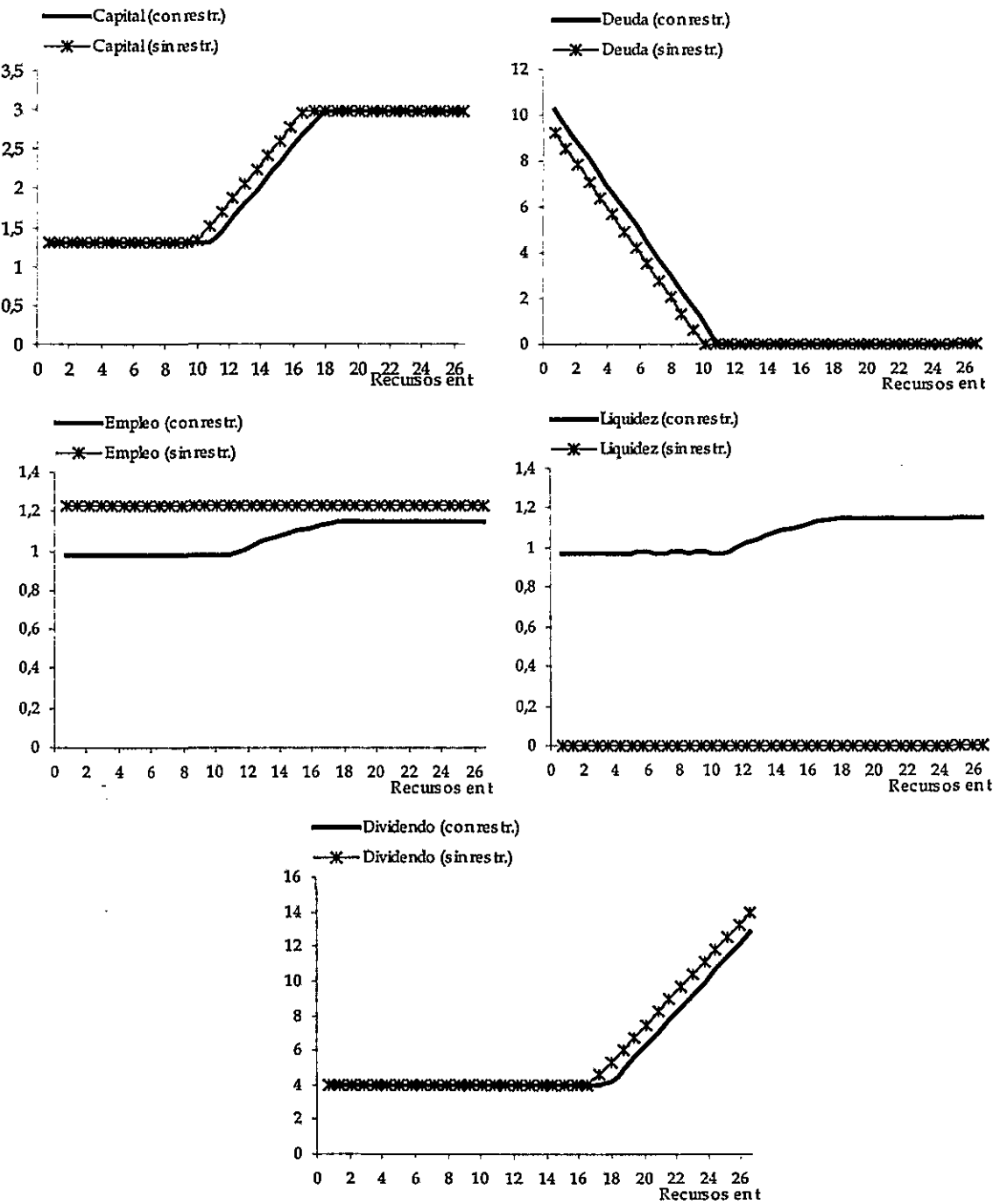
En primer lugar, uno de los efectos más evidente hace referencia a las operaciones afectadas por la restricción, en este caso al comportamiento de la demanda de trabajo y a la liquidez óptima. Tal y como se aprecia en la figura 49, el empleo en el modelo con restricción es independiente de las condiciones financieras de la empresa²⁷⁰, de modo que la cantidad óptima de factor trabajo es constante para cada uno de los niveles de recursos, x_t , considerados.

Este comportamiento no se producía en el modelo con restricción, de modo que existían distintos niveles de empleo óptimos en función de los recursos disponibles. Esto suponía que, por ejemplo, si la empresa dispone de unos recursos iguales a 6,48 el empleo óptimo es 0,98, mientras que si los recursos se elevan a 23.04, el empleo óptimo ascendería a 1,15²⁷¹. En cuanto a la liquidez, la inexistencia de rentabilidad asociada a la misma determina que el nivel óptimo de activos líquidos en ausencia de restricción sea nulo, tal y como puede comprobarse en la figura 49.

²⁷⁰ En la función de producción utilizada, la productividad marginal del factor trabajo depende únicamente de la cantidad utilizada de dicho factor e independiente de las cantidades utilizadas del resto de factores. En otros tipos de funciones de producción (Cobb-Douglas, CES,...), en las que exista sustitución de factores o bien la productividad de cada uno depende de las cantidades empleadas del resto, las decisiones óptimas sobre el empleo se verían afectadas por las correspondientes al capital, por lo tanto el empleo óptimo podría variar en cuanto se modifique el stock óptimo de capital.

²⁷¹ Como es de esperar, las diferencias responden a la necesidad de emitir o no deuda, situaciones para las que corresponde un nivel óptimo de empleo distinto.

Figura 49.- Decisiones óptimas con y sin restricciones sobre los activos líquidos.²⁷²



²⁷² Se ha empleado la misma función de rendimiento definida previamente, utilizando los siguientes valores para los parámetros del modelo:

A	α	ϕ	pk	δ	r^B	β	w	\bar{d}
4	0.39	0.29	4	0.15	0.18	0.9524	1	4

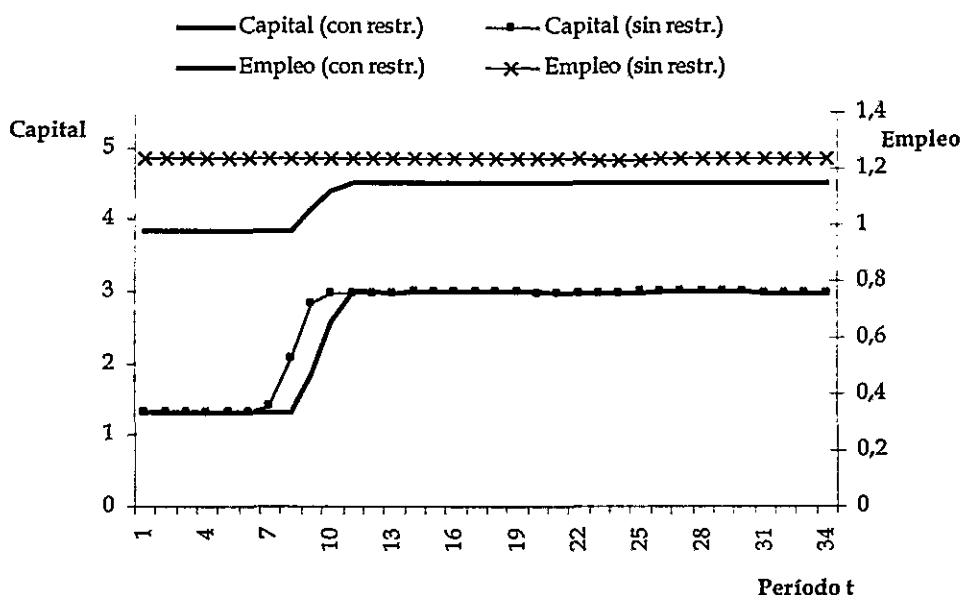
El segundo tipo de efectos generado por la restricción se refiere a los efectos que sobre el resto de decisiones supone la necesidad de mantener un conjunto de recursos en activos sin rentabilidad, desviando los recursos disponibles de otras decisiones más rentables. Este aspecto se revela, de una parte, en el menor endeudamiento en el que tiene que incurrir la empresa, en ausencia de restricción. Dado que los usos son menores, son necesarios menos recursos y, por tanto, menores son los costes financieros que tiene que afrontar la empresa y que minoran los recursos generados internamente.

El segundo aspecto en el que se manifiesta la mayor disponibilidad relativa de recursos se refiere a los menores niveles de recursos necesarios para alcanzar la solución estacionaria. Según se aprecia en la figura 49, la ausencia de restricción supone que para unos recursos de 17,28 el capital óptimo se sitúa en 2,99 (distribuyéndose un dividendo de 7,35), mientras que, en presencia de la misma, el capital se situaría en 2,85 (con un dividendo de 6,78). Esta diferencia responde a los recursos que la empresa se ve obligada a comprometer en activos líquidos en el caso de estar sometida a la restricción analizada, los cuales necesariamente se obtienen de otros posibles usos (inversión en capital y/o dividendo distribuido).

Este efecto se evidenciaría especialmente al analizar la evolución temporal de las decisiones óptimas de la empresa frente a "shocks" similares en los recursos disponibles. La necesidad de mantener un volumen determinado de recursos en forma de activos líquidos supone que el período necesario para alcanzar el estado "estacionario" sea superior al caso en el que tal necesidad no exista. Por lo tanto, esta restricción puede prolongar el efecto de determinado "shock", el cual se sumaría a otras posibles rigideces ²⁷³ que generarían mayor persistencia de la respuesta a dichos "shocks".

La figura 50 recoge la evolución temporal registrada por el capital y empleo óptimos tras producirse un "shock" sobre los recursos internos, de intensidad suficiente como para reducir a cero dichos recursos. En esta figura se compara la respuesta generada en el modelo con restricción sobre activos líquidos y en el modelo alternativo sin la misma, asumiendo que no se producen "shocks" posteriores y manteniendo los valores asignados a los parámetros utilizados en la figura 49.

²⁷³ Por ejemplo, la existencia de restricciones sobre el endeudamiento máximo (algo que será analizado en el siguiente apartado), la existencia de costes de ajuste del equipamiento instalado o en el empleo utilizado, irreversibilidad total o parcial de la inversión, etc. Los efectos de estas rigideces sobre la decisión de inversión fueron analizadas detalladamente en el capítulo dedicado a los diferentes modelos teóricos, por lo tanto me remito a los resultados allí presentados.

Figura 50.- Efecto de un "shock" sobre los recursos disponibles en $t=1$. Versión determinista.

Como pone de manifiesto la figura 50, uno de los efectos de la restricción es alargar el período de ajuste en prácticamente 2 periodos²⁷⁴, período bastante significativo, dado que en 10 periodos desaparece el efecto del "shock" al alcanzarse el estado "estacionario". Este alargamiento está vinculado con la necesidad de la empresa de emitir deuda para "sortear" el shock adverso, deuda que será de mayor cuantía en el caso de la existencia de restricciones que obliguen a la empresa a mantener activos líquidos. Al emitir deuda, los recursos generados han de destinarse no sólo a la inversión o a la remuneración del factor trabajo, sino que también han de cubrir el pago de intereses. La necesidad de mayor deuda y el "sumidero" de recursos que suponen los intereses adicionalmente satisfechos, refuerza el papel de las condiciones crediticias en las decisiones de la empresa, en especial frente a situaciones en la que no existiesen restricciones sobre la tenencia de activos líquidos. El apartado siguiente trata especialmente este aspecto, atendiendo a la respuesta óptima de la empresa bajo diferentes condiciones crediticias cuando ésta se halla sometida a restricciones que dan lugar a la existencia de recursos líquidos de reducida rentabilidad.

²⁷⁴ Dados los parámetros utilizados, que como se puede comprobar, no son excesivamente estrictos. Con una selección adecuada de los mismos se puede generar una prolongación del período de ajuste aún mayor.

5.5.- MODIFICACIÓN DE LAS RESPUESTAS ÓPTIMAS FRENTE A ALTERACIONES EN LAS VARIABLES CREDITICIAS

Establecido el comportamiento óptimo de la empresa bajo las condiciones definidas, resulta interesante analizar las modificaciones que experimenta dicho comportamiento cuando se alteran las condiciones crediticias del modelo, definidas, en este caso tan simple, por el tipo de interés de la deuda, r^B , y el volumen de fondos prestables por el sistema financiero, B , a la empresa.

En el apartado anterior se ha analizado la respuesta temporal óptima de la versión determinista del problema de optimización que sintetiza el comportamiento de la empresa. Como se ha puesto de manifiesto, dicha respuesta puede resumirse en la existencia de dos "estados" diferenciados, más un "estado" adicional de transición entre ambos. Estos "estados" han sido ya analizados en el apartado 5.2, reproduciéndose en la tabla 14 las ecuaciones que determinan la cuantía óptima de los factores productivos en cada uno de ellos.

Tabla 14.- Valores de las variables en los diferentes estados.

Variable	Estado I: "Existencia de Deuda"	Estado II: "Transición"	Estado III: "Equilibrio estacionario"
Capital	$\Pi'_{Kt} = p_K [r^B + \delta]$	$\Pi'_{Kt} = p_K \left[\frac{(1 + \lambda_{t-1}^D)}{(1 + \lambda_t^D)} \beta^{-1} - 1 + \delta \right]$	$\Pi'_{Kss} = p_K (\theta + \delta)$
Empleo	$\Pi'_{Ht} = w(1 + r^B)$	$\Pi'_{Ht} = w \left(\beta^{-1} \frac{1 + \lambda_{t-1}^D}{1 + \lambda_t^D} \right)$	$\Pi'_{Hss} = w(1 + \theta)$
Dividendo	\bar{d}	\bar{d}	$D > \bar{d}$

Como se desprende de la tabla 14, las condiciones crediticias sólo afectarán a las decisiones de la empresa en el estado I, es decir, aquel en el que la empresa se halla endeudada.

Esta conclusión, aunque parezca una "perogrullada" es sumamente importante, dado que el modelo definido permite que la empresa pase de un estado a otro. Esto supone que en ciertas ocasiones las condiciones crediticias afectarán tanto al empleo como al capital óptimos, mientras que en otras, no presentarán ningún efecto. En cualquier caso, dichas alteraciones tendrán un carácter transitorio, siempre que no se reduzca tanto la capacidad de generación de recursos de la empresa como para ocasionar el "cierre" de la misma (ténganse en cuenta las ecuaciones 5.13 y 5.17 analizadas previamente).

La figura 51 recoge la evolución temporal de las decisiones óptimas²⁷⁵, relativas a la dotación de factores productivos, en un escenario básico o de referencia comparado con el caso en el que se produzca una elevación permanente del tipo de interés de la deuda. Tras el aumento en los tipos de interés, la decisión óptima de la empresa es reducir el capital y empleo utilizados, desde K_{sded1} , (dado por, $\Pi'_{Ksded1} = p_K[r_0^B + \delta]$), hasta K_{sded2} , (dado por $\Pi'_{Ksded2} = p_K[r_1^B + \delta]$), en el caso del capital, y desde H_{sded1} , (dado por $\Pi'_{Hsded1} = w(1 + r_0^B)$), hasta H_{sded2} , (dado por $\Pi'_{Hsded2} = w(1 + r_1^B)$) en el caso del empleo²⁷⁶.

Dicha reducción en la cantidad utilizada de factores es transitoria aunque duradera, dado que se requieren 11 períodos para recuperar los niveles de la situación de referencia, comportamiento que, como se ha señalado, depende básicamente de las características de la función de producción y la capacidad de generación de recursos asociada a la misma. Asimismo, no puede descartarse que el incremento de los tipos de interés sea tan intenso que determine la inviabilidad de la empresa, algo que sucedería cuando la carga de la deuda supere la capacidad de generar recursos.

²⁷⁵ Los valores de los parámetros utilizados en el escenario de referencia han sido:

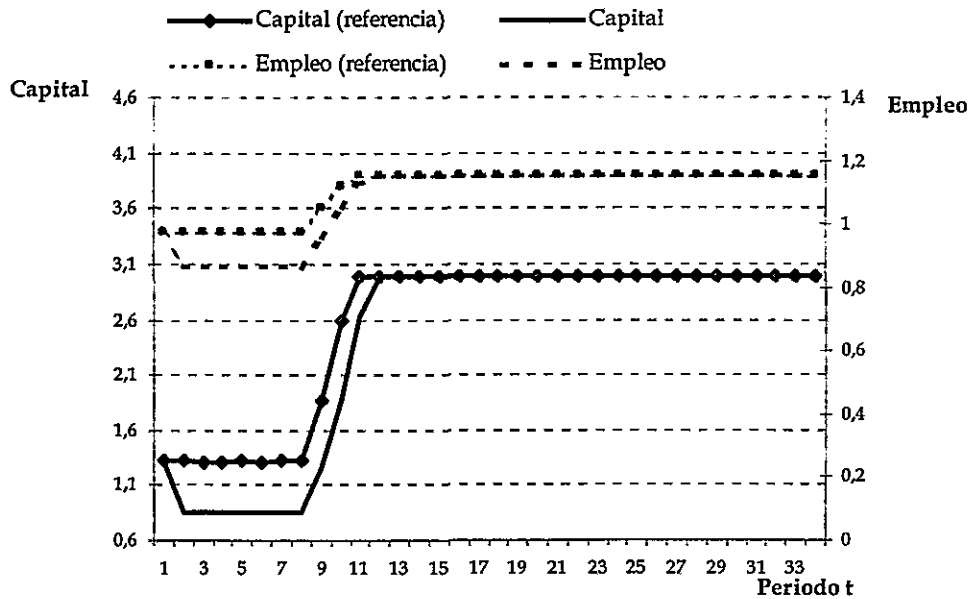
A	α	ϕ	pk	δ	r^B	β	w	\bar{d}
4	0.39	0.29	4	0.15	0.18	0.9524	1	4

Considerando como valores iniciales $K=0$, $B=0$, $H=0$ y $L=0$.

La elevación permanente de los tipos de interés de la deuda ha supuesto considerar $r^B = 0.28$ desde el período 5 en adelante, manteniendo el valor del resto de parámetros, pero con los valores iniciales que presenta el escenario de referencia en $t=3$, dado por $K=1.3147$, $L=0.9762$, $H=0.9762$ y $B=8.4576$.

²⁷⁶ Al cumplirse que $r_0^B < r_1^B$, la existencia de rendimientos marginales decrecientes garantiza que $K_{sded2} < K_{sded1}$ y $H_{sded2} < H_{sded1}$.

Figura 51. Respuesta a la elevación permanente del tipo de interés de la deuda.

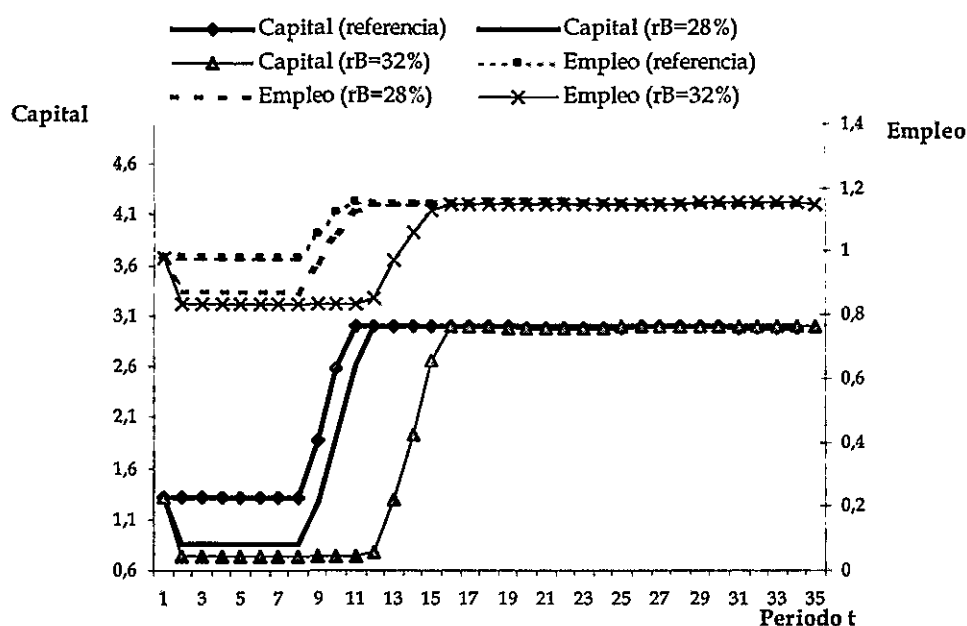


Conforme a la expresión 5.17, en funciones de producción homogéneas de grado η tenía que satisfacerse (en situaciones de endeudamiento) la relación dada por:

$$RD_{t-1} \geq \bar{d} - \frac{1-\eta}{1+r^B} \Pi(K_{sded}, H_{sded})$$

Tras el incremento de los tipos de interés tanto $\Pi(K, H)$, como el factor $(1-\eta)/(1+r^B)$, se reducen, por lo tanto, los recursos mínimos necesarios para garantizar la supervivencia de la empresa se incrementan. Del mismo modo, el incremento de los tipos de interés eleva el coste de la deuda heredada del período anterior, lo que reduce los recursos disponibles. Ambos elementos determinan que un incremento sustancial del tipo de interés podría perfectamente generar el "cierre" de la empresa, y no siendo tan intenso, alargar notablemente el estado de "transición" hasta la situación estacionaria, la cual, como se ha mencionado tantas veces, no se ve modificada por el incremento del tipo de interés. El alargamiento del período transitorio se aprecia claramente en la figura 52, en la que se recoge el efecto de distintas elevaciones de los tipos de interés (28% y 32%) en relación a una situación de referencia computada para un tipo del 18%.

Figura 52. Respuestas alternativas frente a la elevación permanente del tipo de interés de la deuda.



Al margen de las alteraciones en los tipos de interés, en ocasiones, las empresas se enfrentan a restricciones en el volumen máximo de crédito al que pueden acceder. En tales situaciones, la empresa encuentra racionado el crédito, dado que, al tipo de interés de mercado, ésta no puede acceder a toda la financiación que precisa²⁷⁷.

Para simplificar el análisis, se ha supuesto que el volumen máximo de endeudamiento de la empresa asciende a una cantidad fija (equivalente a 6 unidades en la solución presentada). Bajo esta restricción, las condiciones de primer orden del problema de optimización son idénticas a las analizadas en el apartado 5.1, salvo en la ecuación correspondiente a la deuda, que en este caso será, siendo λ^{Bmax} el multiplicador de Kuhn-Tucker relativo al endeudamiento máximo,:

$$-(1 + \lambda_t^D) \beta(1 + r^B) + 1 + \lambda_{t-1}^D + \beta \lambda_t^B - \beta \lambda_t^{Bmax} = 0$$

²⁷⁷ Podría pensarse, por ejemplo, en situaciones en las que las instituciones financieras limitan el riesgo asumido restringiendo el volumen de crédito concedido, o bien cuando el volumen de crédito se supedita a la aportación de garantías. Este último caso es el más frecuente en la literatura, limitándose usualmente el volumen de deuda a las garantías reales aportadas por la empresa, $p_k(1-\delta)Kt$, o a la capacidad de devolución de la deuda y pago de intereses, $(1+r^B)^{-1}[\Pi(K,H)-wH + p_k(1-\delta)Kt]$.

La solución dependerá, obviamente, de si la restricción de deuda máxima está activa ($\lambda^B = 0$, $\lambda^{B\max} > 0$ y $B = B\max$), o si por el contrario existe deuda pero es inferior al máximo ($\lambda^B = 0$, $\lambda^{B\max} = 0$ y $0 < B < B\max$). El segundo de los casos correspondería con el analizado en el apartado 5.1, mientras que en el primero de los casos se cumpliría:

$$\beta(1 + r^B) + \frac{\beta\lambda_t^{B\max}}{1 + \lambda_t^D} = \frac{1 + \lambda_{t-1}^D}{1 + \lambda_t^D}.$$

Lo que reemplazado en 5.7, y 5.11, lleva a las expresiones:

$$E_t \Pi'_{Kt} = p_K \left[r^B + \delta + \frac{\lambda_t^{B\max}}{1 + \lambda_t^D} \right]$$

y, en el caso del empleo,

$$E_t \Pi'_{Ht} = w \left(1 + r^B + \frac{\lambda_t^{B\max}}{1 + \lambda_t^D} \right)$$

Dado que $\lambda^{B\max} > 0$ y $\lambda^D > 0$, necesariamente el nivel de capital y empleo serán inferiores a los que se deducen de 5.12 y 5.13. Asimismo, se comprueba que las cantidades de factores óptimas variarán conforme lo permita la cantidad de recursos disponibles al comienzo de cada período t , lo que altera el valor de los multiplicadores y por tanto el lado derecho de las identidades analizadas.

De las ecuaciones mostradas se deduce, de manera adicional, la relación que han de mantener las cantidades de factores entre sí, básicamente condicionada por las productividades marginales y precios relativos, resultado que se produce asimismo en el análisis microeconómico usual de la producción.

Los gráficos 53 y 54 recogen las diferencias en las políticas óptimas²⁷⁸ cuando la empresa se halla sometida a racionamiento de crédito y cuando no existen trabas en el volumen de endeudamiento.

²⁷⁸ Los valores de los parámetros utilizados han sido:

A	α	ϕ	pk	δ	r^B	β	w	\bar{d}
4	0.39	0.29	4	0.15	0.18	0.9524	1	4

Figura 53.- Políticas óptimas en ausencia de racionamiento

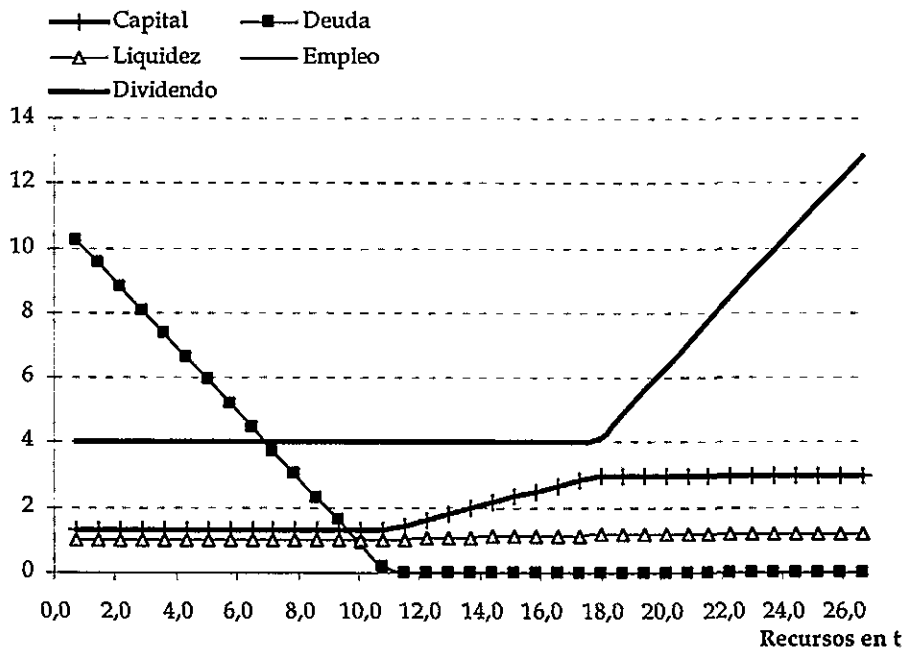
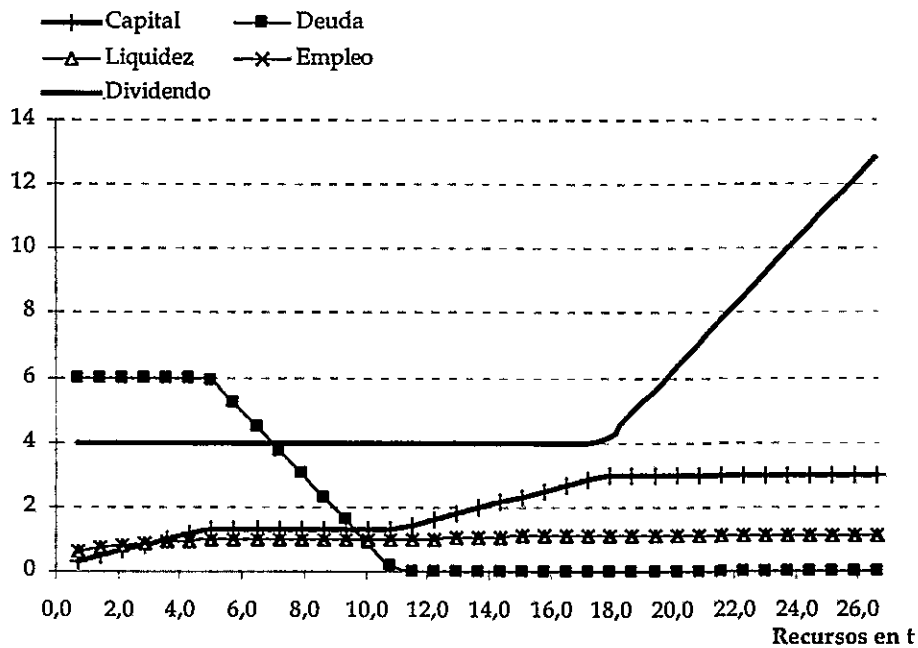


Figura 54.- Políticas óptimas con racionamiento de crédito



Como se puede comprobar en las figuras anteriores, el efecto de restricciones sobre la deuda afecta a las decisiones óptimas de capital y empleo cuando efectivamente se agota el volumen máximo de deuda, reduciéndose la cuantía de factores en relación a las cantidades óptimas en ausencia de tales restricciones.

Al agotarse el crédito máximo disponible sin que la empresa pueda alcanzar las cantidades óptimas de factores (en situación de endeudamiento), necesariamente los recursos generados en cada período son inferiores a los que se producirían en ausencia de racionamiento, lo que deriva en un "alargamiento" del período de tiempo necesario para alcanzar el estado estacionario, tal y como puede apreciarse en la figura 55. Asimismo, podría definirse un nuevo "estado" de la empresa el cual correspondería con aquella situación en la que la empresa está sometida a racionamiento del crédito. En dicho "estado" la productividad marginal de los factores superaría a aquel que se derivaría de la mera existencia de deuda, pudiéndose observar, asimismo, que en tal "estado" las cantidades utilizadas de los factores aumentan conforme lo permite la generación de recursos, sin que el volumen de endeudamiento se modifique (dado que se ha alcanzado su límite máximo). En tales condiciones, un "shock" adverso en los recursos o "cash-flow" de la empresa generaría una reducción de las cantidades utilizadas de factores. Alternativamente, la ampliación del límite máximo de endeudamiento (como consecuencia por ejemplo de una inyección de liquidez al sistema financiero por parte de las autoridades monetarias), supondría un incremento en las cantidades empleadas de factores productivos.

Figura 55.- Evolución temporal de las cantidades óptimas de factores con y sin racionamiento de crédito.

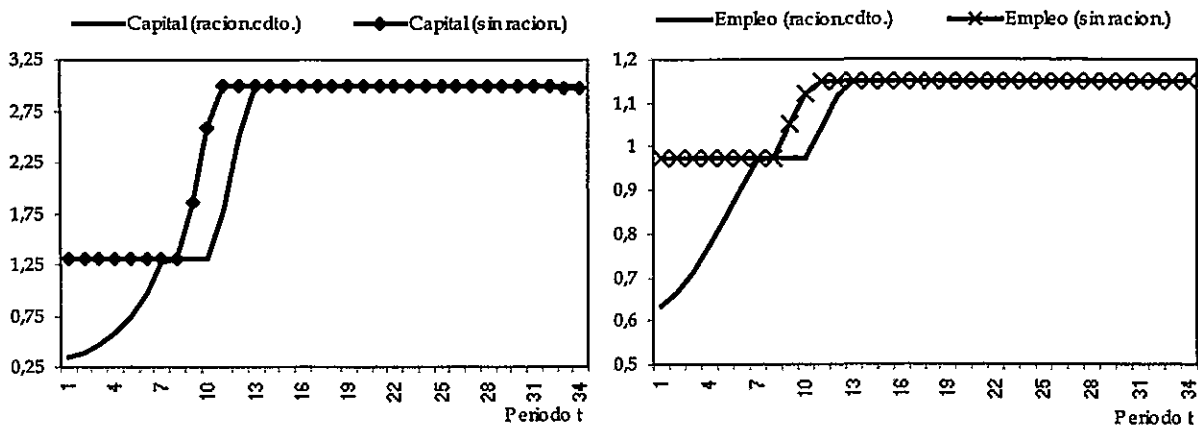
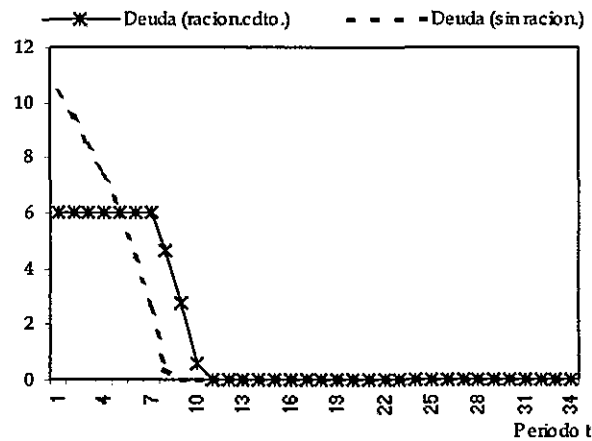


Figura 55.- (cont.)



5.6.- SIMULACIÓN DEL MODELO

El modelo presentado describe el comportamiento de una empresa frente a las restricciones definidas en un entorno económico dado. Dicho comportamiento induce sobre las variables analizadas (capital, empleo, producción, inversión, deuda y dividendo) una evolución temporal concreta, tal y como se ha puesto de manifiesto anteriormente. No obstante, en dicha evolución no se ha contemplado de manera explícita la respuesta de la empresa frente a una continuada sucesión de "shocks" sobre los recursos internos. Este es, en definitiva, el objetivo de este apartado, mostrar las características de las variables analizadas al simular²⁷⁹ el comportamiento óptimo de la empresa frente a distintos "shocks". Dichos "shocks", como se ha señalado, afectan a los recursos internos de que dispone la empresa para financiar su inversión en bienes de equipo, más la inversión precisa en activos líquidos, y asegurando, asimismo, la distribución de un dividendo mínimo.

En la simulación del modelo se ha considerado una función de producción similar a la utilizada anteriormente, tomando como parámetros de la simulación los especificados en la

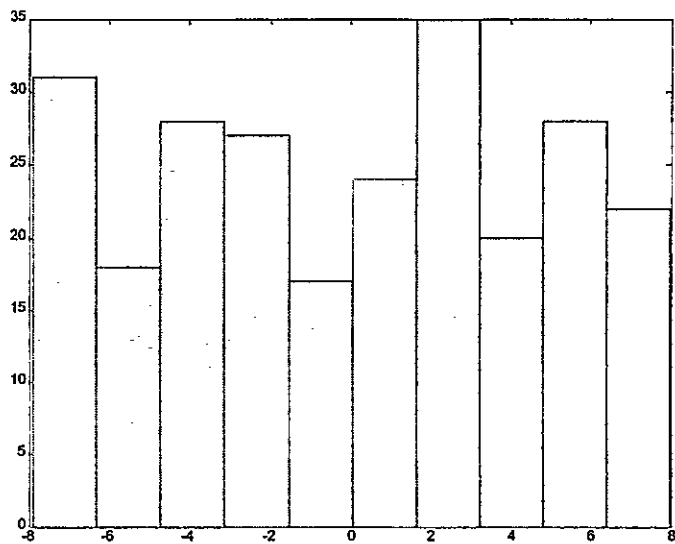
²⁷⁹ La metodología seguida en la simulación se describe en el anexo A.6.

tabla 15, y definiendo el “shock” como realizaciones independientes de una variable aleatoria que se distribuye uniformemente en el intervalo $[-8, 8]$ ²⁸⁰. En total se han considerado 250 realizaciones del “shock” correspondientes a otros tantos períodos temporales, presentando la realización un histograma como el mostrado en la figura 56.

Tabla 15.-Valores de los parámetros utilizados en la simulación

A	α	ϕ	pk	δ	r^B	β	w	\bar{d}
4	0.39	0.29	4	0.15	0.18	0.9524	1	4

Figura 56.- Histograma de las realizaciones del “shock” en la simulación



La evolución temporal de las variables consideradas, obtenidas a partir de la respuesta óptima determinada previamente, bajo la sucesión de distintos y continuos shocks, se presenta en la figura 57.

²⁸⁰ Esto supone que en media, el valor del shock es nulo, siendo su varianza igual a $[(8+8)^2]/12=21,3$.

Figura 57.- Simulación del modelo.

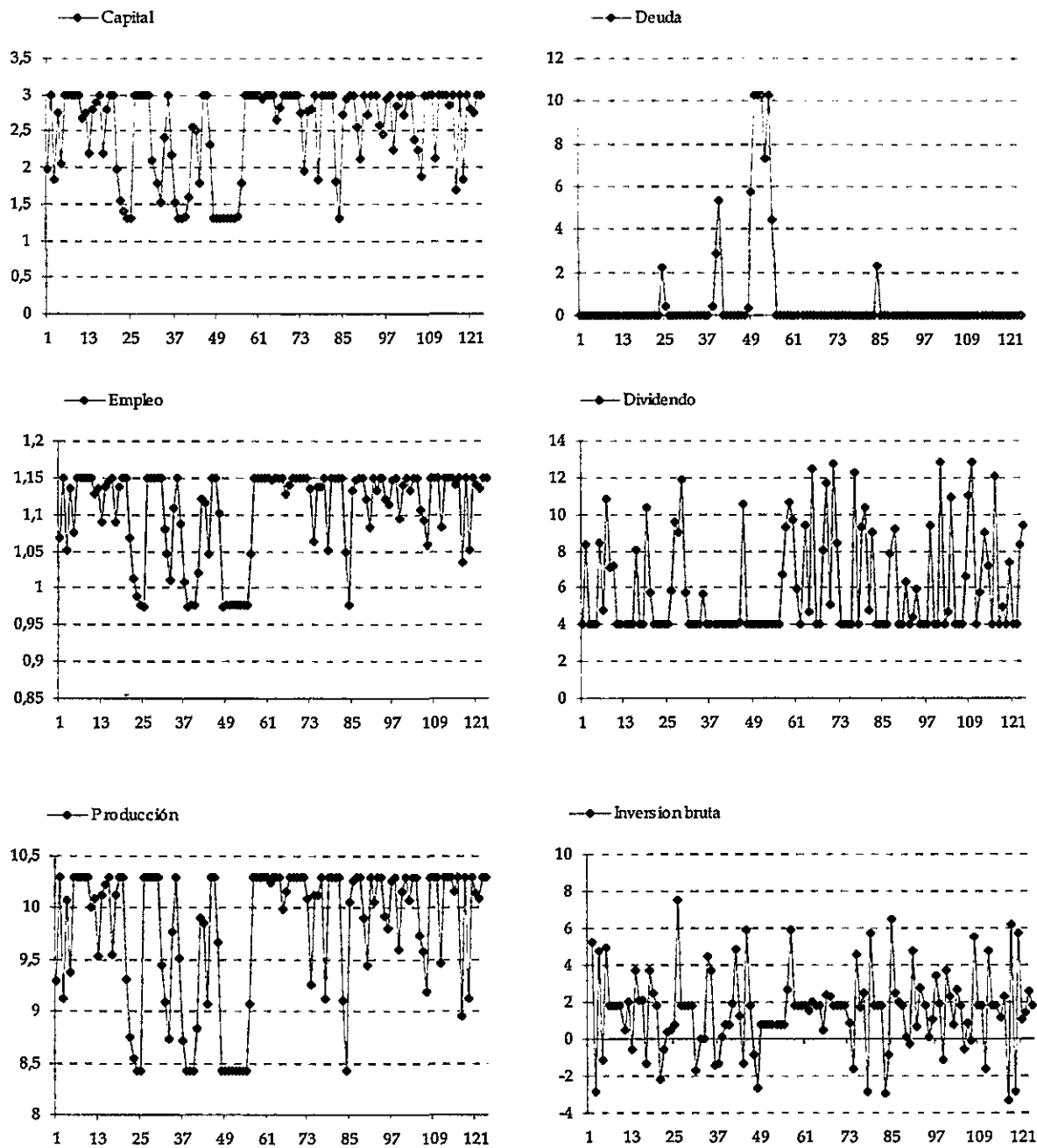


Figura 57.-Simulación del modelo (continuación).

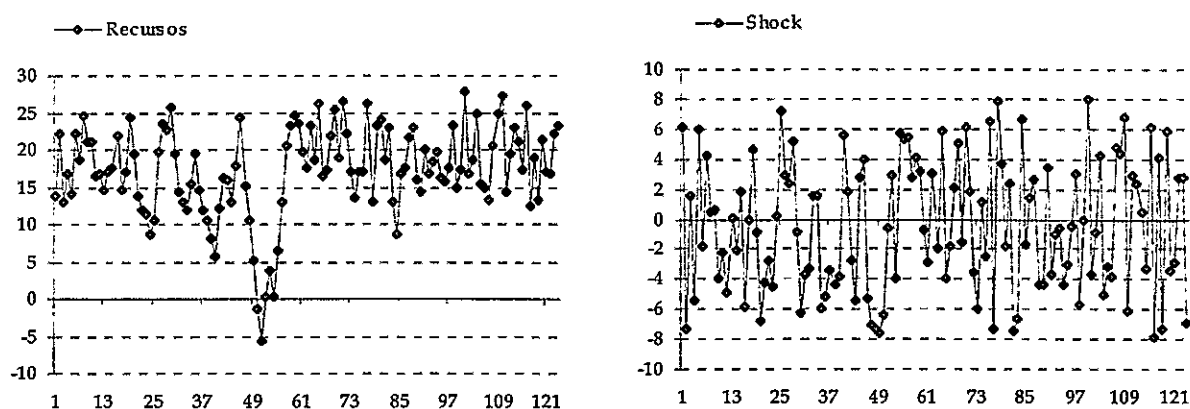


Tabla 16.-Estadísticos básicos de la simulación.

	Capital	Deuda	Liquidez	Empleo	Dividendo	Producción	Recursos	Inversión bruta
Media	2,5	0,6	1,1	1,1	5,9	9,8	17,1	1,5
Desv. Típica	0,6	2,1	0,1	0,1	2,7	0,7	6,1	2,1
Desv.relativa (*)	0,9	3,1	0,1	0,1	4,1	1,0	9,1	3,2
Coef. de var. de Pearso	0,2	3,6	0,1	0,1	0,5	0,1	0,4	1,4
Variación relativa (**)	3,6	52,2	0,8	0,8	6,8	1,0	5,2	20,5
Correlación (***)	1,0	- 0,6	1,0	1,0	0,5	1,0	0,9	0,6
Correlación (****)	0,9	- 0,7	0,9	0,9	0,8	0,9	1,0	0,4

(*) Cociente entre la desviación típica de la variable y la desviación típica de la producción

(**) Cociente entre el coeficiente de variación de Pearson (desv. típica / media) de la variable y el de la producción

(***) Con la producción.

(****) Con los recursos disponibles.

El comportamiento que se desprende de la figura 57 viene a confirmar las conclusiones apuntadas previamente. La respuesta de la empresa frente a las realizaciones del shock se halla condicionada por la intensidad del mismo, de modo que el ajuste inicial se centra principalmente en el dividendo distribuido por la empresa, lo cual se manifiesta asimismo en la elevada variación relativa de esta variable. Si el "colchón" del dividendo se ve superado por la magnitud del shock, los ajustes se realizan sobre las cantidades utilizadas de factores, lo que se refleja en un comportamiento muy similar entre el capital y el empleo (y naturalmente la producción).

Por último, si el shock es muy intenso, la empresa se verá obligada a emitir deuda, lo cual es relativamente poco frecuente, dado que exigiría, tal y como se percibe en la simulación (en torno al período 49), la sucesión de "shocks" desfavorables que lleven los recursos disponibles a niveles muy reducidos. Como consecuencia, la correlación existente entre los niveles de utilización de factores y los recursos disponibles, es notablemente elevada. Asimismo, dada la restricción establecida sobre la inversión en activos líquidos, que vincula la misma con la producción (la utilización del factor trabajo), se pone de manifiesto una elevada correlación entre dichos activos y las fluctuaciones en los recursos disponibles de la empresa, algo que Carpenter et al. (1994) ya apuntaban como posibilidad ("The presence of financing constraints induces a positive correlation between inventory investment and internal-finance flows". página 76).

El comportamiento que se desprende de la simulación para la inversión bruta sugiere la brusca sucesión de "picos" y caídas acordes con el impacto del shock en los recursos de la empresa. Dado que se ha supuesto una perturbación aleatoria que puede tomar con la misma probabilidad valores muy desfavorables y valores "inocuos", la dispersión es notable, de ahí que continuamente se esté modificando el valor del stock de capital. Bajo otro comportamiento de la perturbación aleatoria, más leptocúrtico, las modificaciones del stock de capital serían infrecuentes, generando saltos en la inversión a intervalos amplios²⁸¹. Este comportamiento es congruente con la observación de períodos frecuentes de inversión (neta) nula en las empresas, tal y como destacan entre otros Anti Nilsen y Schiantarelli (2000), si bien el motivo de la "intermitencia" en la inversión no está basado en la existencia de costes de ajuste no convexos del equipamiento, tal y como argumentan estos autores²⁸².

5.7.-RESTRICCIONES FINANCIERAS Y DE INVERSIÓN: RECAPITULACIÓN

En el presente capítulo se ha puesto de manifiesto como el modelo presentado puede exhibir características compatibles con los canales de transmisión de política monetaria usualmente contemplados en la literatura, al margen de los que se derivarían de alteraciones en

²⁸¹ En todo caso es preciso tener presente que el análisis corresponde a una única empresa, de modo que al considerar la agregación de la inversión de distintas empresas los resultados no tienen porque ser similares, máxime cuando se asume independencia de la variable aleatoria, tanto temporalmente como transversalmente, es decir, entre diferentes empresas.

²⁸² En el capítulo 3 se realiza un análisis más detallado de los costes de ajuste de la inversión.

los precios de los factores²⁸³. Se ha podido comprobar como, bajo determinadas condiciones, las decisiones óptimas de utilización de factores pueden verse alteradas por cualquier medida que afecte a la oferta crediticia o a los tipos de interés de la financiación ofrecida a las empresas. Dicho efecto quedaba supeditado a la capacidad de autofinanciación de la empresa, es decir, a su disponibilidad "actual" de recursos y a su capacidad de generarlos en el futuro.

La multiplicidad de condicionantes sobre la respuesta generada por "shocks" crediticios determina que resulte extremadamente complejo delimitar un único tipo de comportamiento de la inversión ante tales "shocks", tal y como sugeriría una ecuación de comportamiento típica²⁸⁴. La existencia de distintos "estados" en los que puede encontrarse una empresa deriva en distintas respuestas cualitativas ante similares "shocks" monetarios. Supongamos por ejemplo que se produce una inyección monetaria y que ésta deriva en un incremento de la oferta crediticia. Si el conjunto de empresas se encuentra en la situación "estacionaria"²⁸⁵, o bien si las oportunidades de inversión existentes puede ser abordadas exclusivamente con recursos internos, no existiría demanda para tales recursos crediticios y por lo tanto no cabría esperar ningún tipo de respuesta en la inversión de las empresas, aún cuando los intermediarios financieros aceptasen reducciones en el tipo de interés²⁸⁶. Sólo en el caso de que la/s empresa/s se vea en la necesidad de emitir deuda para financiar su inversión podría observarse una respuesta de la inversión al "shock" monetario expansivo. En tal caso, bien como consecuencia

²⁸³ En ningún momento se ha hecho referencia a posibles modificaciones de los salarios o del precio del capital, o incluso a modificaciones en el rendimiento marginal de los factores provocadas por incrementos en el precio de la producción. Esta omisión no obedece a la consideración de que tales factores sean irrelevantes, antes al contrario, sino que se debe exclusivamente a la intención de centrar el análisis sobre los efectos de las alteraciones en las variables crediticias que intervienen en el modelo.

²⁸⁴ Me refiero a ecuaciones del tipo $K = f(i)$, donde K es el capital e i el tipo de interés de la deuda.

²⁸⁵ O en una situación sin oportunidades de inversión, donde los proyectos que satisficieran condiciones mínimas de rentabilidad ya han sido abordados.

²⁸⁶ En el modelo analizado se asume que, a pesar de dicha "rebaja", el coste de los recursos externos continúa siendo superior a la rentabilidad mínima exigida por los accionistas. Tal diferencia puede fundamentarse en la posibilidad de que la empresa quiebre, es decir, en la probabilidad de que una realización de la perturbación aleatoria, z_t , sea tal que los recursos disponibles por la empresa no sean suficientes para garantizar la continuidad de la empresa y por tanto, impidan a ésta devolver los préstamos. Esta situación supone, que para una probabilidad de quiebra q , una cantidad total prestada B , y la ausencia de oportunidades alternativas de "inversión" para el prestamista, se prestará B siempre que el valor esperado de la deuda más los intereses sea al menos igual a continuar con B en ausencia de inflación, es decir, se prestará B siempre que: $E[(1+r)B] \geq B$, siendo r el tipo de interés exigido por el prestamista. Asumiendo que con una probabilidad p el ingreso del prestamista será $(1+r)B$ y con una probabilidad q será nulo ($p > 0, q > 0$ y $p+q=1$), el equilibrio se producirá cuando $p(1+r)B=B$, es decir, en dicha situación prestar y no prestar será indiferente cuando el prestamista es neutral al riesgo. En tal caso se cumplirá que el tipo de interés ha de ser como mínimo, $r=(1-p)/p$, que es estrictamente positivo. La condición expuesta puede aplicarse asimismo a los accionistas de la empresa, de modo que r también podría ser el rendimiento mínimo exigido por los accionistas. De ese modo bastaría asumir que los prestamistas asignan una probabilidad mayor de quiebra a la empresa que los propios accionistas (fundamentada en problemas de información asimétrica) para llegar a una situación en la que el tipo de interés de la deuda es superior a la rentabilidad exigida por los accionistas.

de una reducción en el coste de la deuda o como resultado de la eliminación de restricciones al endeudamiento máximo de la empresa, la cantidad utilizada de factores se incrementaría y con ella la producción y el empleo²⁸⁷.

La consideración adicional de "shocks" que afecten a la productividad de los factores²⁸⁸ junto con los "shocks" que afectan a la generación de recursos por parte de la empresa ampliaría la capacidad del modelo a la hora de generar dinámicas de interés. Un "shock" positivo sobre la productividad de los factores generaría un incremento de las cantidades óptima de factores a utilizar, lo que generaría una demanda de inversión, en capital físico y trabajadores, que podría no ser cubierta exclusivamente con recursos internos, en tal caso la inversión efectiva dependerá no sólo del "shock" en la productividad sino también de las condiciones crediticias de la economía. Si la mayor demanda de fondos no es acompañada por un incremento en la liquidez del sistema financiero, necesariamente surgirán incrementos en el tipo de interés de la deuda e incluso restricciones al endeudamiento, si bien en cualquier caso debería observarse un crecimiento de la cantidad utilizada de factores, de la producción y del dinero como consecuencia del proceso de creación de dinero ligado a las operaciones de crédito.

Como se ha analizado en capítulos previos, un "shock" negativo sobre la capacidad de generación de recursos o "cash-flow" podría suponer en función de su intensidad la reducción del dividendo o beneficio y/o de las cantidades utilizadas de factores y/o el aumento del volumen de deuda, estableciéndose una prelación de ajuste²⁸⁹ en función de rendimiento/coste de cada elemento. Por lo tanto, un "shock" adverso podría generar un incremento del endeudamiento y asociado a éste un incremento del tipo de interés, siempre que no aumente suficientemente la oferta de créditos.

Si el "shock" actúa en sentido contrario, nuevamente la respuesta dependerá de la intensidad del mismo y de la situación inicial de la empresa. Si la empresa parte del estado estacionario, dicho "shock" generará exclusivamente un incremento de los dividendos, en otro caso la utilización de factores aumentaría (si no existe deuda) y /o el endeudamiento se reduciría. Si el "shock" no es excesivamente intenso y la empresa parte de una situación inicial

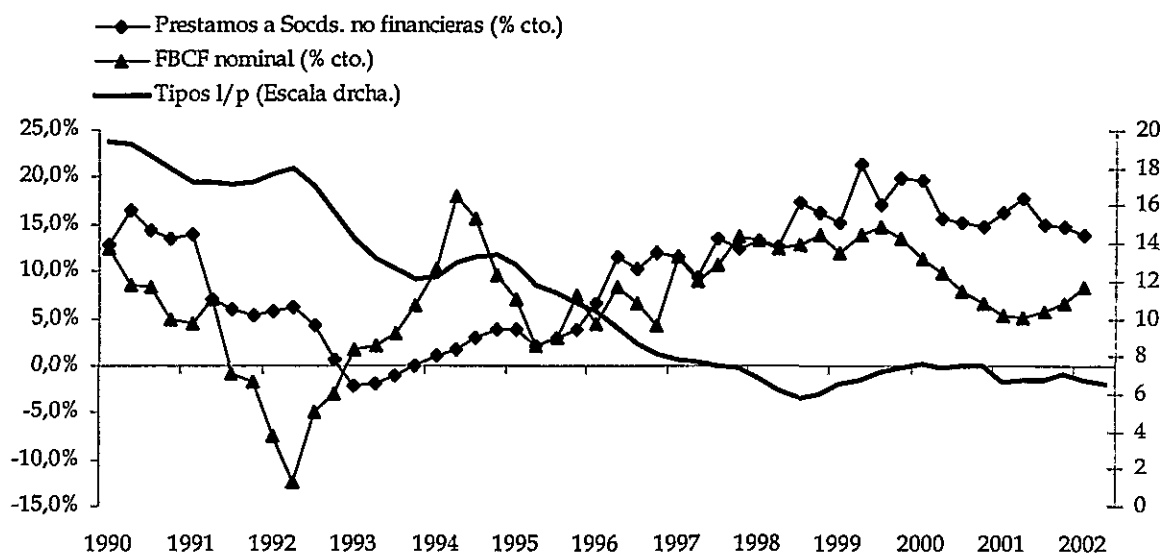
²⁸⁷ Dado que se trata de un modelo de equilibrio parcial se obvia cualquier referencia a otros factores (oferta de trabajo, efecto en los salarios tras la elevación de la demanda de trabajo, respuesta de los precios al incremento en la producción, ...). La consideración de un modelo completo de equilibrio general que incorpore un comportamiento similar al descrito en la empresas será unas de las líneas de investigación futuras del doctorando.

²⁸⁸ En la función de producción definida, $\Pi_t(K_t, H_t, z_t) = A(K^\alpha + L^\phi) + z_t$, un "shock" que afecte a la cuantía de A afectaría a la productividad marginal de ambos factores.

²⁸⁹ Partiendo de la situación estacionaria, si existía un dividendo superior al mínimo se ajustaba éste en primer lugar como consecuencia del "shock" adverso. Si fuese necesario se ajustaba en segundo lugar las cantidades utilizadas de factores, y por último se podría llegar a la emisión de deuda.

con deuda, la única respuesta apreciable sería la reducción del endeudamiento, lo cual presionaría sobre los tipos de interés de la deuda a la baja.

Figura 58.- Tipos de interés, inversión y préstamos.



Fuente: INE (Contabilidad Nacional Trimestral) y Banco de España (Cuentas Financieras de la Economía Española).

Por lo tanto, a partir del modelo presentado no es posible establecer una relación única entre las variables analizadas, del mismo modo a como sucede al analizar éstas con datos reales²⁹⁰. La figura 58 recoge la evolución registrada por la inversión (Formación Bruta de Capital Fijo), tipos de interés a largo plazo (tipo de los préstamos bancarios a 3 y más años) y los préstamos a sociedades no financieras en el período 1990-2002 con datos trimestrales. La evolución que experimentan estas variables dista de ser congruente con un comportamiento único, tal y como se puede apreciar en este gráfico. Así, a partir de 1995 puede apreciarse un crecimiento notable de la inversión y del volumen total de préstamos, junto con una reducción progresiva de los tipos de interés. Sin embargo entre 1994 y 1995 se observa un repunte de los

²⁹⁰ Obviamente estos datos no suponen en ningún caso una validación inmediata del modelo propuesto, ni la intención al incluirlos era esa. Estos datos muestran la imposibilidad de definir algún tipo de comportamiento simple entre inversión, tipos de interés y deuda.

tipos de interés y un incremento en la inversión más intenso que el experimentado por los préstamos. Para complicar más el análisis, durante la importante crisis de 1992-1993 se aprecia una notable caída en la inversión, pero sin embargo los préstamos crecen al igual que los tipos de interés.

El modelo presentado también permite analizar los efectos que la inclusión, tanto de factores financieros como requerimientos de inversión en activos líquidos, suponen sobre las decisiones de inversión y empleo de la empresa. Una de las principales características del modelo analizado es la existencia de una restricción sobre el volumen de activos líquidos sin rentabilidad (o de rentabilidad reducida) que la empresa ha de mantener como mínimo. Como se expuso anteriormente, el papel de esta restricción es el de capturar otros usos de los recursos financieros distintos de la inversión productiva, usos que presentan una importancia cuantitativa importante en el balance de las empresas y cuya existencia se debe a múltiples factores (mantenimiento de medios de pago, descompensación del calendario de cobros y pagos, etc...). Estos activos desempeñan un papel similar al del capital circulante de Fazzari y Petersen (1993), sin embargo se ha optado por enfocar el efecto de dichos activos netos desde una perspectiva en la que éstos actúan absorbiendo "recursos" financieros, sin que se reconozca ninguna aportación directa de los mismos en el resultado de la empresa²⁹¹.

Como se ha puesto de manifiesto en este capítulo, los efectos de la restricción sobre la liquidez en las decisiones de la empresa se extienden en dos líneas fundamentales. En primer lugar, uno de los efectos más evidente hace referencia a las operaciones afectadas por la restricción, en este caso al comportamiento de la demanda de trabajo y a la liquidez óptima²⁹².

²⁹¹ Como se detalló en el capítulo quinto, es posible asumir que los activos líquidos devengan un rendimiento similar al de cualquier otro activo. Esta variación podía desembocar en distintos resultados, en función de la magnitud del rendimiento en relación al rendimiento mínimo exigido por los accionistas. Si ambos fuesen iguales, la solución óptima implica un nivel de activos líquidos superior al que se derivaría del cumplimiento estricto de la restricción de liquidez. Si bien es "tentador" achacar ese resultado a un motivo "precaución" (de modo similar a como hace Ono, 2003), basta analizar los resultados analíticos del capítulo quinto para concluir que sólo es debido a la rentabilidad de los mismos, sin que en ningún caso responda a la conveniencia de mantener un colchón de recursos para absorber "shocks" adversos sobre los recursos internos. Una manera simple de corroborar esta afirmación es reducir ligeramente la rentabilidad de los activos líquidos, o bien, considerar la versión determinista del modelo, la cual presenta el mismo resultado a pesar de que no hay lugar a la "precaución" al no existir shocks.

²⁹² Al incorporar la restricción sobre los recursos líquidos, existen distintos niveles de empleo óptimos en función de los recursos disponibles, mientras que en ausencia de la misma, el nivel de empleo óptimo es único, satisfaciendo la habitual condición que iguala rendimiento marginal con coste.

Un comportamiento similar se observa en el caso de los recursos líquidos, dado que en el modelo con restricción, éstos siguen la misma evolución que el empleo óptimo (la restricción siempre está activa), mientras que en ausencia de restricción, la falta de rendimiento asociado a los mismos supone que el nivel óptimo de activos líquidos es nulo.

El segundo tipo de efectos generado por la restricción se refiere a los efectos que sobre el resto de decisiones supone la necesidad de mantener un conjunto de recursos en activos sin rentabilidad, desviando los recursos disponibles de otras decisiones más rentables e incrementando el endeudamiento por encima del óptimo en ausencia de restricción.

La empresa se ve obligada a comprometer recursos en activos líquidos, en el caso de estar sometida a la restricción analizada, los cuales necesariamente se obtienen de otros posibles usos (inversión en capital y/o dividendo distribuido). Este efecto se evidenciaría especialmente al analizar la evolución temporal de las decisiones óptimas de la empresa frente a "shocks" en los recursos disponibles o en el cash-flow de la empresa. La necesidad de mantener un volumen determinado de recursos en forma de activos líquidos supone que el período de tiempo necesario para alcanzar el estado "estacionario" sea superior al caso en el que tal necesidad no exista. Por lo tanto, esta restricción puede prolongar el efecto de determinados "shocks", potenciando el denominado "acelerador financiero" de transmisión de la política monetaria.

Si durante una fase alcista del ciclo las expectativas favorables impulsan la inversión y el empleo, las necesidades de financiación se verán incrementadas, no sólo por los requerimientos directamente imputables a la inversión en activos "rentables", sino también por la necesidades derivadas de las restricciones sobre la liquidez de las empresas. Cuando los recursos generados internamente por la empresa, quizás incluso favorecidos por la fase cíclica favorable, resultan insuficientes, ésta se verá obligada a captar recursos externos. En tales circunstancias la actuación del sistema financiero es clave, dado que la capacidad de proveer de recursos financieros suficientes, y el coste al que lo hagan, determinarán la evolución de la inversión y el empleo.

En cualquier caso, las mayores necesidades financieras, que derivarán en un mayor endeudamiento, provocadas por la necesidad de mantener un determinado volumen de recursos en forma de activos líquidos sin rentabilidad, generan una mayor exposición de la empresa a las alteraciones en las condiciones crediticias. Un endurecimiento de la política monetaria que eleve el tipo de interés reducirá en mayor medida el resultado neto de la empresa, en cuanto que, mayor es el endeudamiento en que ha incurrido como consecuencia de las restricciones de liquidez. Esta reducción en el resultado supone una disminución de los recursos disponibles, lo cual, tal y como se ha analizado en el capítulo quinto, presenta claras implicaciones tanto en la inversión como en el empleo.

6.- CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Como se señaló en la introducción, el objeto de esta Tesis Doctoral es el análisis teórico de los determinantes de la inversión, prestando especial atención a las variables financieras que afectan a las decisiones de inversión de la empresa, y a las restricciones que inciden sobre el comportamiento optimizador de las empresas. Al considerar, dentro de los determinantes de la inversión, la estructura financiera de las mismas, es posible, no sólo analizar el efecto de distintas imperfecciones en los mercados crediticios a nivel microeconómico, sino que permite considerar mecanismos de transmisión de la política monetaria basados en el denominado "canal crediticio".

El esquema expositivo seguido en esta Tesis parte de las limitaciones exhibidas por los modelos monetarios, en concreto, en la falta de relevancia de la inversión en la transmisión de "shocks" de carácter monetario y financiero. Esta ausencia resulta de difícil justificación, dado el papel fundamental de la inversión en las fluctuaciones cíclicas. Sobre esta argumentación, se ha procedido a profundizar en el estudio de los determinantes de la inversión y en especial, al modo en que las condiciones financieras afectan a la misma. A partir de este análisis, se ha culminado la exposición con el planteamiento de un modelo en el que no sólo es posible establecer una clara vinculación entre variables de tipo financiero, afectadas por decisiones de política monetaria, y la inversión, sino que permite profundizar en este vínculo a través de la consideración de usos de los recursos financieros alternativos a los denominados "productivos".

En el primer capítulo se ha procedido a revisar, de forma general, el papel del dinero en el seno de modelos económicos de equilibrio general. Estos modelos, capturan adecuadamente algunos de los denominados "hechos monetarios" o "hechos estilizados de la economía monetaria. Estos hechos, recopilados y "contrastados" empíricamente por McCandless y Weber (1995), se refieren básicamente a la neutralidad y super-neutralidad del dinero en el largo plazo, a la traslación directa de las variaciones en la cantidad de dinero a los precios y por último, a la relación de Fisher que vincula los tipos de interés nominales con la inflación. Estos tres hechos monetarios, neutralidad, inflación como fenómeno monetario y relación directa entre tipos de interés nominales e inflación, constituyen las principales predicciones de los modelos MIU y CIA analizados en el capítulo primero.

A pesar de capturar adecuadamente estos hechos monetarios, estos modelos presentan notables limitaciones. Una de las principales debilidades de los modelos MIU y CIA es su limitada capacidad de replicar los comovimientos de corto plazo experimentados por variables monetarias y reales, así como su estructura temporal. Asimismo y en general, estos modelos son incapaces de generar respuestas apreciables en las variables reales tras la realización de un "shock" monetario asimilable a medidas de política monetaria.

Junto a las limitaciones señaladas, tratadas con mayor detalle en el capítulo primero, y como justificación esencial de la línea argumental seguida en esta Tesis Doctoral, los modelos presentados, así como las variaciones posteriores de los mismos, suelen argumentar la posible no neutralidad del dinero sobre mecanismos, cuando menos, poco "realistas". Por ejemplo, en un modelo CIA típico como el analizado en el primer capítulo, el mecanismo por el que se generan efectos sobre la producción y empleo pasa por la modificación de la oferta de trabajo como respuesta a las alteraciones en el consumo inducidas por la restricción CIA y las variaciones en las expectativas de inflación.

No sólo los mecanismos de respuesta son poco realistas en ocasiones, sino que también suelen presentar graves omisiones. En concreto, en los modelos CIA y MIU vistos cabe destacar la ausencia de efectos significativos en el stock de capital tras variaciones en las condiciones monetarias, algo que realmente condiciona el realismo de los modelos monetarios del ciclo económico. Esta debilidad se ve agravada por el papel primordial de la inversión en las fluctuaciones cíclicas de la economía, algo que limita considerablemente la validez de una explicación monetaria del ciclo en la que el capital no registre variaciones.

Asimismo, otra de las limitaciones exhibidas por estos modelos se refiere a la pobreza de la modelización de la "parte financiera" de la economía. Así, es frecuente asumir que sólo existen dos activos financieros (dinero y bonos) perfectamente sustituibles entre sí, lo que supone que el equilibrio en el mercado de bonos es simultáneo al equilibrio en el mercado de dinero, de modo que modificaciones en la oferta de dinero alteran el tipo de interés de equilibrio en el mercado de bonos. En base a esto, es posible abstraerse del mercado de bonos y considerar en exclusiva el mercado de dinero como el único activo financiero de la economía.

Sin lugar a dudas, una explicación monetaria del ciclo en la que se omite cualquier referencia al papel de la inversión y de las condiciones financieras no puede aceptarse como una explicación válida, máxime, teniendo en cuenta el papel primordial de estas variables en las fluctuaciones cíclicas que experimentan la economías. Este aspecto ha sido tratado en el segundo capítulo, poniéndose de manifiesto el papel de la inversión en las fluctuaciones de la actividad económica.

Obviamente, la forma más rápida de establecer algún tipo de vínculo entre las condiciones monetarias y la inversión es mediante el usual canal de los tipos de interés, en el que se basan modelos tan populares y difundidos como el IS-LM de Hicks y Hansen. Sin embargo esta vía ha demostrado ser poco fructífera. A pesar de la reconocida importancia de la inversión en el proceso de transmisión de la política monetaria a las variables de actividad, y en concreto a la respuesta de la inversión a las alteraciones que produce la política monetaria en las condiciones crediticias, distintos estudios han encontrado dificultades a la hora de identificar un efecto cuantitativamente importante de los tipos de interés. Por ejemplo, algunos autores han destacado que la respuesta de la inversión empresarial a los tipos de interés es considerablemente lenta, con un plazo de respuesta comprendido entre 6 y 24 meses. En otros casos, sólo se ha podido validar la existencia del denominado canal de tipos de interés en determinados países.

Dada la relevancia de la evolución de la inversión en el ciclo económico y en el proceso de transmisión de la política monetaria, el aparente "fracaso" de explicaciones basadas en el canal del tipo de interés sugiere una mayor profundización en los determinantes de la inversión empresarial y en especial, en el papel desempeñado por las variables financieras.

Este aspecto ha sido tratado en la segunda parte de esta Tesis Doctoral, integrada por los capítulos tercero y cuarto. En ellos, se procede a revisar distintas aportaciones teóricas sobre la inversión, partiendo del modelo neoclásico de Jorgenson, el cual sirve de referencia para posteriormente analizar las distintas modificaciones propuestas con el objeto de superar las deficiencias exhibidas por dicho modelo.

En el capítulo tercero se ha procedido a la revisión y análisis de diferentes aspectos de la inversión, considerando como punto de partida el modelo neoclásico de inversión de Jorgenson. Este modelo presenta un esquema riguroso de delimitación de los determinantes de la inversión y constituye el marco de referencia de modelos posteriores, más elaborados, que han tratado de superar las limitaciones exhibidas por la versión original. Las variaciones sobre el modelo de Jorgenson consideradas en el capítulo tercero, comparten como rasgo común la omisión de cualquier tipo de variable financiera, por tanto, implícitamente se asume que tales modelos se refieren a entornos en los que el teorema de Modigliani-Miller de irrelevancia financiera conserva su validez. En estas condiciones, los canales por los que las decisiones de política monetaria pueden afectar a la inversión, se refieren, principalmente, al conocido como canal de los tipos de interés.

A pesar de la solidez teórica del modelo de Jorgenson, los resultados empíricos de su aplicación son, más bien, discretos, incluso a nivel microeconómico, y en todo caso no ofrece resultados robustos, dada la disparidad existente de resultados. Dicha disparidad viene provocada, no ya por la validez teórica del modelo, sino por limitaciones derivadas de la especificación concreta del modelo estimado, los métodos de estimación y de las variables utilizadas. En este sentido, es una constante en los estudios analizados la referencia a la imposibilidad de obtener una medida precisa del "rendimiento exigido por los accionistas" o del tipo de interés marginal de los recursos externos.

Del mismo modo que la validación del modelo de inversión con datos macroeconómicos se halla sujeta a serias limitaciones derivadas de la agregación de diferentes bienes de capital, empresas, sectores, etc. la utilización de datos microeconómicos tampoco está exenta de problemas, dadas las características de tales datos. Asimismo, hay que tener en cuenta que la información proporcionada se elabora con criterios contables, los cuales en muchas ocasiones no tienen un correlato con su significado económico, del mismo modo que hay que tener presente la multiproducción de las empresas, la difícil asignación de una empresa a un

único sector o incluso país, el carácter consolidado o no de los estados financieros, etc. Todas estas limitaciones suponen que cualquier resultado está siempre condicionado por la validez de los datos.

Estas limitaciones han propiciado nuevos desarrollos teóricos que han ido completando y complementando el esquema básico descrito por el modelo neoclásico "jorgensoniano". Estas variantes se han plasmado, de una parte, en la consideración de fricciones en el proceso de ajuste del stock de capital deseado. Otras variantes han apuntado la necesidad de tener en cuenta los efectos derivados de la irreversibilidad de la inversión, la incertidumbre asociada a la actividad empresarial y la posibilidad de posponer las decisiones de inversión. Estos tres elementos se han combinado en una nueva aproximación teórica al problema de la inversión basada en la valoración de opciones, la cual permite comprobar como el comportamiento óptimo de inversión de la empresa responde ante aquellas variaciones.

Estas dos variantes, costes de ajuste e irreversibilidad con incertidumbre, han sido también analizadas en el tercer capítulo, mostrando como tales particularidades afectan a la solución básica del modelo de Jorgenson. En cualquier caso, es preciso recordar que tales variantes carecen de cualquier referencia a variables de tipo financiero como determinante de la inversión. A pesar de ello, los efectos que las modificaciones consideradas introducen sobre la solución básica de Jorgenson justifican plenamente su consideración.

En el caso de los modelos de inversión con costes de ajuste, la literatura existente apunta a que en presencia de costes no convexos, éstos introducen "umbrales de respuesta" frente a variaciones en el precio sombra del capital o de la q marginal, de modo que movimientos de la q marginal en el entorno delimitado por los umbrales no generan alteraciones en la inversión o el capital deseado. Este comportamiento puede proporcionar soporte teórico a determinadas "anomalías" empíricas interpretadas a la luz del modelo neoclásico "jorgensoniano" de inversión. Dichas anomalías, se refieren esencialmente al fenómeno de la "discontinuidad" de los períodos de inversión, es decir, a la existencia de inversión en unos períodos concretos (generalmente consecutivos) y la ausencia de la misma en otros.

Por otra parte, la incertidumbre con irreversibilidad presenta resultados cualitativos que aunque similares a los derivados de la existencia de costes de ajuste no convexos, suponen una explicación teórica más elaborada, que aporta nuevas vías de comprensión a la dinámica inversora de las empresas, no basadas en exclusiva en la existencia de costes de ajuste. Junto a este resultado, al analizar este tipo de modelos se ha procedido a revisar los efectos de la "incertidumbre" sobre la inversión, destacándose los resultados ambiguos de los

planteamientos teóricos actuales, a pesar de la creencia generalizada de que la mayor incertidumbre genera necesariamente una reducción en la inversión. Dicha ambigüedad descansa en la adecuada delimitación de la incertidumbre y en la forma que ésta se traslada a los ingresos o costes de la empresa. Estas concreciones suelen plasmarse en divergencias en la forma de los rendimientos marginales del capital en relación a alguna perturbación aleatoria, cuya varianza se asocia a una medida de incertidumbre, lo cual a su vez afecta al modo en que la incertidumbre afecta a la inversión.

Como se ha destacado, aun cuando estas variantes resultan sumamente interesantes, no presentan grandes diferencias respecto al modelo de Jorgenson en relación al papel de variables financieras en la inversión. La inclusión de las mismas implícitamente supone "romper" con el teorema de la irrelevancia financiera de Modigliani-Miller, permitiendo al mismo tiempo, la consideración de vías que potencian el papel de las condiciones financieras y por tanto, de aquellas medidas de política monetaria que afecten a las mismas.

El acceso sin restricciones a la financiación a un coste dado en mercados perfectos, supone que para la empresa resulta irrelevante financiarse con fondos internos o mediante financiación externa, dado que ambas fuentes han de remunerarse en igual cuantía conforme a un comportamiento maximizador del beneficio. En tales condiciones, se satisface el teorema de Modigliani-Miller, por el que se establece que el valor de la empresa es independiente de su política financiera, es decir, carente de relación alguna con la combinación de recursos internos y externos empleados por la empresa. Como consecuencia directa, con mercados financieros perfectos, las decisiones de inversión de las empresas son completamente independientes de cualquier consideración de tipo financiero.

Esta importante implicación ha sido puesta en tela de juicio por numerosos trabajos teóricos y empíricos, que han propuesto o comprobado la existencia de "anomalías" sobre el comportamiento de la inversión, tanto a nivel macro como micro, que parecen contradecir la hipótesis de mercados financieros perfectos, y por tanto, cuestionan la pretendida independencia entre las decisiones de inversión y financiación. Este ha sido el objeto de estudio del capítulo cuarto de esta Tesis Doctoral, en el que se han revisado distintos aspectos ligados a las decisiones de inversión, en especial, a la relevancia de las condiciones financieras sobre las mismas.

A fin de ilustrar como se modifican las decisiones de inversión como consecuencia del incumplimiento del teorema de Modigliani-Miller, en el cuarto capítulo se ha analizado un modelo sencillo en el que se muestra como, a consecuencia de problemas de información asimétrica en el mercado financiero, el coste de la financiación ajena es creciente con el volumen

de endeudamiento de la empresa, de modo que la estructura financiera no sólo no es irrelevante sino que determina las cantidades óptimas de factores utilizadas por la empresa.

Los principales aspectos que la teoría económica reciente ha puesto de relieve en relación a la validez empírica del teorema de Modigliani-Miller hacen referencia a las consecuencias de las imperfecciones y asimetrías de la información en los mercados crediticios sobre la "libre disponibilidad" de recursos financieros por parte de la empresa. La existencia de información asimétrica entre oferentes y demandantes de financiación termina con la independencia entre financiación e inversión, al poder provocar diferenciales entre el coste de los recursos internos y externos o incluso la limitación al acceso de financiación o racionamiento del crédito.

La literatura recoge diversos mecanismos por los que la información imperfecta afecta a las condiciones de acceso a la financiación externa por parte de la empresa. Dichos mecanismos se basan habitualmente en ciertas características institucionales de los mercados financieros, tales como la existencia de figuras jurídicas como la quiebra, la habitual exigencia de garantías vinculadas a los préstamos, las diferencias de las acciones frente a la deuda, etc. Tales imperfecciones generan un conjunto de resultados que habitualmente se repite en tales modelos. En primer lugar, se pone de manifiesto el mayor coste de las fuentes externas de financiación, incluso aunque se hallen completamente garantizadas. En segundo lugar, la prima exigida por la financiación varía inversamente con los recursos netos de la empresa. Por último, una reducción de los recursos netos de la empresa afectan negativamente a la inversión, al elevar tanto las necesidades de recursos externos como la prima exigida por el prestamista.

Estos resultados, considerados desde un punto de vista agregado, describen un posible mecanismo de "acelerador" financiero durante las distintas fases del ciclo económico y un virtual "canal" crediticio de la política monetaria. Este "canal" está vinculado a dos fuentes de propagación que actúan de forma paralela al canal tradicional de tipos de interés. Dichas fuentes se refieren al canal del "balance financiero" y al "canal bancario".

La literatura económica ha contemplado especialmente como actúan dichos canales a nivel macroeconómico, y, recientemente, a cómo se plasman las imperfecciones de los mercados financieros en modelos microeconómicos. Estos modelos han sido objeto de un estudio especial en el capítulo cuarto, revisándose algunos de los más difundidos en la actualidad, analizándose en detalle las principales características de los mismos. Como se ha puesto de manifiesto, los principales aspectos en los que se reflejan las restricciones financieras se refieren, en primer lugar, a la existencia de distintos "regímenes" de inversión en función de la fuente de

financiación utilizada, y en segundo lugar, la sensibilidad de la inversión a la mayor o menor disponibilidad de recursos internos (lo que da sentido al "acelerador financiero").

Por último, en el capítulo cuarto se ha hecho referencia a determinados modelos que ponen especial énfasis en la existencia de activos en los que la empresa invierte, distintos del tradicional "capital", los cuales tratan de recoger el que la inversión empresarial abarca un amplio tipo de bienes, entre ellos inversión en existencias y otros activos incluidos en el activo circulante de las empresas. Al incluir estos activos, no sólo se persigue el dotar de mayor realismo a los modelos, sino que se trata de analizar como se ven afectadas el resto de decisiones de inversión en activos "rentables" y de empleo al incluir activos que compiten por recursos financieros "escasos" bajo imperfecciones en los mercados financieros. Este objetivo es el que también persigue el modelo desarrollado para esta Tesis Doctoral, presentado en el capítulo quinto.

Como se ha podido comprobar, el modelo presentado en el capítulo quinto puede exhibir características compatibles con los canales de transmisión de política monetaria usualmente contemplados en la literatura, al margen de los que se derivarían de alteraciones en los precios de los factores. Como se ha mostrado, bajo determinadas condiciones, las decisiones óptimas de utilización de factores pueden verse alteradas por cualquier medida que afecte a la oferta crediticia o a los tipos de interés de la financiación ofrecida a las empresas. Dicho efecto quedaba supeditado a la capacidad de autofinanciación de la empresa, es decir, a su disponibilidad "actual" de recursos y a su capacidad de generarlos en el futuro, lo que supone la existencia de un comportamiento similar al del "acelerador financiero".

Este mecanismo del "acelerador financiero" supone que, al producirse unas expectativas favorables de inversión (nuevas oportunidades de negocio) durante fases alcistas del ciclo que incrementen la demanda de capital, la favorable coyuntura, previsiblemente, coincidirá con una mayor disponibilidad de recursos internos y externos, lo que permitirá reducir el coste de uso del capital y favorecer una expansión aún mayor de la inversión. De manera inversa, una fase recesiva reduce la disponibilidad de recursos financieros, incrementándose el coste de uso de forma que si coincide esta fase con un período de expectativas desfavorables, el efecto negativo final sobre la inversión será más intenso. Al reducirse la inversión, la empresa compromete su capacidad para generar recursos en el futuro, lo cual propaga en el tiempo los efectos del "shock" inicial.

La existencia de un mecanismo de propagación similar al "acelerador financiero" condiciona de forma decisiva la respuesta de la empresa frente a "shocks" crediticios generados por decisiones de política monetaria. Como se ha puesto de manifiesto en el capítulo quinto, las condiciones definidas en el modelo, no permiten hablar de una respuesta única en las

decisiones óptimas de la empresa frente a la modificación de las condiciones crediticias, sino que existen repuestas óptimas "condicionadas" (por la situación de balance que presente la empresa, su capacidad de generar recursos, las restricciones de liquidez a las que se enfrenta y los "shocks", tecnológicos y de cash-flow, que afectan a su actividad).

Ante esto, resulta extremadamente complejo delimitar un único tipo de comportamiento de la inversión ante tales "shocks" monetarios, tal y como sugeriría una ecuación lineal de comportamiento típica. La existencia de distintos "estados" en los que puede encontrarse una empresa deriva en distintas respuestas cualitativas ante similares "shocks" monetarios. Así, ante una inyección monetaria que genere un incremento de la oferta crediticia, por un mecanismo similar a la del "canal bancario", la respuesta de la inversión puede ser diferente en función del "estado" predominante. Si el conjunto de empresas se encuentra en la situación "estacionaria", o bien si las oportunidades de inversión existentes pueden ser abordadas exclusivamente con recursos internos, no existiría demanda para tales recursos crediticios y por lo tanto no cabría esperar ningún tipo de respuesta en la inversión de las empresas, aún cuando los intermediarios financieros aceptasen reducciones en el tipo de interés.

Sólo en el caso de que la/s empresa/s se vea/n en la necesidad de emitir deuda para financiar su inversión podría observarse una respuesta de la inversión al "shock" monetario expansivo. En tal caso, bien como consecuencia de una reducción en el coste de la deuda o como resultado de la eliminación de restricciones al endeudamiento máximo de la empresa, la cantidad utilizada de factores se incrementaría y con ella la producción y el empleo.

La consideración adicional de "shocks" que afecten a la productividad de los factores junto con los "shocks" que afectan a la generación de recursos por parte de la empresa ampliaría la capacidad del modelo a la hora de generar dinámicas de interés. Así, un "shock" positivo sobre la productividad de los factores, generaría un incremento de las cantidades óptimas a utilizar de los mismos, lo que induciría una demanda de inversión, en capital físico, trabajadores y activos líquidos, que podría no ser cubierta exclusivamente con recursos internos. En tal caso, la inversión efectiva dependerá no sólo del "shock" en la productividad sino también de las condiciones crediticias de la economía.

Si la mayor demanda de fondos no está acompañada de un incremento en la liquidez del sistema financiero, necesariamente surgirán incrementos en el tipo de interés de la deuda e incluso restricciones al endeudamiento, si bien, en cualquier caso debería observarse un crecimiento de la cantidad utilizada de factores, de la producción y del dinero como consecuencia del proceso de creación de dinero ligado a las operaciones de crédito.

Como se ha analizado en apartados previos, un "shock" negativo sobre la capacidad de generación de recursos o "cash-flow" podría suponer, en función de su intensidad, la reducción del dividendo o beneficio y/o de las cantidades utilizadas de factores y/o el aumento del volumen de deuda, estableciéndose una "jerarquía" de ajuste en función del rendimiento/coste de cada elemento. Por lo tanto, un "shock" adverso podría generar un incremento del endeudamiento y asociado a éste un incremento del tipo de interés, siempre que no aumente suficientemente la oferta de créditos.

Si el "shock" actúa en sentido contrario, nuevamente la respuesta dependerá de la intensidad del mismo y de la situación inicial de la empresa. Si la empresa parte del estado estacionario, dicho "shock" generará exclusivamente un incremento de los dividendos, en otro caso, la utilización de factores aumentaría (si no existe deuda) y /o el endeudamiento se reduciría. Si el "shock" no es excesivamente intenso y la empresa parte de una situación inicial con deuda, la única respuesta apreciable sería la reducción del endeudamiento, lo cual presionaría sobre los tipos de interés de la deuda a la baja siempre que la situación predominante en las empresas corresponda con la descrita.

El modelo presentado también permite analizar los efectos que la inclusión, tanto de factores financieros como requerimientos de inversión en activos líquidos, suponen sobre las decisiones de inversión y empleo de la empresa. Una de las principales características del modelo analizado es la existencia de una restricción sobre el volumen de activos líquidos sin rentabilidad (o de rentabilidad reducida) que la empresa ha de mantener como mínimo. Como se expuso anteriormente, el papel de esta restricción es el de capturar otros usos de los recursos financieros distintos de la inversión productiva, usos que presentan una importancia cuantitativa importante en el balance de las empresas y cuya existencia se debe a múltiples factores (mantenimiento de medios de pago, descompensación del calendario de cobros y pagos, etc...). Estos activos desempeñan un papel similar al del capital circulante de Fazzari y Petersen (1993), sin embargo se ha optado por enfocar el efecto de dichos activos netos desde una perspectiva en la que éstos actúan absorbiendo "recursos" financieros, sin que se reconozca ninguna aportación directa de los mismos en el resultado de la empresa.

Como se ha puesto de manifiesto en el capítulo quinto, los efectos de la restricción sobre la liquidez en las decisiones de la empresa se extienden en dos líneas fundamentales. En primer lugar, uno de los efectos más evidente hace referencia a las operaciones afectadas por la restricción, en este caso al comportamiento de la demanda de trabajo y a la liquidez óptima. El segundo tipo de efectos generado por la restricción se refiere a los efectos que sobre el resto de decisiones supone la necesidad de mantener un conjunto de recursos en activos sin

rentabilidad, desviando los recursos disponibles de otras decisiones más rentables e incrementando el endeudamiento por encima del óptimo en ausencia de restricción.

La empresa se ve obligada a comprometer recursos en activos líquidos, en el caso de estar sometida a la restricción analizada, los cuales necesariamente se obtienen de otros posibles usos (inversión en capital y/o dividendo distribuido). Este efecto se evidenciaría especialmente al analizar la evolución temporal de las decisiones óptimas de la empresa frente a "shocks" en los recursos disponibles o en el cash-flow de la empresa. La necesidad de mantener un volumen determinado de recursos en forma de activos líquidos supone que el período de tiempo necesario para alcanzar el estado "estacionario" sea superior al caso en el que tal necesidad no exista. Por lo tanto, esta restricción puede prolongar el efecto de determinados "shocks", potenciando el denominado "acelerador financiero" de transmisión de la política monetaria.

Si durante una fase alcista del ciclo las expectativas favorables impulsan la inversión y el empleo, las necesidades de financiación se verán incrementadas, no sólo por los requerimientos directamente imputables a la inversión en activos "rentables", sino también por la necesidades derivadas de las restricciones sobre la liquidez de las empresas. Cuando los recursos generados internamente por la empresa, quizás incluso favorecidos por la fase cíclica favorable, resultan insuficientes, ésta se verá obligada a captar recursos externos. En tales circunstancias la actuación del sistema financiero es clave, dado que la capacidad de proveer de recursos financieros suficientes, y el coste al que lo hagan, determinarán la evolución de la inversión y el empleo.

En cualquier caso, las mayores necesidades financieras, que derivarán en un mayor endeudamiento, provocadas por la necesidad de mantener un determinado volumen de recursos en forma de activos líquidos sin rentabilidad, generan una mayor exposición de la empresa a las alteraciones en las condiciones crediticias. Un endurecimiento de la política monetaria que eleve el tipo de interés reducirá en mayor medida el resultado neto de la empresa, en cuanto que, mayor es el endeudamiento en que ha incurrido como consecuencia de las restricciones de liquidez. Esta reducción en el resultado supone una disminución de los recursos disponibles, lo cual, tal y como se ha analizado en el capítulo quinto, presenta claras implicaciones tanto en la inversión como en el empleo.

Este modelo permite "cerrar" el círculo expositivo seguido en esta Tesis, la cual se iniciaba en la consideración de las debilidades de los modelos monetarios, en concreto en la ausencia de un papel de la inversión en la transmisión de "shocks" de carácter monetario y financiero. Este argumento ha justificado la profundización del análisis efectuado sobre los determinantes de la inversión y en especial, al modo en que las condiciones financieras afectan

a la misma. Una vez cubiertas estas fases, se ha cerrado la exposición con la presentación del modelo detallado en el capítulo quinto, el cual no sólo permite establecer una clara vinculación entre variables de tipo financiero, afectadas por decisiones de política monetaria, y la inversión, sino que permite profundizar en este vínculo a través de la consideración de usos de los recursos financieros alternativos a los denominados "productivos", los cuales, actúan potenciando el canal crediticio de transmisión de la política monetaria.

De forma paralela al desarrollo de este modelo, esta Tesis Doctoral ha exigido la aplicación de técnicas matemáticas relativamente complejas y el desarrollo de rutinas informáticas capaces de resolver los modelos presentados. Estos elementos, aunque accesorios, también forman parte del núcleo de aportaciones de esta Tesis, habiéndose aplicado un método de resolución del problema de optimización dinámica presentado en el capítulo quinto, más fácilmente computable (con la ayuda de un software potente como Matlab) que los usuales métodos de iteración de la función valor o la política.

Con todo, aún hay facetas que no han sido consideradas en esta Tesis Doctoral y que constituirán las principales líneas de investigación futuras de este doctorando. En concreto, estas líneas se extenderán a los siguientes aspectos:

- Consideración de rigideces, no nominales, adicionales. En concreto, la línea argumental expuesta por Carpenter et al. (1994), sobre diferentes costes de ajuste en los distintos tipos de inversión, posibilitaría la consideración de períodos de ajuste más largos, generando un comportamiento de la inversión más suave.
- Explorar el motivo "precaución" en la acumulación de activos líquidos mediante la consideración explícita de opciones frente a la incertidumbre. El enfoque de Abel et al. (1996) y la delimitación de umbrales de inversión y desinversión permitirían racionalizar las condiciones bajo las que se acumularía y liquidaría capital circulante, poniendo énfasis en el papel del capital circulante como "amortiguador" tal y como resaltan Fazzari y Petersen (1993). Igualmente, la consideración de restricciones de irreversibilidad de la inversión, y los umbrales de inversión asociados a la misma, deberían potenciar el papel "precaución" de los activos líquidos.
- Consideración de otros agentes en un modelo de equilibrio general con las características descritas en el modelo del capítulo 5. Una de las tantas frustraciones a las que me he enfrentado en la presente Tesis Doctoral ha sido la de ser incapaz de

"cerrar" el modelo incorporando otros agentes (Hogares, instituciones financieras y Banco Central) bajo un esquema similar al del modelo de participación limitada de Christiano y Eichenbaum (1992).

BIBLIOGRAFÍA

Abel, Andrew B. *Investment and the value of capital*. Garland Publishing Co. 1979. (citado en Abel, 1983).

Abel, Andrew B. *Optimal investment under uncertainty: towards a stochastic q theory*. Discussion Paper nº 873. Harvard Institute of Economic Research. 1981. (citado en Abel, 1983).

Abel, Andrew B. *Dynamic effects if permanent and temporary tax policies in a q model of investment*. *Journal of Monetary Economics*, vol. 9, pp. 353-373. 1982. (citado en Abel, 1983).

Abel, Andrew B. *Optimal investment under uncertainty*. *The American Economic Review*, vol. 73, issue I (marzo 1983), pp. 228-233. 1983.

Abel, Andrew B. *Dynamic behavior of capital accumulation in a cash-in-advance model*. National Bureau of Economic Research. NBER working paper series. WP 1549. 1985

Abel, Andrew B. y Blanchard, Olivier J. *The present value of profits and cyclical movements in investment*. *Econometrica*. Vol. 54. pp. 249-273. 1986.

Abel, Andrew B. y Eberly, Janice C. *A unified model of investment under uncertainty*. *The American Economic Review*, vol. 84, issue 5 (diciembre 1994), pp. 1369-1384. 1994.

Abel, Andrew B. et al. [Avinash K. Dixit, Janice C. Eberly y Robert S. Pindyck]. *Options, the value of capital, and investment*. *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 111, issue 3 (agosto 1996), pp. 753-777. 1996.

Abel, Andrew B. y Eberly, Janice C. *Optimal investment with costly reversibility*. *The Review of Economic Studies*. Vol. 63, issue 4 (octubre 1996), pp. 581-593. 1996.

Abel, Andrew B. y Eberly, Janice C. *An exact solution for the investment and value of a firm facing uncertainty, adjustment costs, and irreversibility*. *Journal of Economic Dynamics and Control*. Vol. 21, pp. 831-852. 1997.

Agresti, Anna-Maria y Mojon, Benoit. *Some stylised facts on the Euro Area business cycle*. Eurosystem Monetary Transmission Network. ECB Working Paper nº 95. Diciembre 2001.

Andrés, Javier et al. [J. David López-Salido y Javier Vallés]. *Money in a estimated business cycle model of the euro area*. Banco de España, Servicio de Estudios. Documento de Trabajo nº 0121. 2001.

Angeloni, Ignacio et al. [Kashyap, Anil; Mojon, Benoit y Terlizzese, Daniele] Monetary transmission in the Euro Area: Where do we stand?. European Central Bank Working Paper nº 114. 2002.

Anti Nielsen, F. y Schiantarelli, F. Zeroes and lumps in investment: empirical evidence on irreversibilities and non-convexities. Working Paper in Economics Nº 1198, University of Bergen.1998. (Citado en Bond y van Reenen (2002)). Existe una revisión fechada en 2000 disponible en IDEAS (<http://ideas.repec.org/p/boc/bocoec/337.html>)

Aruoba, S. Boragan et al. [Fernandez-Villaverde, Jesús y Rubio-Ramírez, Juan F.] Comparing solution methods for dynamic equilibrium economies. Documento de trabajo de la Universidad de Pensilvania (no publicado).2003.

Bagella, M. et al. [Becchetti, L. y Caggese, A.] Financial constraints on investments: a three-pillar approach. Research in Economics, vol. 55. pp. 219-254. 2001.

Banco Central Europeo. La política Monetaria del BCE. 2001.

Banco Central Europeo. La política monetaria única en la tercera fase: documentación general sobre los instrumentos y procedimientos de la política monetaria del Eurosistema. Noviembre 2000.

Banco de España. Central de Balances: resultados anuales de las empresas no financieras. 1999, 2000 y 2001.

Barro, Robert J. Inflation and economic growth. NBER Working Paper nº 5326. Octubre 1995.

Barro, Robert J. y Sala-i-Martí, Xavier. Economic Growth. McGraw-Hill.1995.

Benitez-Silva, Hugo et al.[Hall, George, Hitsch, Günter J., Pauletto, Giorgio y Rust, John] A comparison of discrete and parametric approximation methods for continuous-state dynamic programming problems. Documento de Trabajo no publicado.2000.

Benito, Andrew y Hernando, Ignacio. Los efectos de las modificaciones de las condiciones financieras sobre el comportamiento de las empresas españolas. Boletín Económico del Banco de España. Enero 2003.[Extracto del documento de trabajo del Banco de España Nº0227 "Extricate: financial pressure and firm behaviour in Spain"].

Bernanke, Ben S. et al. [Gertler, Mark; Gilchrist, Simon] The financial accelerator and the flight to the quality. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 78, Issue 1 (Febrero 1996), pp. 1-15. 1996.

Bernanke, Ben S. Irreversibility, uncertainty and cyclical investment. *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 98 issue 1 (febrero 1983), pp. 85-106. 1983.

Bernanke, Ben S. y Gertler, Mark. Inside the Black Box: The credit channel of monetary policy transmission. *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 9, issue 4 (Otoño, 1995), pp. 27-44. 1995.

Bernanke, Ben y Gertler, Mark. Financial fragility and economic performance. *The Quarterly Journal of Economics*. Vol. 105, issue 1 (febrero), pp. 87-114. 1990.

Bertola, Giuseppe y Caballero, Ricardo J. Irreversibility and aggregate investment. *The Review of Economic Studies*, vol. 61, issue 2 (abril 1994), pp. 223-246. 1994.

Bertsekas, Dimitri P. *Dynamic Programming and stochastic control*. Academic Press. 1976.

Bertsekas, Dimitri P. *Dynamic Programming: deterministic and stochastic models*. Prentice Hall. 1987.

Blanchard, Oliver J. Comments and discussions. *Brooking Papers on Economic Activity*. Vol. 1, pp. 153-156. 1986. Obra citada en Chirinko et al. (1999)

Blanchard, Olivier J. y Kiyotaki, Nobuhiro. Monopolistic competition and the effects of aggregate demand. *American Economic Review*, vol. 77, issue 4 (septiembre), pp. 647-666. 1987. (Incluido en Kydland, 1995)

Bloom, Nicholas et al. [Stephen Bond y John Van Reenen]. The dynamics of investment under uncertainty. *The Institute for Fiscal Studies. Working Paper 01/05*. 2001.

Böhm, H y Funke, M. The uncertainty-investment relationship. *Quantitative Macroeconomic Working Paper Series*. Universidad de Hamburgo. 1999.

Bond, Stephen y Meghir, Costas. Dynamic investment models and the firm's financial policy. *The Review of Economic Studies*. Vol. 61, issue 2 (Abril, 1994), pp. 197-222. 1994.

Bond, Stephen y Van Reenen, John. Microeconomic models of investment and employment. (No publicado). 2002.

Brand, Claus et al. (2002). Estimating the trend of M3 income velocity underlying the reference value for monetary growth. ECB Occasional Paper Series. Nº 3. Mayo 2002.

Brand, Claus y Cassola, N. A money demand system for euro area M3, ECB working paper No. 39.2000.

Caballero, Ricardo J. et al. [Engel, Eduardo M. R.A.; Haltiwanger, John C.]. Plant-level adjustment and aggregate investment dynamics. Brookings Papers on Economic Activity. Vol. 1995, issue 2, pp. 1-39. 1995.

Caballero, Ricardo J. On the sign of the investment-uncertainty relationship. The American Economic Review. Vol. 81, issue 1 (marzo 1991), pp. 279-288. 1991.

Carpenter, Robert E. et al. [Steven M. Fazzari y Bruce C. Petersen] Inventory investment, internal finance fluctuations, and the business cycle. Brookings Paper on Economic Activity, vol. 1994, issue 2, pp. 75-138. 1994.

Casares, Miguel. Time-to-build approach in a sticky price, sticky wage optimizing monetary model. ECB Working Paper nº 147. Mayo 2002.

Cerdá, Emilio. Optimización dinámica. Prentice Hall. 2001.

Cochrane, John H. Asset pricing. Princeton University Press. 2001.

Coenen, G. y J.-L. Vega. The demand for euro area M3. ECB Working paper No. 6. 1999.

Cooley, Thomas F. y Hansen, Gary D. The inflation tax in a real business cycle model. UCLA Working Paper nº 496. Agosto 1988. (Publicado en American Economic Review, 79 nº 4. Septiembre 1989)

Cooley, Thomas F. y Ohanian, Lee E. The cyclical behavior of prices. Journal of Monetary Economics (agosto), pp. 25-60. 1991

Cooley, Thomas F. Frontiers of business cycle research. Princeton University Press. 1995.

Cummins, Jason G. et al. [Hasset, Kevin A.; Oliner, Stephen D.] Investment behavior, observable expectations and internal funds. Federal Reserve Working Paper. (3ª revisión). 1999.

Cummins, Jason G. et al. [Hasset, Kevin A.; Hubbard, Glenn] A reconsideration of investment behavior using tax reforms as natural experiments. Brookings Papers on Economic Activity, Vol. 1994, issue 2, pp. 1-59. 1994.

Cummins, Jason G. y Nyman, Ingmar. Optimal investment with fixed refinancing cost. Federal Reserve Working Paper. Octubre 2001.

Chatelain, J. B. et al. [Generale, A.; Hernando, I.; von Kalckreuth, U.; Vermeulen, P.] Firm investment and monetary policy transmission in the euro area. Banco de España. Documento de Trabajo nº 0119. 2001. También publicado con idéntico título como European Central Bank Working Paper Series Nº 0112. Diciembre 2001.

Chirinko, Robert S. *Business fixed investment spending: modelling strategies, empirical results and policy implications* Journal of Economic Literature, Vol 31, issue 4 (diciembre), pp 1875-1911 1993

Chirinko, Robert S. et al. [Fazzari, Stephen M. y Meyer, Andrew P.] How responsive is business capital formation to its user cost? An exploration with micro data. Journal of Public Economics. Vol. 74, pp. 53-80. 1999.

Chirinko, Robert S. y Schaller, Huntley. Why does liquidity matters in investment equations?. Journal of Money, Credit and Banking. Vol. 27, issue 2 (mayo 1995), pp. 527-548. 1995.

Christiano, Lawrence J y Eichenbaum, M. Modelling the liquidity effect of a money shock. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review 15, nº 1 (invierno), pp. 3-34 1992.

Christiano, Lawrence J. y Eichenbaum, Martin. Liquidity effects and the monetary transmission mechanism. The American Economic Review, vol. 82, issue 2 (mayo), pp. 346-353. 1992.

Christiano, Lawrence J. y Fisher, Jonas D. M. Algorithms for solving dynamic models with occasionally binding constraints. Journal of Economic Dynamics and Control. Vol. 24, pp. 1179-1232. 2000.

Dixit, Avinash K. Investment and employment dynamics in the short run and the long run. *Oxford Economics Papers*, vol. 49, issue 1 (enero 1997), pp. 1-20. 1997.

Dixit, Avinash K. y Pindyck, Robert S. *Investment under uncertainty*. Princeton University Press. 1994.

Doepke, Matthias. Show me the money: Retained earning and the real effects of monetary shocks. *UCLA Working Paper*. Septiembre 2002.

Doms, M. y Dunne, T. Capital adjustment patterns in manufacturing plants. *Discusión Paper 94-11*, Center for Economic Studies, US Bureau of Census. 1994. (Citado en Bond y Van Reenen 2002).

Eisner, Robert y Strotz, Robert. Determinants of business investment. Incluido en "Impacts of Monetary Policy". Englewood Cliffs: Prentice-Hall. 1963. (citado en Abel, 1983).

Elston, J. Firm ownership structure and investment: theory and evidence from german manufacturing. *WZB Discussion Paper n° FS IV 93-28*. 1993.

Estrada, Angel et al. [Francisco de Castro, Ignacio Hernando y Javier Vallés]. La inversión en España. Banco de España, Servicio de Estudios. *Estudios Económicos (Serie Azul) n° 67*. 1997.

Fazzari, Steven M. y Petersen, Bruce C. Working capital and fixed investment: new evidence on financing constraints. *The RAND Journal of Economics*, vol. 24, issue 3 (Otoño 1993), pp. 328-342. 1993.

Fazzari, Steven. M. Et al. [Hubbard, R. Glenn y Petersen, Bruce C.] Financing constraints and corporate investment. *Brookings Papers on Economic Activity*. Issue. 1. pp. 141-206. 1988.

Freeman, Scott y Huffman, Gregory W. Inside money, output and causality. *International Economic Review*, vol. 32, issue 3 (agosto), pp. 645-667. 1991. (Incluido en Kydland, 1995)

Friedman, Benjamin M. y Kuttner, Kenneth N. [Incluye comentarios de Bernanke, Ben S. y Gertler, Mark]. Economic activity and the short-term credit market: An analysis of prices and quantities. *Brookings Papers on Economic Activity*. Issue. 2. pp. 193-283. 1993.

Fuerst, Timothy S. Liquidity, loanable funds and real activity. *Journal of Monetary Economics*, vol. 29, pp. 3-24. 1992. (Incluido en Kydland, 1995)

Fung, Ben Siu-cheong y Kasumovich, Marcel. Monetary shocks in the G-6 countries: is there a puzzle?. *Journal of Monetary Economics*. Vol.42. pp. 575-592. 1998.

Gaiotti, Eugenio y Generale, Andrea. Does monetary policy have asymmetric effects?. A look at the investment decisions of Italian firms. *European Central Bank Working Paper* n° 110. 2001.

Gandolfo, Giancarlo. *Economic Dynamics* (3ª Edición). Springer-Verlag. 1996.

Gertler, Mark. Financial Structure and aggregate economic activity: An overview. *Journal of Money, Credit and Banking*, vol 20, issue 3, 2ª parte: Recent developments in Macroeconomics (agosto), pp 559-588 1988

Gertler, Mark. Financial capacity and output fluctuations in an economy with multi-period financial relationship. *The Review of Economic Studies*. Vol. 59, issue 3 (julio), pp. 455-472. 1992.

Gertler, Mark y Gilchrist, Simon. Monetary policy, business cycles, and the behavior of small manufacturing firms. *The Quarterly Journal of Economics*. Vol.109, issue 2 (mayo), pp. 309-340. 1994.

Gomme, P. y Fraser, S. Anticipated inflation in a neoclassical growth model with a cash-in-advance constraint. *Federal Reserve Bank of Cleveland*. 1997.

Gould, John P. Adjustment costs in the theory of investment of the firm. *Review of Economic Studies*, vol. 35, pp. 47-55. 1968. (citado en Abel, 1983).

Grossman, Sanford y Weiss, Laurence. A transactions-based model of the monetary transmission mechanism. *American Economic Review*, vol, 73, pp. 871-880. 1983.

Gabisch, Günter y Lorenz, Hans-Walter. *Business cycle theory: a survey of methods and concepts*. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Springer-Verlag. 1987.

Hamilton, James D. *Time series analysis*. Princeton University Press. 1991.

Hassett, K. A. y Hubbard, R.G. Tax policy and investment. En Auerbach, A.J. (Ed.) *Fiscal Policy: Lessons from economic research*, MIT Press, Cambridge, MA, pp.339-385. 1997. Citado en Chirinko et al. 1999.

Hayashi, F. Tobin's average q and marginal q : a neoclassical interpretation. *Econometrica*. Vol. 50, pp. 213-224. 1982.

Heer, Burkhard y Maussner, Alfred. DGE models: computational methods and applications. Monografía no publicada. 2002.

Hernando, Ignacio y Tiomo, André. Financial constraints and investment in France and Spain: a comparación using firm level data. Banco de España. Servicio de Estudios. Documento de trabajo N° 0214. 2002.

Hernando, Ignacio y Martínez Pagés, Jorge. Is there a bank lending channel of monetary policy in Spain? Banco de España, Servicio de Estudios. Documento de Trabajo N° 0117. 2001.

Hoshi, T. et al. [Kashyap, A. K. y Scharstein, D.] Corporate structure, liquidity and investment: evidence from japanese industrial groups. *Quarterly Journal of Economics*. Vol. CVI. Pp. 33-60. 1991.

Huang, Kevin X.D. y Liu, Zheng. Staggered price-setting, staggered wage-setting, and business cycle persistence. *Journal of Monetary Economics*, vol. 49, pp. 405-433. 2002.

Hubbard, R. Glenn et al. [Kashyap, Anil K. y Whited, Toni M.] Internal finance and firm investment. *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 27, Issue 3 (agosto 1995), pp. 683-701. 1995.

Hubbard, R. Glenn y Kashyap, Anil K. Internal net worth and the investment process: an application to U.S. agriculture. *The Journal of Political Economy*, vol. 100, issue 3 (junio 1992), pp. 506-534. 1992.

Hubbard, R. Glenn. Investment under uncertainty: keeping one's option open. *Journal of Economic Literature*. Vol. 32, issue 4 (diciembre), pp. 1816-1831. 1994.

Hubbard, R. Glenn. Capital-market imperfections and investment. *Journal of Economic Literature*. Vol. 36, issue 1 (marzo 1998), pp. 193-225. 1998.

Instituto Nacional de Estadística (INE). Sistema de Indicadores Cíclicos de la Economía Española: Metodología e índices sintéticos de adelanto, coincidencia y retraso. INE. 1994

Ireland, Peter N. Endogenous money or sticky prices?.NBER Working Paper nº 9390. Diciembre 2002 a.

Ireland, Peter N. Money's role in the monetary business cycle.NBER Working Paper nº ???. Mayo 2002 b.

Jefferson, Philip N. On the neutrality of inside and outside money. *Economica*, New Series.Vol. 64, issue 256 (noviembre), pp. 567-586. 1997.

Jorgenson, D. W. Capital theory and investment behaviour. *American Economic Review*. vol. 53.pp 247-259. 1963.

Judd, Kenneth L. *Numerical Methods in Economics*.MIT Press.1998.

Karras, Georgios y Stokes, Houston H. Why are the effects of money-supply shocks asymmetric?. Evidence from prices, consumption and investment. *Journal of Macroeconomics*, vol. 21 nº 4 (otoño 1999), pp. 713-727. 1999.

Kashyap, Anil K. et al. [Stein, Jeremy C. y Wilcox, David W.]Monetary policy and credit conditions: evidence from the composition of external finance. *The American Economic Review*.Vol. 83, issue 1 (marzo), pp. 78-98. 1993.

Khan, Aubhik et al. [Robert G. King y Alexander L. Wolman] Optimal monetary policy. NBER Working Paper Nº 9402. Diciembre 2002.

Kim, Chang-Jin y Nelson, Charles. *State-Space models with regime switching*. MIT press.1999.

King, Robert G. y Plosser, Charles I. Money, credit and prices in a real business cycle model. *American Economic Review*, vol. 74, issue 3 (junio), pp. 363-380. 1984. (Incluido en Kydland, 1995)

Kim, Jinill. Indeterminacy and investment adjustment costs. *Federal Reserve Working Paper*. 1998.

King, Robert G. y Watson, Mark W. Money, prices, interest rates and the business cycle. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 78, issue 1, pp. 35-66. 1996.

Kiyotaki, Nobuhiro y Moore, John. Credit cycles.NBER Working Paper nº 5083. 1995.

Kydland, Finn E. (Editor) Business cycle theory. Edward Elgar Publishing Limited. 1995.

Kydland, Finn E. y Prescott, Edward C. Business cycles: real facts and a monetary myth. Quarterly Review of Federal Reserve Bank of Minneapolis. Primavera 1990. (Incluido en Kydland, 1995)

Kydland, Finn E. y Prescott, Edward C. Time to build and aggregate fluctuations. Econometrica. Vol. 50, issue 6 (noviembre 1982), pp. 1345-1370. 1982.

Leahy, John V. y Whited, Toni M. The effect of uncertainty on investment: some stylized facts. NBER Working Paper Series. WP n° 4986. Enero. 1995.

Lucas, Robert E. Jr. Adjustment costs and the theory of supply. Journal of Political Economy. Vol. 75, pp. 321-334. 1967. (citado en Abel, 1983).

Lucas, Robert E. Jr. y Stokey, Nancy L. Money and interest in a cash-in-advance economy. Econometrica, Vol. 55, issue 3 (mayo), pp. 491-513. 1987.

Lucas, Robert E. Jr. Methods and problems in business cycle theory. Journal of Money, Credit and Banking. Vol. 12, issue 4, 2ª parte (noviembre), pp. 696-715. 1980. En Kydland, Finn E. Business Cycle Theory. 1995.

Lucas, Robert E. Jr. Nobel Lecture: Monetary Neutrality. The Journal of Political Economy. Vol. 104, issue 4 (agosto), pp. 661-682. 1996.

Lütkepohl, H. Introduction to multiple time series analysis. Berlin Springer. 1991.

Malliaropoulos, Dimitrios. Testing long-run neutrality of money: evidence from the U.K.. Applied Economics Letters, Vol. 2, pp. 347-350. 1995.

Marimon, Ramon y Scott, Andrew. [Editores] Computational methods for the study of dynamic economies. Oxford University Press. 1999.

Masuch, Klaus et al. [Pill, Huw y Willeke, Caroline]. Framework and tools of monetary analysis. Documento presentado en el seminario "Monetary Analysis: Tools and Applications" organizado por el Banco Central Europeo. Noviembre 2000. 2001.

Mathworks Inc. Matlab 5. User's Manual. 1999.

McCandless, George T. y Weber, Warren E. Some monetary facts. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quaterly Review. Vol. 19, nº 3. Verano 1995, pp. 2-11. 1995.

Melis, Francisco. Series temporales, coyuntura económica y el BTS del INE: la utilidad y las limitaciones de la tasa interanual. Boletín trimestral de Coyuntura. INE. Marzo 1984

Meyer, John R. y Kuh, Edwin. The investment decision: an empirical study. Cambridge: Harvard University Press. 1957.

Miranda, Mario J. y Fackler, Paul L. Applied computational economic and finance. Manuscrito.

Mojon, Benoit; Smets, Frank y Vermeulen, Philip. Investment and monetary policy in the Euro Area. European Central Bank Working Paper Series. WP nº 78. Octubre 2001.

Moral, Julián. Introducción al tratamiento de series temporales mediante filtros. Trabajo de Investigación Título de Estudios Avanzados. 2000.

Mussa, Michael. External and internal adjustment costs and the theory of aggregate and firm investment. Economica, vol. 47, pp. 163-178. 1977. (citado en Abel, 1983).

Ono, Masanori. A computational approach to liquidity-constrained firms over an infinite horizon. (Proximamente) Journal of Economic Dynamics and Control. Vol. 28, issue 1 (octubre 2003), pp. 189-205. 2003

Pindyck, Robert S. Adjustment cost, uncertainty and the behavior of the firm. The American Economic Review. Vol. 72, issue 3 (junio), pp. 415-427. 1982.

Pindyck, Robert S. Irreversible investment, capacity choice and the value of the firm. The American Economic Review, vol. 78, issue 5 (diciembre), pp. 969-985. 1988.

Pindyck, Robert S. Irreversibility, uncertainty, and investment. Journal of Economic Literature, vol. 29, issue 3 (septiembre), pp. 1110-1148. 1991.

Pindyck, Robert S. A note on competitive investment under uncertainty. The American Economic Review, vol. 83, issue 1 (marzo 1993), pp. 273-277. 1993.

- Pratap, Sangeeta. Do adjustment costs explain investment-cash flow insensitivity?. *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 27, pp. 1993-2006. 2003
- Rotemberg, Julio J. A monetary equilibrium model with transactions costs. *Journal of Public Economy*. Vol. 92, pp. 41-58. 1984.
- Rust, John. Structural stimation of markov decision processes. *Handbook of Econometrics*, Vol. IV. Eds. R.F. Engle y D. L. McFadden. Elsevier.1994.
- Rust, John. Numerical Dynamic Programming in Economics. Mimeo Universidad de Wisconsin.1995. (Publicado posteriormente en "Handbook of Computational Economics")
- Sargent, Thomas J. *Dynamic macroeconomic theory* (6ª ed.). Harvard University Press. 1987.
- Scaramozzino, Pasquale. Investment irreversibility and finance constraints. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*. Vol. 59, issue 1. Pp. 89-108. 1997.
- Schaller, H. Asymmetric information, liquidity constraints and Canadia investment. *Canadian Journal of Economics*. Vol. 23. Pp. 552-574. 1993.
- Smets, Frank y Wouters, Frank. An stimated stochastic dynamic general equilibrium model of the euro area. ECB Working Paper N° 171. Agosto 2002.
- Stock, James H, y Watson, Mark W. Business cycle fluctuations in U.S macroeconomic time series. NBER Working Paper n° 6528.1998.
- Stockman, Alan C. Anticipated inflation and the capital stock in a cash-in-advance economy. *Journal of Monetary Economics* 8,3 (noviembre), pp. 387-393.1981.
- Summers, L. H. Taxation and corporate investment- a Q theory approach. *Brookings Papers on Economic Activity*. Vol. 1 pp.67.-140. 1981.
- Svensson, Lars E. Money and asset prices in a cash-in-advance economy. *The Journal of Political Economy*, Vol. 93, issue 5 (octubre), pp. 919-944. 1985.
- Swanson, Norman R. Money and output viewed through a rolling vindow. *Journal of Monetary Economics*, vol. 41, pp. 455-473.1998.

Taylor, John B. Staggered wage setting in macro-model. *American Economic Review*, vol. 69 issue 2 (mayo) pp. 108-113. 1979.

Trecroci, C. y Vega, J.L. The information content of M3 for future inflation, ECB Working paper No. 33. 2000.

Uhlig, Harald. A toolkit for analysing nonlinear dynamic stochastic models easily. Discussion Paper 101, Federal Reserve of Minneapolis. Junio 1995.

Uhlig, Harald. A toolkit for analysing nonlinear dynamic stochastic models easily. En: "Computational methods for the study of dynamic economies" Editado por Ramón Marimon y Andrew Scott. Oxford University Press. 1999.

Valderrama, María. Credit channel and investment behavior in Austria: A micro-econometric approach. European Central Bank Working Paper Series. WP nº 108. 2001.

Vermeulen, Philip. Business fixed investment: evidence of a financial accelerator in Europe. European Central Bank Working Paper nº 37. 2000.

Walsh, Carl E. Monetary Theory and Policy. Massachusetts Institute of Technology (MIT). 1998

Wallis, K. F. Seasonal adjustment and relations between variables. *Journal of the American Statistical Association* 1974. Recogido en "Modelling Seasonality" . S. Hylleberg (Editor). Oxford University Press. 1992

Whited, T.M. Debt, liquidity constraints and corporate investment: evidence from panel data. *Journal of Finance*. Vol. 47. pp. 1425-1460. 1992.

Zarnowitz, Victor. What is a business cycle?. NBER Working Paper Nº 3863. 1991.

Zarnowitz, Victor. Business cycles. Theory, History, indicators and forecasting. The University of Chicago Press. 1992.

ANEXO

A.1.-OPTIMIZACION DINAMICA: ENFOQUE DISCRETO

En este apartado del Anexo se presentarán algunos de los resultados básicos de optimización dinámica, desde un punto de vista eminentemente práctico, obviando los desarrollos matemáticos que "esconden" ciertos resultados. Las referencias básicas para abordar este tipo de problemas, entre muchas otras, son Sargent (1987), Bertsekas (1987), y Cerdá (2001). En cuanto a los métodos numéricos de resolución de la ecuación de Bellman, las referencias obligadas son Marimon (1999, Judd (1998) y Rust (1995) . En estas referencias podrá encontrar el lector interesado las pruebas y demostraciones detalladas de los resultados aquí presentados.

En un problema de optimización dinámica, un agente decisor resuelve un problema intertemporal de optimización, de forma que determina una secuencia de decisiones que maximizan una determinada función, teniendo presente que las decisiones afectan tanto a la evolución futura del sistema como a la función que se trata de maximizar.

En función de la existencia o no de elementos estocásticos que afecten a la evolución del sistema y del horizonte temporal de la maximización, finito o infinito, se distinguen los problemas de optimización dinámica estocásticos o deterministas, y a su vez, de horizonte temporal finito o infinito.

A.1.1.-OPTIMIZACIÓN DINÁMICA DETERMINISTA CON HORIZONTE FINITO

La estructura básica de un modelo de optimización dinámica determinista con horizonte temporal finito es la siguiente:

- Funcional objetivo a optimizar (maximizar generalmente)

$$J = r(x_0, u_0) + r(x_1, u_1) + r(x_2, u_2) + \dots + r(x_T, u_T) + W(x_{T+1}) = \sum_{t=0}^T r(x_t, u_t) + W(x_{T+1})$$

Donde $r(x_t, u_t)$ es la función "recompensa" que depende de la variable de estado¹ (x_t) y del control (u_t), que recoge las decisiones que toma el agente y que constituirán los argumentos de optimización. $W(x_{T+1})$ es la "recompensa" final o valor de terminación.

- Restricción dinámica

$$x_{t+1} = g(x_t, u_t)$$

La función $g(x_t, u_t)$ es denominada función de transición, la cual recoge como evoluciona el sistema partiendo de un estado inicial x_t y asumiendo que se aplica el control u_t .

En base a estos dos elementos, el problema de optimización queda definido como:

¹ Tal y como señala Sargent (1987) la distinción entre variables de estado o control es en muchos casos arbitraria a efectos prácticos. No hay que olvidar que estos métodos se desarrollaron especialmente para problemas "físicos" en los que el estado y los controles suelen tener sentido.

$$\text{Max}_{u_t} \sum_{t=0}^T r(x_t, u_t) + W(x_{T+1})$$

Sujeto a

$$x_{t+1} = g(x_t, u_t)$$

La resolución de este tipo de problemas puede abordarse a través de dos métodos complementarios, aunque existen otras alternativas. Estos métodos son la formulación de la ecuación de Bellman o planteamiento mediante multiplicadores dinámicos de Lagrange.

La resolución del problema planteado mediante la ecuación de Bellman se basa en el principio de optimalidad de Bellman, en base al cual se establece la equivalencia entre el problema anterior y la siguiente sucesión de problemas de optimización:

Siendo $V_{T+1}^*(x_{T+1}) = W(x_{T+1})$, para cada $k = T, T-1, T-2, \dots, 2, 1, 0$, plantear la optimización

$$V_k^*(x_k) = \text{Max}_{u_k} \{r(x_k, u_k) + V_{k+1}^*(x_{k+1})\}$$

$$\text{con } x_{k+1} = g(x_k, u_k)$$

Donde, la ecuación $V_k^*(x_k) = \text{Max}_{u_k} \{r(x_k, u_k) + V_{k+1}^*(x_{k+1})\}$ se denomina ecuación de Bellman.

Como se puede comprobar, el proceso de resolución opera "hacia atrás", se parte del período $T+1$ y se va resolviendo cada uno de los problemas de optimización sucesivos.

De forma alternativa a la iteración directa de la ecuación de Bellman, en ocasiones resulta más interesante proceder a la obtención de la ecuación de Euler y a través de ella tratar de resolver el problema de optimización dinámica, al menos, en la determinación de los controles óptimos, que frecuentemente es el resultado que realmente se busca².

Si asumimos que las funciones $r(x, u)$, $g(x, u)$ y $W(x_{T+1})$ admiten diferenciación hasta el orden que se desee, se puede comprobar que la condición de primer orden de maximización de la Ecuación de Bellman satisface:

² En los problemas que se tratan en esta tesis doctoral suele resultar irrelevante conocer qué valor toma la función maximizada.

$$\frac{\partial V_k^*(x_k)}{\partial u_k} = 0 = \frac{\partial r(x_k, u_k)}{\partial u_k} + \frac{\partial V_{k+1}^*(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial u_k} = \frac{\partial r(x_k, u_k)}{\partial u_k} + \frac{\partial V_{k+1}^*(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}} \frac{\partial g(x_k, u_k)}{\partial u_k} = 0$$

El término $\frac{\partial V_{k+1}^*(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}}$ se resuelve en cada paso partiendo del valor final en T+1 que

viene dado por $V_{T+1}^*(x_{T+1}) = W(x_{T+1})$.

Resolviendo la ecuación planteada para u_k , se llegaría a una expresión del tipo $u_k^* = h(x_k)$, es decir, el control óptimo en el período k es función del "estado" del sistema en dicho período, el cual viene definido por las variables x_t . Teniendo presente esto, puede plantearse:

$$\frac{\partial V_k^*(x_k)}{\partial x_k} = \frac{\partial r(x_k, u_k)}{\partial x_k} + \frac{\partial r(x_k, u_k)}{\partial u_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \frac{\partial V_{k+1}^*(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial x_k} + \frac{\partial V_{k+1}^*(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial u_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$

Reordenando:

$$\frac{\partial V_k^*(x_k)}{\partial x_k} = \frac{\partial r(x_k, u_k)}{\partial x_k} + \frac{\partial V_{k+1}^*(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial x_k} + \left[\frac{\partial r(x_k, u_k)}{\partial u_k} + \frac{\partial V_{k+1}^*(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial u_k} \right] \frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$

Teniendo presente la condición de primer orden de optimización, y asumiendo que la variable de control toma el valor óptimo, finalmente se llegaría a (teorema de la envolvente):

$$\frac{\partial V_k^*(x_k)}{\partial x_k} = \frac{\partial r(x_k, u_k^*)}{\partial x_k} + \frac{\partial V_{k+1}^*(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial x_k} = \frac{\partial r(x_k, u_k^*)}{\partial x_k} + \frac{\partial V_{k+1}^*(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}} \frac{\partial g(x_k, u_k^*)}{\partial x_k}$$

Con este resultado, en numerosas ocasiones será posible eliminar el término $\frac{\partial V_{k+1}^*(x_{k+1})}{\partial x_{k+1}}$ que aparece en la condición de primer orden de optimalidad de los controles, simplemente desplazando un período hacia delante el resultado que se obtiene de la aplicación del teorema de la envolvente. Este procedimiento permite obtener la denominada ecuación de Euler.

A modo de ejemplo, consideremos el modelo básico de crecimiento de Brock-Mirman en el que el "planificador social" trata de maximizar el siguiente flujo descontado de utilidad

$J = \sum_{t=0}^T \beta^t u(c_t)$, asumiendo la identidad macroeconómica (inversión más consumo igual a producción en una economía cerrada sin sector público) $k_{t+1} + c_t = f(k_t)$.

Una forma conveniente de abordar este problema es asumir que k_{t+1} es el "control" y que k_t es la variable de "estado" y despejar el consumo a partir de la ecuación de balance. La ecuación de Bellman correspondiente a este problema es:

$$V(k_t) = \text{Max}_{k_{t+1}} \{u[f(k_t) - k_{t+1}] + \beta V(k_{t+1})\}$$

La condición de primer orden para k_{t+1} equivale a :

$$\frac{\partial u}{\partial c_t} \frac{\partial c_t}{\partial k_{t+1}} + \beta \frac{\partial V(k_{t+1})}{\partial k_{t+1}} = 0 \Rightarrow u_c(c_t) = \beta \frac{\partial V(k_{t+1})}{\partial k_{t+1}}.$$

Según el teorema de la envolvente:

$$\frac{\partial V(k_t)}{\partial k_t} = \frac{\partial u}{\partial c_t} \frac{\partial c_t}{\partial k_t} + \beta \frac{\partial V(k_{t+1})}{\partial k_{t+1}} \frac{\partial k_{t+1}}{\partial k_t} = u_c(c_t) f_k(k_t),$$

dado que la ecuación de transición adopta la forma $x_{t+1}=u_t$, ya que $k_{t+1}=k_{t+1}$, por lo tanto $\partial k_{t+1} / \partial k_t = 0$. Sustituyendo la ecuación anterior, desplazada un período, en la condición de primer orden se obtiene:

$$u_c(c_t) = \beta u_c(c_{t+1}) f_k(k_{t+1})$$

que es la ecuación de Euler para este problema, de la cual se desprende

$$\frac{u_c(c_t)}{u_c(c_{t+1})} = \beta f_k(k_{t+1})$$

es decir, en el óptimo, se sacrifica consumo actual para invertir hasta que el cociente entre utilidad marginal del consumo actual y del futuro equivale a la productividad marginal del capital descontada un período.

La ecuación de Euler puede expresarse, teniendo en cuenta la restricción presupuestaria intertemporal, como:

$$\frac{u_c(f(k_t) - k_{t+1})}{u_c(f(k_{t+1}) - k_{t+2})} - \beta f_k(k_{t+1}) = 0$$

que es una ecuación no lineal en diferencias de 2º orden, a partir de la cual se puede determinar de forma única el stock de capital óptimo, siempre que se disponga de dos condiciones iniciales. Estas condiciones son el stock de capital inicial (generalmente 0) y por otra parte la denominada condición de "transversalidad" que cuando el horizonte temporal es finito equivale a

$$\lambda_T K_{T+1} = 0, \text{ siendo } \lambda_T = \frac{\partial V_T}{\partial k_T}.$$

Si se asumen formas funcionales concretas para la función de utilidad y la función de producción, es posible simular numéricamente el problema descrito. Así, si $U(c_t) = \ln(c_t)$ y $f(k_t) = k_t^\alpha$, con $0 < \alpha < 1$, la ecuación de Euler particularizada para estos supuestos es:

$$\frac{k_{t+1}^\alpha - k_{t+2}^\alpha}{k_t^\alpha - k_{t+1}^\alpha} - \beta \alpha k_{t+1}^{\alpha-1} = 0.$$

Dado que el modelo es de horizonte temporal finito, la ecuación anterior expresada para $t=0, 1, 2, \dots, T+1$ proporcionaría un conjunto de $T+1$ ecuaciones con $T+1$ incógnitas (K_0, K_1, \dots, K_{T+1}) que puede ser resuelta numéricamente mediante, por ejemplo, el método de Newton-Raphson, tal y como proponen Heer y Maussner (2002).

El segundo procedimiento consiste en la aplicación de los multiplicadores de Lagrange al problema de optimización con restricciones analizado, que como se recordará es:

$$\text{Max}_{u_t} \sum_{t=0}^T r(x_t, u_t) + W(x_{T+1})$$

Sujeto a

$$x_{t+1} = g(x_t, u_t)$$

Utilizando los multiplicadores de Lagrange podemos plantear el siguiente lagrangiano, asociando el multiplicador λ a la restricción dinámica, es decir, a la ecuación de estado:

$$L = \sum_{t=0}^T [r(x_t, u_t) + \lambda_t (g(x_t, u_t) - x_{t+1})] + W(x_{T+1}) = r(x_0, u_0) + \lambda_0 (g(x_0, u_0) - x_1) + \\ + r(x_1, u_1) + \lambda_1 (g(x_1, u_1) - x_2) + \dots + r(x_{t-1}, u_{t-1}) + \lambda_{t-1} (g(x_{t-1}, u_{t-1}) - x_t) + \\ + r(x_t, u_t) + \lambda_t (g(x_t, u_t) - x_{t+1}) + \dots + \lambda_T (g(x_T, u_T) - x_{T+1}) + W(x_{T+1})$$

Maximizar el lagrangiano especificado supone obtener las siguientes condiciones de primer orden (CPO):

➤ CPO para x_t

$$\frac{\partial L}{\partial x_t} = \frac{\partial r(x_t, u_t)}{\partial x_t} + \lambda_t \frac{\partial g(x_t, u_t)}{\partial x_t} - \lambda_{t-1} = 0$$

➤ CPO para u_t

$$\frac{\partial L}{\partial u_t} = \frac{\partial r(x_t, u_t)}{\partial u_t} + \lambda_t \frac{\partial g(x_t, u_t)}{\partial u_t} = 0$$

➤ CPO para x_{T+1}

$$\frac{\partial L}{\partial x_{T+1}} = \frac{\partial W(x_{T+1})}{\partial x_{T+1}} - \lambda_T = 0$$

➤ CPO para λ_t

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_t} = g(x_t, u_t) - x_{t+1} = 0$$

Las condiciones de primer orden generarían un sistema de ecuaciones con tantas incógnitas como ecuaciones, lo cual conduciría a una única solución óptima. Cabe destacar la forma recursiva de la solución. Así partiendo de la CPO para x_{T+1} , es posible obtener el valor del multiplicador λ_T , el cual, se sustituye en la CPO para u_T para obtener:

$$\frac{\partial r(x_T, u_T)}{\partial u_T} + \frac{\partial W(x_{T+1})}{\partial x_{T+1}} \frac{\partial g(x_T, u_T)}{\partial u_T} = 0$$

lo que junto a la ecuación de transición, $x_{T+1} = g(x_T, u_T)$ correspondiente, permite obtener el valor del control óptimo en u_T y el valor x_{T+1} .

A partir de estos valores se irían obteniendo u_{T-1} y x_T sustituyendo los valores obtenidos previamente en las CPO de u_{T-1} , teniendo presente que:

$$\lambda_{T-1} = \frac{\partial r(x_T, u_T)}{\partial x_T} + \lambda_T \frac{\partial g(x_T, u_T)}{\partial x_T}$$

Como se puede comprobar la resolución es "empezando por el final", de igual manera a como propone Bellman en su principio de optimalidad.

Aplicando este método al modelo simple de Brock-Mirman con horizonte finito se obtendrían las condiciones de primer orden para el consumo c_t , $u_c(c_t) = \lambda_t$; y para el capital k_t , $\lambda_{t-1} = \lambda_t \beta f'_K(k_t)$. Sustituyendo la CPO para el consumo en la CPO del capital se llegaría a:

$$u_c(c_{t-1}) = u_c(c_t) \beta f'_K(k_t)$$

que es exactamente la ecuación de Euler obtenida a partir de la ecuación de Bellman, como se ha visto previamente.

Una vez obtenida la ecuación de Euler puede procederse de la misma forma que se especificó previamente, obteniéndose tanto el capital como el consumo óptimos.

A.1.2.-OPTIMIZACIÓN DINÁMICA DETERMINISTA CON HORIZONTE INFINITO

Cuando el problema de optimización planteado previamente carece de fecha de terminación, es decir, cuando $T \rightarrow \infty$, no se puede asegurar siempre que exista un valor óptimo y que los métodos presentados conduzcan a una solución óptima.

Uno de los casos en los que existe óptimo es el caso de problemas de optimización con descuento y función de recompensa acotada, es decir, aquellos que responden a la formulación general:

$$\text{Max}_{u_t} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t r(x_t, u_t)$$

Sujeto a

$$x_{t+1} = g(x_t, u_t)$$

Donde $0 < \beta < 1$ es el factor de descuento y la función de recompensa está acotada, es decir, $0 \leq r(x_t, u_t) \leq M$.

En este caso la ecuación de Bellman se expresaría como

$$V_t^*(x_t) = \text{Max}_{u_t} \{r(x_t, u_t) + \beta V_{t+1}^*(x_{t+1})\}$$

y puede demostrarse que bajo determinadas condiciones, (Sargent, 1987), generan políticas estacionarias, es decir, controles óptimos estacionarios, ya que se llegaría a una solución del tipo $u_t^* = h(x_t) = \bar{\mu}, \bar{\mu}, \bar{\mu}, \dots$, donde u_t^* es el argumento que maximiza la ecuación de Bellman, es decir,

$$u_t^*(x_t) = \text{Arg max}_{u_t} \{r(x_t, u_t) + \beta V_{t+1}^*(x_{t+1})\}$$

El resultado clave que permite abordar los problemas de optimización dinámica con horizonte infinito es el denominado teorema de la contracción ("contraction mapping theorem"), el cual valida la utilización de la ecuación de Bellman y del método basado en la iteración de la función valor para obtener el óptimo deseado así como la política estacionaria.

La resolución de este tipo de problemas, ante la imposibilidad de obtener soluciones analíticas en muchas ocasiones, puede abordarse a través de técnicas numéricas. En la Tesis Doctoral presentada se han considerado básicamente dos diferentes aproximaciones, por una parte el método de log-linearización de las condiciones necesarias en equilibrio, tal y como es expuesto por Uhlig(1995). La segunda de las aproximaciones explota el teorema de la contracción y comprende técnicas puramente numéricas que no precisan más que de la

especificación de la ecuación de Bellman. Dentro de esta segunda aproximación los métodos utilizados en esta tesis han sido el método de iteración de la función valor y el método de iteración de la "política" o control. Hay que tener presente que no son éstos los únicos métodos que existen a la hora de abordar la resolución numérica de problemas de programación dinámica, Rust (1995), Benitez-Silva et al. (2000), Marimon y Scott (1999), Aruoba et al. (2003) y Judd (1998) muestran varios de los métodos más utilizados así como comparaciones entre ellos.

En los subapartados siguientes se presentan las líneas básicas de funcionamiento de los métodos de iteración en la función valor e iteración de la política. El método de log-linearización será presentado al tratar los problemas de optimización dinámica estocástica de horizonte infinito.

A.1.2.1.-MÉTODO DE ITERACIÓN EN LA FUNCIÓN VALOR

El problema a resolver, en términos de la ecuación de Bellman es (se quita el subíndice temporal dado que carece de sentido):

$$V^*(x) = \text{Max}_u \{r(x,u) + \beta V^*(x')\}$$

Donde x y u toman valores en un continuo acotado.

El método de iteración de la función valor consiste en los siguientes pasos (asumiendo que sólo hay 1 variable de estado y 1 variable de control):

1. Se define una malla de puntos para x y para u en los que se evaluarán la función valor $V(x)$ y la función de recompensa, $r(x,u)$. Dicha malla³ se compone de n puntos para x y de m puntos para u , de forma que $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ y $U=(u_1, u_2, \dots, u_m)$.
2. Se define un valor arbitrario de la función valor para cada uno de los n puntos en que se ha segmentado el conjunto X . Dicha suposición se denomina V^0 . Una de las posibilidades es definir $V^0=(0,0,0,\dots,0)$ (n ceros en total). Asimismo, se define un

³ Es recomendable definir la malla de puntos en el entorno de los valores estacionarios de las variables.

criterio de convergencia, ε , que medirá el valor mínimo de diferencia entre dos iteraciones consecutivas.

3. Para cada x_i ($i=1, 2, \dots, n$) se determina el u_j que maximiza la ecuación de Bellman y se calcula V^1_i según:

$$V^1_i = \text{Max}_u \{r(x_i, u) + \beta V^0\} \quad . \quad ^4$$

Al finalizar este paso se obtiene V^1 que contiene el valor máximo de la ecuación de Bellman para cada uno de los valores en que se ha segmentado el conjunto X .

4. Se calcula la diferencia entre V^1 y V^0 . Si dicha diferencia es inferior al criterio de convergencia, ε , se detiene el procedimiento, si es superior se retoma el segundo paso haciendo $V^0=V^1$. Es decir, si $\|V^1 - V^0\| < \varepsilon$ se va al paso 5, y en caso contrario se vuelve a 2 con $V^0=V^1$.

5. Se calcula la solución final. El valor de la función valor maximizada es V^1 , y el valor de la política óptima o control óptimo son aquellos valores u_j que maximizan V^1 para cada uno de los valores x_i . Es decir, se computa el control óptimo como $u^*(x) = \text{Arg max}_u \{r(x, u) + \beta V^0\}$

⁴ La mejor opción es definir la matriz R , que contenga el valor de $r(x_i, u_j)$, es decir

$$R = \begin{pmatrix} r(x_1, u_1) & r(x_1, u_2) & \cdots & r(x_1, u_m) \\ r(x_2, u_1) & r(x_2, u_2) & \cdots & r(x_2, u_m) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r(x_n, u_1) & r(x_n, u_2) & \cdots & r(x_n, u_m) \end{pmatrix}$$

y determinar para cada fila la columna en la que la matriz $R+\beta V^0$ alcanza el mayor valor, donde

$$\beta V^0 = \beta \begin{pmatrix} V^0_1 & V^0_1 & \cdots & V^0_1 \\ V^0_2 & V^0_2 & \cdots & V^0_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ V^0_n & V^0_1 & \cdots & V^0_n \end{pmatrix}$$

Sobre este algoritmo básico se pueden aplicar distintas técnicas para acelerar su convergencia. Algunas de las posibles técnicas de aceleración consiste en seleccionar cuidadosamente la malla de puntos, explotar la monotonicidad del control óptimo, aprovechar la concavidad de la función valor, etc. En esta tesis el método de aceleración más utilizado ha sido el de aproximaciones sucesivas con errores acotados (método de McQueen-Porteus). Según este método se determinan previamente las cotas LB_n y UB_n

$$LB_n = \min[V^1 - V^0] \beta / (1 - \beta)$$

$$UB_n = \max[V^1 - V^0] \beta / (1 - \beta)$$

Y en el paso 4 en vez de sustituir la función valor inicial V^0 por el resultado de la iteración actual V^1 (siempre que no se supere el criterio de convergencia) se hace el cambio:

$$V^0 = V^1 + \frac{UB_n + LB_n}{2} e$$

Donde e es un vector de unos.

A.1.2.2.-MÉTODO DE ITERACIÓN EN LA POLÍTICA

1. Se define una malla de puntos para x y para u en los que se evaluarán la función valor $V(x)$ y la función de recompensa, $r(x,u)$. Dicha malla se compone de n puntos para x y de m puntos para u , de forma que $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ y $U=(u_1, u_2, \dots, u_m)$.
2. Se define un valor arbitrario de la función valor para cada uno de los n puntos en que se ha segmentado el conjunto X . Dicha suposición se denomina V^0 . Una de las posibilidades es definir $V^0=(0, 0, 0, \dots, 0)$ (n ceros en total). Asimismo, se define un criterio de convergencia ε que medirá el valor mínimo de diferencia entre dos iteraciones consecutivas.
3. Para cada x_i ($i=1, 2, \dots, n$) se determina el u_j que maximiza la ecuación de Bellman:

$$U^0(x_i) = \text{Arg max}_{u_j} \{r(x_i, u_j) + \beta V^0\}.$$

Al finalizar este paso se obtiene U^0 que contiene el valor del control óptimo para cada x_i .

4. Se calcula el valor de la función valor que correspondería con la política determinada previamente $U^0=h(x)$, asumiendo que tal política se aplica indefinidamente. Para ello se resuelve:

$$V^1 = [I - \beta Q]^{-1} r(x, U^0) \quad ^5$$

Donde I es una matriz identidad, y Q está formada por las filas de una matriz identidad reordenadas conforme a la ordenación que surge del paso 3 (p.ej. si para x_1 el control óptimo es u_3 , entonces en la primera fila de Q se coloca la fila 3 de una matriz identidad).

5. Se calcula la diferencia entre V^1 y V^0 , si dicha diferencia es inferior al criterio de convergencia, ϵ , se va al paso 6, si es superior se retoma el segundo paso haciendo $V^0=V^1$.
6. Se calcula la solución final. El valor de la función valor maximizada es V^1 , y el valor de la política óptima o control óptimo es el obtenido en el paso 3.

El método de iteración en la política supone generalmente una notable reducción en el número de iteraciones necesarias para lograr la convergencia de la función valor.

A.1.3.-OPTIMIZACIÓN DINÁMICA ESTOCÁSTICA CON HORIZONTE INFINITO

El tipo de problemas que se analizan, responden a la siguiente formulación:

$$\text{Max}_{u_t} E \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t r(x_t, u_t) \right]$$

⁵ Dado que este paso supone invertir una matriz de, generalmente, notables dimensiones, puede ser "costoso" en computación, por lo que en ocasiones se propone calcular V^1 a través de los pasos (Judd,1998):

1.- $W^0=V^0$

2.- $W^{j+1}=r(x,U)+\beta QW^j$, para $j=0,1,\dots,k$ siendo k un número suficientemente alto.

3.- $V^1=W^{k+1}$

Sujeto a

$$x_{t+1} = g(x_t, u_t, \varepsilon_{t+1})$$

Donde $0 < \beta < 1$ es el factor de descuento, E es la esperanza matemática y ε es una perturbación aleatoria idéntica e independientemente que se distribuye conforme a una función de distribución conocida.

La optimización puede abordarse nuevamente a través del planteamiento y optimización de la ecuación de Bellman o bien mediante la utilización del método de los multiplicadores de lagrange y posterior optimización del lagrangiano planteado.

Tal y como señala Sargent (1987), en este caso la ecuación de Bellman se expresaría como

$$V_t^*(x_t) = \text{Max}_{u_t} \{ r(x_t, u_t) + \beta E V_{t+1}^*(x_{t+1}, \varepsilon_{t+1}) \}$$

O alternativamente, si la variable aleatoria es continua:

$$V_t^*(x_t) = \text{Max}_{u_t} \left\{ r(x_t, u_t) + \beta \int V_{t+1}^*(x_{t+1}, \varepsilon_{t+1})' dF(\varepsilon_{t+1} | x_t, u_t) \right\}$$

O si la variable aleatoria es discreta (o se ha discretizado la variable continúa) y presenta N posibles realizaciones:

$$V_t^*(x_t) = \text{Max}_{u_t} \left\{ r(x_t, u_t) + \beta \sum_{i=1}^N V_{t+1}^*(x_{t+1}, \varepsilon_{t+1})' p(\varepsilon_{t+1} | x_t, u_t) \right\}$$

La condición de primer orden de maximización de la Ecuación de Bellman satisface:

$$\frac{\partial V_t^*(x_t)}{\partial u_t} = 0 = \frac{\partial r(x_t, u_t)}{\partial u_t} + \beta E \left[\frac{\partial V_{t+1}^*(x_{t+1}, \varepsilon_{t+1})}{\partial x_{t+1}} \frac{\partial g(x_t, u_t, \varepsilon_{t+1})}{\partial u_t} \Big| x_t, u_t \right] = 0$$

Conforme al teorema de la envolvente (donde u^* representa el valor de u en el óptimo):

$$\frac{\partial V_t^*(x_t)}{\partial x_t} = \frac{\partial r(x_t, u_t^*)}{\partial x_t} + \beta E \left[\frac{\partial V_{t+1}^*(x_{t+1}, \varepsilon_{t+1})}{\partial x_{t+1}} \frac{\partial g(x_t, u_t^*, \varepsilon_{t+1})}{\partial x_t} \middle| x_t, u_t \right]$$

En el caso especial de que $\frac{\partial g(x_t, u_t^*, \varepsilon_{t+1})}{\partial x_t} = 0$ ⁶, la expresión obtenida por la aplicación del teorema de la envolvente se reduce a :

$$\frac{\partial V_t^*(x_t)}{\partial x_t} = \frac{\partial r(x_t, u_t^*)}{\partial x_t}$$

lo que sustituido en la condición de primer orden de óptimos para u_t , proporciona la versión estocástica de la ecuación de Euler:

$$\frac{\partial r(x_t, u_t)}{\partial u_t} + \beta E \left[\frac{\partial r(x_{t+1}, u_{t+1})}{\partial x_{t+1}} \frac{\partial g(x_t, u_t, \varepsilon_{t+1})}{\partial u_t} \middle| x_t, u_t \right] = 0$$

La ecuación de Euler equivale a plantear una ecuación en diferencias, cuya resolución conduce a la determinación de la política o control óptimo. En muchas ocasiones no será posible o será inviable obtener una solución analítica compacta, por lo que son necesarios métodos alternativos de resolución. Estos métodos son idénticos a los comentados en el caso determinista, y los comentarios efectuados entonces resultan válidos también en el caso estocástico. A continuación se presentan las líneas básicas de tres procedimientos alternativos, el método de log-linearización de Uhlig, el método de iteración en la función valor y el método de iteración de la "política".

A.1.3.1.-MÉTODO DE LOG-LINEARIZACIÓN(UHLIG 1995).

El método de Uhlig consiste en los siguientes pasos⁷:

⁶ Algo que se producirá siempre que la variable de decisión o control sea el valor de la variable de estado en el período inmediatamente posterior. Esto sucedía, por ejemplo, en el modelo de Brock-Mirman analizado para el caso de horizonte finito, en el que la variable de control era el stock de capital del siguiente período, k_{t+1} , con lo que la ecuación de transición era de la forma $x_{t+1}=u_t \Rightarrow k_{t+1}=k_{t+1}$ y por lo tanto $\partial k_{t+1} / \partial k_t = 0$.

⁷ Para la aplicación de este método es necesario especificar relaciones funcionales concretas. Así, por ejemplo, no puede manejarse el concepto genérico de función de utilidad $U(c)$ sino que tendrá que especificarse $U(c)=\ln(c)$ o cualquier otra forma funcional admisible.

1. Determinación de las condiciones necesarias de óptimo, bien a través de la optimización de la ecuación de Bellman o bien mediante el método de los multiplicadores de Lagrange.
2. Determinación de los valores de las variables en el estado estacionario ("steady-state"), caracterizado bien por que las variables repiten sus valores período tras período o bien por que crecen a ritmo constante. Para ello será necesario dar valores concretos ("calibrar" el modelo) a los diferentes parámetros vinculados a los valores estacionarios.
3. Log-linearización de las condiciones necesarias de óptimo, de forma que las ecuaciones, generalmente no lineales, que suponen usualmente las condiciones necesarias, se transforman en versiones lineales en torno a los valores de equilibrio estacionario.
4. Obtener un sistema recursivo por el método de los coeficientes indeterminados.
5. Análisis de las funciones de impulso respuesta y de las correlaciones, covarianzas, y otros momentos de segundo orden. El sistema recursivo obtenido en el paso 4 también permite simular el modelo, lo que en ocasiones resultará mucho más ilustrativo.

Como ejemplo de los pasos 1 a 3 puede consultarse el apartado dedicado al análisis del modelo CIA en el corto plazo, a continuación se expondrán la técnica que permite obtener un sistema recursivo a partir de las condiciones de equilibrio expresadas en desviaciones respecto al equilibrio estacionario.

Como resultado de los pasos 1 a 3 se llegará a un sistema de ecuaciones matriciales con la siguiente estructura:

$$0 = Ax_t + Bx_{t-1} + Cy_t + Dz_t$$

$$0 = E_t [Fx_{t+1} + Gx_t + Hx_{t-1} + Jy_{t+1} + Ky_t + Lz_{t+1} + Mz_t]$$

$$z_{t+1} = Nz_t + \varepsilon_{t+1}$$

Donde⁸ x_t es un vector de variables de tipo "endógeno" de tamaño $(m \times 1)$, y_t es un vector de otras variables endógenas de tamaño $(n \times 1)$ y z_t un conjunto de $(k \times 1)$ variables estocásticas que dependen de $(k \times 1)$ perturbaciones aleatorias ε_t de esperanza nula. Se asume asimismo que la matriz C es de dimensiones $(l \times n)$, donde $l \geq n$ y rango igual a n , F es de dimensiones $(m+n-l) \times n$ y N tiene sólo autovectores estables (de módulo inferior a 1).

En el modelo CIA analizado a corto plazo, la log-linearización conducía al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\hat{y}_t = z_t + \alpha \hat{k}_{t-1} + (1 - \alpha) \hat{n}_t ;$$

$$\hat{k}_t = \frac{y^{ss}}{k^{ss}} \hat{y}_t + (1 - \delta) \hat{k}_{t-1} - \frac{c^{ss}}{k^{ss}} \hat{c}_t$$

$$(1 + \eta \frac{n^{ss}}{1 - n^{ss}}) \hat{n}_t = \hat{\lambda}_t + \hat{y}_t$$

$$\hat{m}_t = \hat{m}_{t-1} - \hat{\Pi}_t + u_t$$

$$R^{ss} \hat{R}_t \approx \alpha \frac{y^{ss}}{k^{ss}} (E_t \hat{y}_{t+1} - \hat{k}_t)$$

$$\hat{\lambda}_t = -E_t [\Phi \hat{m}_{t+1} + \hat{\Pi}_{t+1}]$$

$$\hat{\lambda}_t = E_t \hat{\lambda}_{t+1} + \hat{R}_t$$

Más las ecuaciones que determinan la evolución de los componentes estocásticos,

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t$$

$$u_t = \gamma u_{t-1} + \phi z_{t-1} + \varphi_t$$

Las variables se clasificaron conforme a: $x = \{k, m, R\}$; $y = \{y, n, \lambda, \Pi\}$; $z = \{z, u\}$, lo que supone que la representación sugerida por Uhlig supone definir las matrices:

⁸ Una vez linearizado el sistema no se distinguen entre variables de "estado" y variables de "control", tan sólo se dispondrá de un conjunto de variables. A priori no es posible establecer que variables tomarán el papel de x_t y cuales el papel de y_t . Uhlig establece unos criterios generales que se desprenden de la estructura definida previamente (aquellas variables que aparezcan con términos $t-1$ se incluyen como endógenas x_t).

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & -c^{ss}/k^{ss} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -\alpha & 0 & 0 \\ 1-\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & -(1-\alpha) & 0 & 0 \\ y^{ss}/k^{ss} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -(1+\eta)\left(\frac{n^{ss}}{1-n^{ss}}\right) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi & 0 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} \alpha \frac{y^{ss}}{k^{ss}} & 0 & R^{ss} \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & \Phi & 0 \end{pmatrix}; H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$J = \begin{pmatrix} -\alpha \frac{y^{ss}}{k^{ss}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; K = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; L = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; N = \begin{pmatrix} \rho & 0 \\ \phi & \gamma \end{pmatrix}$$

El objetivo de ese procedimiento es lograr un sistema recursivo del tipo:

$$x_t = Px_{t-1} + Qz_t$$

$$y_t = Rx_{t-1} + Sz_t;$$

por lo tanto, el problema consiste en determinar P, Q, R y S.

Si sustituimos la posible solución⁹ recursiva en el sistema especificado, asumiendo que $E(\epsilon) = 0$, se obtendría:

$$0 = A(Px_{t-1} + Qz_t) + Bx_{t-1} + C(Rx_{t-1} + Sz_t) + Dz_t$$

⁹Se sustituyen las expresiones, $x_t = Px_{t-1} + Qz_t$; $y_t = Rx_{t-1} + Sz_t$, $z_{t+1} = Nz_t + \epsilon_{t+1}$ y las que se obtienen a partir de ellas, como por ejemplo:

$$x_{t+1} = PPx_{t-1} + PQz_t + Qz_{t+1}; y_{t+1} = RPx_{t-1} + RQz_t + Sz_{t+1}.$$

$$0 = F(PPx_{t-1} + PQz_t + QNz_t) + G(Px_{t-1} + Qz_t) + Hx_{t-1} + J(RPx_{t-1} + RQz_t + SNz_t) + K(Rx_{t-1} + Sz_t) + LNz_t + Mz_t$$

Dado que las anteriores ecuaciones han de cumplirse para todo t , se ha de cumplir:

- Para la variable x_{t-1} ;

$$AP + B + CR = 0; \quad (a.1)$$

$$FP^2 + GP + H + JRP + KR = 0; \quad (a.2)$$

- Para la variable estocástica z_t ;

$$AQ + CS + D = 0; \quad (a.3)$$

$$FPQ + FQN + GQ + JRQ + JSN + KS + LN + M = 0 \quad (a.4)$$

De (a.1) es posible obtener el valor de la matriz R , a partir de la expresión $R = -C^{-1}(AP+B)$ ¹⁰. Sustituyendo este resultado en a.2 proporciona la expresión

$$FP^2 + GP + H - JC^{-1}(AP+B)P - KC^{-1}(AP+B) = 0$$

y deshaciendo paréntesis y reordenando proporciona, la expresión¹¹:

$$(F - JC^{-1}A)P^2 - (JC^{-1}B - G + KC^{-1}A)P - KC^{-1}B + H = 0 \quad (a.5)$$

Si denotamos la matriz C^0 como aquella que satisface $C^0C=0$, entonces a partir de la ecuación a.1 se obtiene:

$$C^0AP + C^0B = 0$$

Ecuación matricial que junto a (a.5) debe satisfacer la matriz P^{12} , la cual describe el comportamiento recursivo de x_t ¹³.

¹⁰ C^{-1} es la inversa o pseudo-inversa, dado que en ocasiones C no será invertible al no ser una matriz cuadrada.

¹¹ El paso intermedio es: $FP^2 + GP + H - JC^{-1}AP^2 - JC^{-1}BP - KC^{-1}AP - KC^{-1}B = 0$

A partir de la ecuación (a.3) es posible determinar el valor de S , dado que despejando se obtiene: $S = -C^{-1}(AQ + D)$, donde C^{-1} es la matriz inversa o pseudo-inversa de C . Obviamente es necesario previamente determinar el valor de Q , para ello Uhlig establece que, dado P y R se define la matriz V como (siendo I_k una matriz identidad de orden k y \otimes es el producto de Kronecker de dos matrices)¹⁴:

$$V = \begin{bmatrix} I_k \otimes A & I_k \otimes C \\ N' \otimes F + I_k \otimes (FP + JR + G) & N' \otimes J + I_k \otimes K \end{bmatrix}$$

Entonces (siendo vec la operación de vectorización de una matriz), se tiene que:

$$V \begin{bmatrix} \text{vec}(Q) \\ \text{vec}(S) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \text{vec}(D) \\ \text{vec}(LN + M) \end{bmatrix}$$

De donde multiplicando esta expresión por la matriz inversa de V permitiría obtener tanto Q como S , con lo que finalmente todas las matrices buscadas estarían determinadas.

Una vez identificadas la matrices, el sistema recursivo delimitado por las ecuaciones,

$$y_t = Rx_{t-1} + Sz_t$$

$$x_t = Px_{t-1} + Qz_t$$

$$z_{t+1} = Nz_t + \varepsilon_{t+1}$$

Puede ser analizado a través del estudio de las funciones impulso respuesta ¹⁵ o bien simularse el sistema en un período temporal determinado, asumiendo unos valores iniciales concretos y

¹² La resolución de la ecuación matricial cuadrática definida por a.5 no es trivial ni inmediata, Uhlig (1995 y 1999) detalla un posible método para resolver dicha ecuación.

¹³ Y la estabilidad del equilibrio, dado que la ecuación recursiva $x_t = Px_{t-1} + Qz_t$ es, en definitiva, un modelo tipo VAR cuya estabilidad viene determinada por los autovalores de P , véase por ejemplo Lütkepohl (1991), o Gandolfo (1996) para un tratamiento más profundo de la estabilidad en sistemas lineales de ecuaciones en diferencias y de los modelos VAR.

¹⁴ Esta matriz surge de la manipulación matricial de las condiciones a.3 y a.4.

¹⁵ Este análisis parte de asumir un shock unitario en una de las perturbaciones incluidas en el vector ε en un momento temporal concreto, dándose un valor nulo a dicha perturbación en el resto de momentos temporales analizados (obviamente el resto de perturbaciones vale siempre 0). A partir de este shock se analiza la evolución del sistema recursivo a lo largo del tiempo.

una realización concreta de las perturbaciones aleatorias. A partir de esta simulación¹⁶ es posible calcular diferentes estadísticos que caracterizan los comovimientos entre variables (correlaciones y correlaciones-cruzadas), así como medidas de variabilidad (varianza, desviación típica, etc.).

A.1.3.2.-MÉTODO DE ITERACIÓN EN LA FUNCIÓN VALOR

El problema a resolver, en términos de la ecuación de Bellman es (se quita el subíndice temporal dado que carece de sentido):

$$V^*(x) = \text{Max}_u \{ r(x, u) + \beta EV^*(x', \varepsilon) \}$$

Dado que se van aplicar técnicas numéricas, en primer lugar es preciso discretizar la variable aleatoria. En ocasiones esto supondrá asumir que la variable aleatoria evoluciona conforme a una cadena de markov o simplemente se asumirá que la variable toma un conjunto de valores determinados, de forma independiente en el tiempo con una probabilidad determinada. Esto supone que la ecuación de Bellman es:

$$V^*(x) = \text{Max}_u \left\{ r(x, u) + \beta \sum_{i=1}^m V^*(x, \varepsilon_i) p(\varepsilon_i | x, u) \right\}$$

Básicamente el procedimiento es similar al analizado en el caso determinista, salvo por la evaluación del valor esperado, lo cual supondrá calcular tantas funciones Valor como valores distintos se asuman de la perturbación aleatoria.

El método de iteración de la función valor consiste en los siguientes pasos:

1. Se define una malla de puntos para x y para u en los que se evaluarán la función valor $V(x)$ y la función de recompensa, $r(x, u)$. Asimismo se definen las posibles

¹⁶ Como destaca Uhlig (1995 y 1999) también es posible obtener los momentos de segundo orden (desviaciones típicas y covarianzas / correlaciones) a partir de las características espectrales que se derivan del sistema recursivo determinado por este método.

realizaciones de la perturbación aleatoria ε así como la probabilidad¹⁷, $p(\varepsilon_j|x, u)$, asociada a cada uno de ellos condicionada a los valores de x y u .

2. Se inicializa la función valor para cada uno de las posibles realizaciones de la perturbación aleatoria. Dicha suposición se denomina $V^0(\varepsilon_k)$.
3. Para cada x_i ($i=1,2,\dots,n$) y ε_j ($j=1,2,\dots,m$) se maximiza la ecuación de Bellman y se calcula V^1 según:

$$V^1(x) = \text{Max}_u \left\{ r(x, u) + \beta \sum_{j=1}^m V^0(x, \varepsilon_j) p(\varepsilon_j|x, u) \right\}$$

4. Se calcula la diferencia entre V^1 y V^0 , si dicha diferencia es inferior al criterio de convergencia, ε , se detiene el procedimiento, si es superior se retoma el segundo paso haciendo $V^0=V^1$. Es decir, si $\|V^1 - V^0\| < \varepsilon$ se va al paso 5, y en caso contrario se vuelve a 2 con $V^0=V^1$.
5. Se calcula la solución final. El valor de la función valor maximizada es V^1 , y el valor de la política óptima o control óptimo son aquellos valores u_j que maximizan V^1 para cada uno de los valores x_i . Es decir, se computa el control óptimo como

$$u^*(x) = \text{Arg max}_u \left\{ r(x, u) + \beta \sum_{j=1}^m V^0(x, \varepsilon_j) p(\varepsilon_j|x, u) \right\}$$

Sobre este algoritmo básico también se pueden aplicar distintas técnicas para acelerar su convergencia, entre ellas la técnica de aproximaciones sucesivas con errores acotados (método de McQueen-Porteus). Según este método se determinan previamente las cotas LB_n y UB_n

$$LB_n = \min[V^1 - V^0] \beta / (1 - \beta)$$

$$UB_n = \max[V^1 - V^0] \beta / (1 - \beta)$$

¹⁷ En ocasiones las variables aleatorias conforman una cadena de markov, con probabilidades de transición $\Pi = \{p_{ij}\}$, donde p_{ij} es la probabilidad de que la variable tome el valor ε_j en $t+1$, cuando en t tomo el valor ε_i . Si el shock aleatorio incluido en el modelo sigue un proceso AR(1), es posible discretizar dicho proceso aleatorio de tipo continuo, transformándolo en una cadena de markov equivalente.

Y en el paso 4 en vez de sustituir la función valor inicial V^0 por el resultado de la iteración actual V^1 (siempre que no se supere el criterio de convergencia) se hace el cambio:

$$V^0 = V^1 + \frac{UB_n + LB_n}{2} e$$

Donde e es un vector de unos.

A.1.3.3.-MÉTODO DE ITERACIÓN EN LA POLÍTICA

1. Se define una malla de puntos para x y para u y se discretiza el shock aleatorio.
2. Se define un valor arbitrario de la función valor para posible realización del shock aleatorio, $V^0(\varepsilon_k)$. Asimismo se define un criterio de convergencia ε .
3. Para cada x_i ($i=1,2,\dots,n$) y ε_j ($j=1,2,\dots,m$) se determina el argumento que maximiza la ecuación de Bellman:

$$U^0(x, \varepsilon) = \text{Arg max}_u \left\{ r(x, u) + \beta \sum_{j=1}^m V^0(x, \varepsilon_j) p(\varepsilon_j | x, u) \right\}$$

Al finalizar este paso se obtiene U^0 que contiene el valor del control óptimo para cada x y ε .

4. Se calcula el valor de la función valor que correspondería con la política determinada previamente $U^0=h(x,\varepsilon)$, asumiendo que tal política se aplica indefinidamente. Para ello se resuelve:

$$V_{\varepsilon k}^1 = [I - \beta \Pi Q]^{-1} r(x, U_{\varepsilon k}^0) \quad 18$$

¹⁸ Dado que este paso supone invertir una matriz de, generalmente, notables dimensiones, en ocasiones se propone calcular V^1 a través de los pasos (Judd,1998):

Donde I es una matriz identidad, Π es la matriz de probabilidades de transición (si es una cadena de Markov o simplemente las probabilidades asociadas a cada realización de la perturbación aleatoria) y Q está formada por las filas de una matriz identidad reubicadas conforme a la ordenación que surge del paso 3.

5. Se calcula la diferencia entre $V^1(\varepsilon)$ y $V^0(\varepsilon)$. Si dicha diferencia es inferior al criterio de convergencia, ε , se va al paso 6, si es superior se retoma el segundo paso haciendo $V^0 = V^1$.
6. Se calcula la solución final. El valor de la función valor maximizada es V^1 , y el valor de la política óptima o control óptimo es el obtenido en el paso 3.

$$1.-W^0 = V^0$$

$$2.-W^{j+1} = r(x, U) + \beta \Pi Q W^j, \text{ para } j=0, 1, \dots, k \text{ siendo } k \text{ un número suficientemente alto.}$$

$$3.-V^1 = W^{k+1}$$

A.2.-MÉTODOS DE ITERACIÓN: EL PROBLEMA DE LA DIMENSIONALIDAD

Uno de los principales inconvenientes asociados a la utilización del método de iteración en la función valor y de iteración en la "política", y en general, en cualquier método basado en la valoración de funciones en mallas de puntos, reside en la dimensionalidad del problema. Resulta relativamente sencillo aplicar los métodos de iteración cuando el problema de optimización dinámica cuenta con una variable de estado y una variable de control (que en ocasiones es la misma variable de estado desplazada un período como, por ejemplo, en el modelo de Brock-Mirman visto en el apartado A.1.1), incluso es posible lograr buenas aproximaciones a la verdadera función valor (el modelo de Brock-Mirman es de los pocos que tienen una solución analítica conocida). Por ejemplo, en el método de iteración de la función valor y como se expuso en el apartado A.1.2.1, bastaría con definir una malla de puntos para una única variable de estado y una variable de control (lo que generaría una matriz 2x2 de posibles resultados) e ir analizando la ecuación de Bellman, $V^*(x) = \text{Max}_u \{r(x, u) + \beta V^*(x')\}$, iterando hasta que no se produzcan cambios significativos en la función valor.

Sin embargo, cuando el problema a analizar resulta más complejo, porque cuenta con más de una variable de estado y más de una variable de control, la dimensionalidad del problema se dispara y en ocasiones determina la inviabilidad práctica de los métodos de iteración. El problema de la dimensionalidad surge de la baja velocidad de convergencia del método de iteración (Rust, 1995) y del proceso de cálculo en que se basa este método, que exige calcular la función valor para cada combinación posible de variables de estado y de control. Por ejemplo, si hay dos variables de control y una de estado, y para cada variable se define una malla de 100 puntos, será necesario valorar para cada estado cada una de las posibles combinaciones de cada valor de las variables de control, es decir 100x100 posibilidades.

En una versión reducida del modelo presentado en esta tesis doctoral se planteó la utilización del método de iteración en la función valor. La existencia de dos variables de estado y dos controles puso de manifiesto las limitaciones apuntadas, motivando que tal método se desechase para versiones más elaboradas del modelo.

El modelo simple, que se trató de resolver mediante el método de iteración, planteaba la determinación de la política óptima de endeudamiento de una empresa que tratase de maximizar sus beneficios a lo largo del tiempo. La función objetivo consistía en:

$$V_t = E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \Pi_t \right]$$

Con $\beta=1/(1+\theta)$ como factor de descuento, siendo θ la rentabilidad mínima exigida por el accionista o alternatively el grado de "impaciencia" del accionista.

El beneficio queda definido por:

$$\Pi_t = K_t^\alpha - (1+r^B)B_t + B_{t+1} - pI_t$$

Donde K_t , es el stock de capital, p es el precio de adquisición y venta del capital, I_t es la inversión en capital del período t y B_t es la deuda emitida en t que se remunera a un tipo de interés r^B . El término K^α , con un parámetro $1 > \alpha > 0$, representa una función de ingreso con rendimientos marginales decrecientes.

El capital evoluciona conforme a:

$$K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t$$

Siendo δ la tasa de depreciación del capital.

Las decisiones que debe tomar la empresa hacen referencia a la deuda a emitir, B_{t+1} , y el stock de capital del próximo período, K_{t+1} . Junto a estas decisiones, en este problema se imponían asimismo las siguientes restricciones:

- No negatividad de los recursos disponibles en el período t , es decir,

$$K_t^\alpha - (1+r^B)B_t + p(1-\delta)K_t \geq 0$$

En caso de que tales recursos fuesen negativos, la empresa desaparece y no existen decisiones que tomar, es decir, $B_{t+1}=0$ y $K_{t+1}=0$.

- No negatividad del beneficio, es decir,

$$\Pi_t = K_t^\alpha - (1+r^B)B_t + p(1-\delta)K_t + B_{t+1} - pK_{t+1} \geq 0$$

Bajo estas condiciones, la ecuación de Bellman correspondiente a este problema quedaría planteada como (omitiendo las ecuaciones relativas a las restricciones):

$$V_t(K_t, B_t) = \max_{K_{t+1}, B_{t+1}} \left\{ K_t^\alpha - (1 + r^B) B_t + p(1 - \delta) K_t + B_{t+1} - p K_{t+1} + \beta V_{t+1}(K_{t+1}, B_{t+1}) \right\}$$

Siendo K_t y B_t las variables de estado, y K_{t+1} y B_{t+1} las variables de control.

En función de que exista o no deuda, el stock de capital presenta dos valores distintos, que se denominarán K^B (existe deuda) y K^{NB} (no existe deuda). Las expresiones que determinan ambos vienen dadas por las condiciones de primer orden relativas a K y B determinadas a partir de la ecuación de Bellman.

$$K^{NB} = \left(\frac{p(\theta + \delta)}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

$$K^B = \left(\frac{p(r^B + \delta)}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

Siendo $K^B < K^{NB}$ siempre que $r^B > \theta$ tal y como se ha asumido en repetidas ocasiones en esta tesis doctoral.

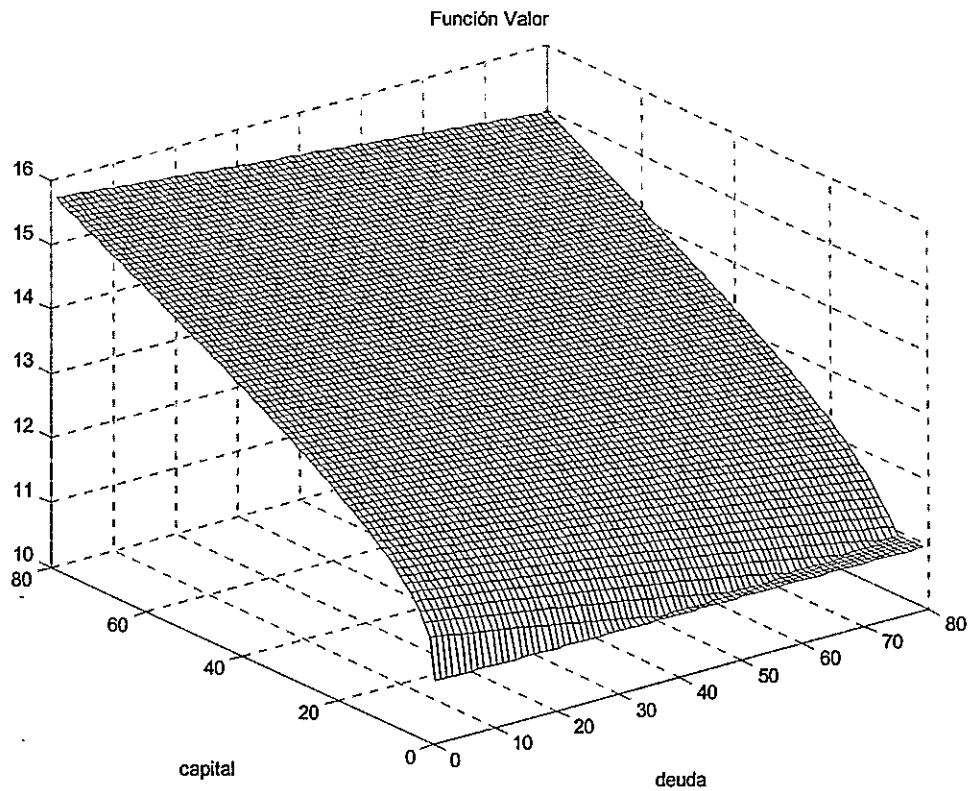
La resolución de la ecuación de Bellman se ha abordado mediante el método de iteración en la función valor, utilizando el método de errores acotados a fin de acelerar la convergencia del algoritmo de iteración. Se han definido sendas mallas de 80 puntos equidistantes para las variable K y B en un intervalo delimitado entre 0 y $1,05K^{NB}$ para el capital, y entre 0 y $(pK^B + 0.05)$ para la deuda. El algoritmo se ha programado en Matlab y se ha ejecutado en un ordenador PIII a 1 Ghz con 242 Mb de RAM bajo sistema operativo Windows Me. El algoritmo converge en 7 iteraciones (con una cota de convergencia de 10^{-5}) pero ello supone alrededor de 4 minutos de computación a pesar de que la malla es considerablemente reducida. Este tiempo crece exponencialmente conforme se incrementa el número de puntos de la malla elegida, de igual modo, conforme crece el número de variables de estado y de control no sólo crece el tiempo de computación sino que se eleva considerablemente la complejidad del algoritmo. En estos casos asimismo es imposible la realización de análisis o representaciones gráficas.

La resolución del problema de optimización dinámica planteado se condensa en las gráficas siguientes, habiéndose definido previamente los parámetros del problema conforme a:

r^B	θ	p	α	δ
0.49	0.08	1	0.35	0.10

Lo que delimita los valores del capital como $K^B=2,7816$ y $K^{NB}= 0.4478$.

Figura A.2.1.- Función valor



deuda

Figura A.2.2.- Políticas óptimas: Capital

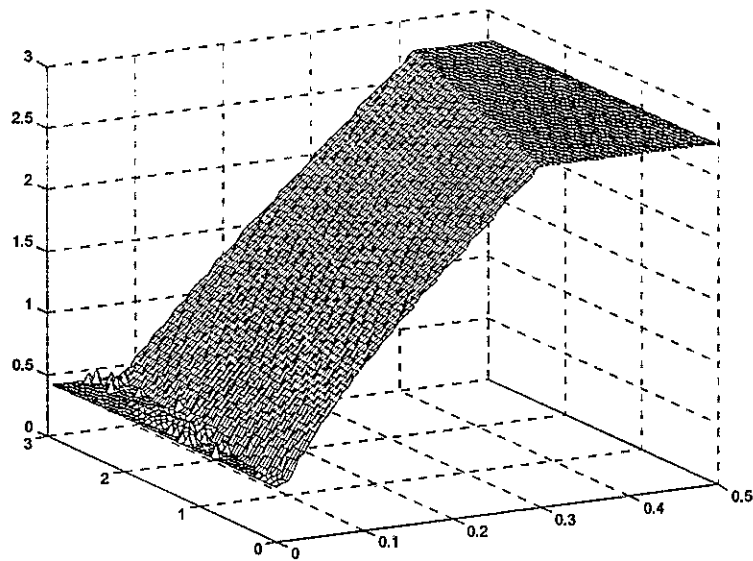


Figura A.2.3.- Políticas óptimas: Deuda

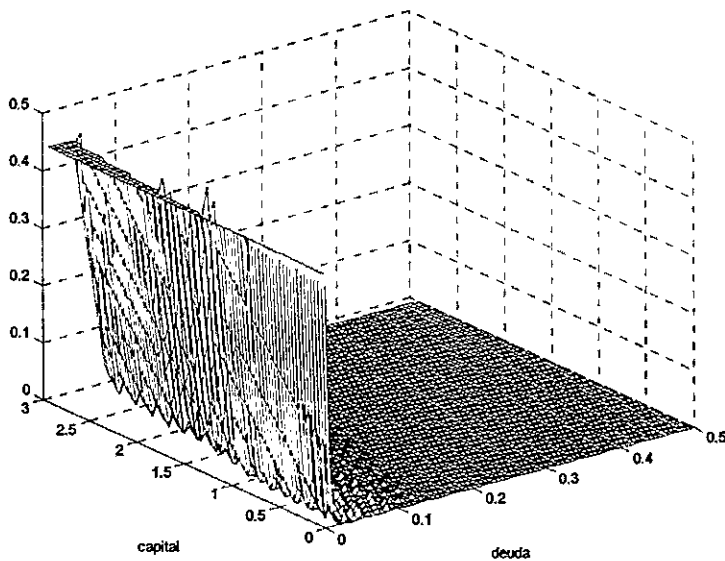
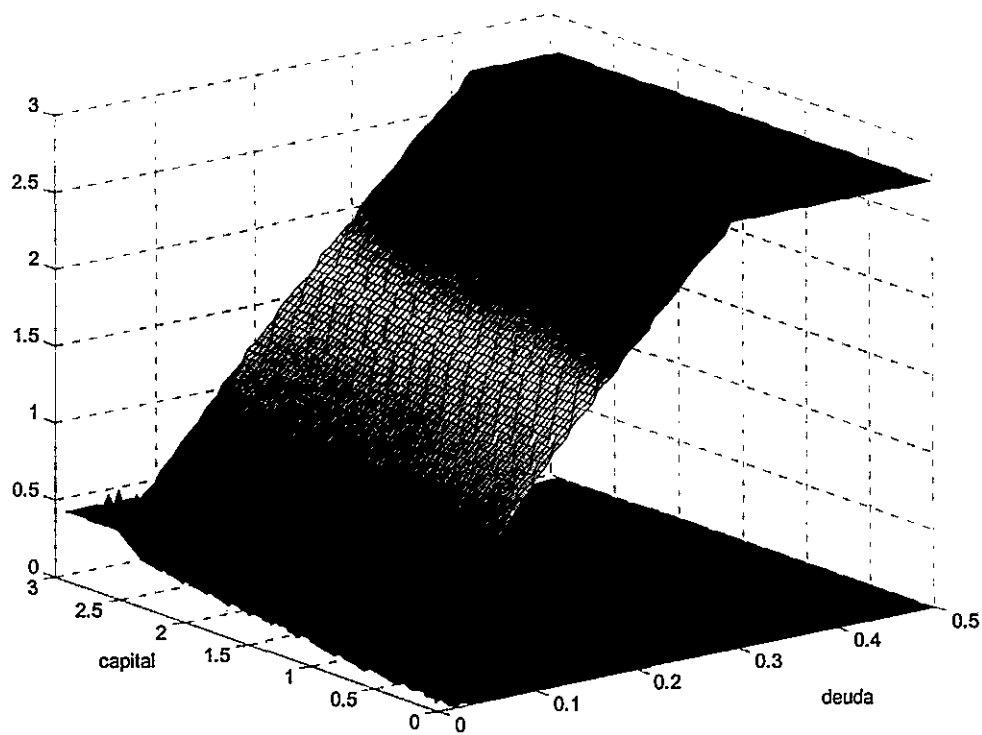


Figura A.2.4.- Políticas óptimas: Capital y Deuda



Los gráficos muestran, en primer lugar, la cuantía de la función valor para cada par (K_t, B_t) , al que se asocia un valor de los recursos internos. El resto de gráficos definen las políticas óptimas relativas al stock de capital (K_{t+1}) y deuda (B_{t+1}) en función del estado definido por K_t y B_t . Como se muestra en tales gráficos, si la empresa parte de una situación como la definida por $K=0$ y $B=0$, las decisiones óptimas son emitir deuda suficiente para financiar un stock de capital como K^B (con un precio unitario del capital, la cantidad de deuda necesaria y K^B coinciden), para posteriormente reducir tal cantidad de deuda e incrementar el capital hasta K^{NB} , que corresponde con una situación en la que la deuda es nula.

Al margen de la importancia de tales resultados, el anterior problema pone de manifiesto las limitaciones del método de iteración en la función valor cuando el número de variables de estado y/o de control es igual o mayor que 2.

A.2.1.-CÓDIGO DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN EN MATLAB

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%Codigo para ser incluido en un " m-file" de Matlab con el nombre que se desee.
%Escrito por Julian Moral Carcedo (2003)
%Definicion de parámetros
alpha = 0.35; % elasticidad del capital
pk=1; %precio del capital
zt=1; %valor esperado de la perturbacion aleatoria (esto puede omitirse)
dep=.1; %tasa de depreciacion
irate=0.07; %rendimiento activo liquido
drate=0.49; %rendimiento de la deuda
teta=.08; %rendimiento exigido por accionistas
beta=(1/(1+ teta));
nbk = 80; % numero de datos para la malla
crit = 1; % valor inicial del criterio de convergencia
crit1=1;
epsi = 1e-5; % cota de convergencia
%Estados estacionario del capital.
ks = (pk*(teta+dep)/(zt*alpha))^(1/(alpha-1));
kdeuda=(pk*(drate+dep)/(zt*alpha))^(1/(alpha-1));
%malla para el capital
kgrid=linspace(ks*0,ks*1.05,nbk)';
Bgrid=linspace(0,kdeuda*pk+0.05,nbk)';
% genero la funcion de ganancia (bidimensional) y la matriz de decisiones (bidimensional)
x0=(kgrid.^alpha+pk*(1-dep)*kgrid)*ones(1,nbk)-((1+drate)*Bgrid*ones(1,nbk))';
deci=-pk*kgrid*ones(1,nbk)+(Bgrid*ones(1,nbk))';
for u2=1:nbk
    for u3=1:nbk
        if x0(u2,u3)<0
            x0(u2,u3)=0;
            deci(u2,u3)=0; %si los recursos son 0 no hay decision
        end
    end
end
end
iter=0; %control de iteraciones
Tv=zeros(nbk,nbk); %valor inicial del funcion V(x)
```

```

dr=zeros(nbk,nbk); %aqui voy dejando indices de posiciones de elementos en la matriz de
decision
while crit>epsi % se inicia el bucle
    iter=iter+1;
    for u1=1:nbk
        for u2=1:nbk
            lep=find(x0(u1,u2)+deci<0); %el dividendo no puede ser negativo
            masil=deci; masil(lep)=-inf;masi=masil; % si el dividendo es negativo incluyo un -inf para
que no se seleccione esa decision
            [loco,loco2]=max(x0(u1,u2)+masi+beta*Vint1);
            [loco3,loco4]=max(loco); %esto es un truquillo para saber fila y columna del maximo.
            [ril1,ril2]=max(max(x0(u1,u2)+masi+beta*Vint1));
            [Tv(u1,u2), dr(u1,u2)]=max(max(x0(u1,u2)+masi+beta*Vint1));
            mi1(u2,1)=ril1;
            mi2(u2,1)=ril2;
            x2(u1,u2)=masi(loco2(loco4),loco4);
            indiciado(u1,u2)=loco2(loco4)*1000+loco4; %aqui aparece la fila y la columna en la que esta
la decision optima (k,B) para cada nivel de partida
            klito(u2,u1)=kgrid(loco2(loco4));
            Blito(u2,u1)=Bgrid(loco4);
        end
    end
    crit = max(abs(Tv-Vint1));
    lb=(beta/(1-beta))*min(min(Tv-Vint1)); % Metodo de aceleración de convergencia de errores
acotados
    ub=(beta/(1-beta))*max(max(Tv-Vint1));
    Vint1=Vt+((ub+lb)/2).*ones(nbk,nbk); % ver Berstsekas o Rust
    disp('Ya van...'),disp(num2str(iter)),disp('iteraciones') %Muestra en pantalla las iteraciones
end
% Graficos
figure,mesh(Vint1,xlabel('deuda'),ylabel('capital'));figure,mesh(Bgrid,kgrid,x2),xlabel('deuda'),y
label('capital')
figure,mesh(Bgrid,kgrid,klito),xlabel('deuda'),ylabel('capital'),figure,mesh(Bgrid,kgrid,Blito),xla
bel('deuda'),ylabel('capital');
figure,surf(Bgrid,kgrid,klito),xlabel('deuda'),ylabel('capital'),hold
on;surface(Bgrid,kgrid,Blito),xlabel('deuda'),ylabel('capital')

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

A.3.- RESOLUCIÓN MEDIANTE LA ECUACIÓN DE BELLMAN DEL MODELO ANALIZADO EN EL APARTADO 4.1. CON HORIZONTE INFINITO

El objetivo de la empresa, es maximizar el beneficio:

$$\text{Max} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{ \Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t - p[K_{t+1} - (1-\delta)K_t] \}$$

Sujeto a las restricciones:

- a) Identidad entre origen y aplicación de fondos ó restricción de balance:

$$pK_{t+1} + L_{t+1} - D_{t+1} = \Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t + L_t + p(1-\delta)K_t - D_t$$

O alternativamente

$$pK_{t+1} + L_{t+1} - D_{t+1} = \Pi(K_t) + (1+i)L_t - (1+r)D_t + p(1-\delta)K_t$$

- b) No negatividad de las variables de decisión: $K_{t+1} \geq 0$; $L_{t+1} \geq 0$ y $D_{t+1} \geq 0$,

Con los valores iniciales K_0 , L_0 y D_0 .

Reformulando el problema anterior en términos de la ecuación de Bellman, la optimización se realiza sobre:

$$V(K_t, L_t, D_t) = \max_{K_{t+1}, L_{t+1}, D_{t+1}} \{ \Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t - p[K_{t+1} - (1-\delta)K_t] + \beta V(D_{t+1}, K_{t+1}, L_{t+1}) \}$$

Sujeta a la restricción de balance:

$$pK_{t+1} + L_{t+1} - D_{t+1} = \Pi(K_t) + (1+i)L_t - (1+r)D_t + p(1-\delta)K_t$$

la cual llevará aparejado el multiplicador de Lagrange, λ_t .

A fin de clarificar los pasos seguidos en la optimización de este problema dinámico, vamos a establecer, conforme a la nomenclatura empleada en Sargent (1997), las siguientes convenciones:

- Variables de estado: K_t ; L_t y D_t .
- Variables de control $K_{t+1} = u_{1t}$; $L_{t+1} = u_{2t}$ y $D_{t+1} = u_{3t}$.
- Ecuaciones de transición $K_{t+1} = u_{1t}$; $L_{t+1} = u_{2t}$ y $D_{t+1} = u_{3t}$.
- Función de resultado a un período

$$F(K_t, L_t, D_t, K_{t+1}) = \Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t - p[K_{t+1} - (1 - \delta)K_t]$$

o alternativamente,

$$F(K_t, L_t, D_t, u_{1t}) = \Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t - p[u_{1t} - (1 - \delta)K_t].$$

Establecidas estas convenciones podemos reescribir la ecuación de Bellman de la siguiente forma:

$$V(K_t, L_t, D_t) = \max_{K_{t+1}, L_{t+1}, D_{t+1}} \{ \Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t - p[K_{t+1} - (1 - \delta)K_t] + \beta V(D_{t+1}, K_{t+1}, L_{t+1}) \} + \\ + \lambda_t [pK_{t+1} + L_{t+1} - D_{t+1} - \Pi(K_t) - (1 + i)L_t + (1 + r)D_t - p(1 - \delta)K_t]$$

O bien

$$V(K_t, L_t, D_t) = \max_{u_{1t}, u_{2t}, u_{3t}} \{ \Pi(K_t) + iL_t - r(D_t)D_t - p[u_{1t} - (1 - \delta)K_t] + \beta V(D_{t+1}, K_{t+1}, L_{t+1}) \} + \\ + \lambda_t [pu_{1t} + u_{2t} - u_{3t} - \Pi(K_t) - (1 + i)L_t + (1 + r)D_t - p(1 - \delta)K_t]$$

Las condiciones de primer orden de este problema son, dado que según las ecuaciones de transición definiríamos los resultados $\frac{\partial K_{t+1}}{\partial u_{1t}} = 1$; $\frac{\partial L_{t+1}}{\partial u_{2t}} = 1$; $\frac{\partial D_{t+1}}{\partial u_{3t}} = 1$:

$$\frac{\partial V_t}{\partial K_{t+1}} = \frac{\partial V_t}{\partial u_{1t}} = -p + \beta \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_{t+1}} + \lambda p = 0; \quad \text{Ec. A.3.1}$$

$$\frac{\partial V_t}{\partial D_{t+1}} = \frac{\partial V_t}{\partial u_{3t}} = \beta \frac{\partial V_{t+1}}{\partial D_{t+1}} - \lambda = 0; \quad \text{Ec. A.3.2}$$

$$\frac{\partial V_t}{\partial L_{t+1}} = \frac{\partial V_t}{\partial u_{2t}} = \beta \frac{\partial V_{t+1}}{\partial L_{t+1}} + \lambda = 0; \quad \text{Ec. A.3.3}$$

Conforme al teorema de la envolvente y dado que según se ha establecido previamente $\frac{\partial K_{t+1}}{\partial K_t} = 0$, $\frac{\partial L_{t+1}}{\partial L_t} = 0$, $\frac{\partial D_{t+1}}{\partial D_t} = 0$, podemos establecer:

$$\frac{\partial V_t}{\partial K_t} = \Pi'_{Kt} + p(1-\delta) - \lambda [\Pi'_{Kt} + p(1-\delta)]; \quad \text{Ec. A.3.4}$$

$$\frac{\partial V_t}{\partial D_t} = -[r + r'_{Dt} D_t] + \lambda [1 + r + r'_{Dt} D_t]; \quad \text{Ec. A.3.5}$$

$$\frac{\partial V_t}{\partial L_t} = i - \lambda(1+i); \quad \text{Ec. A.3.6}$$

Según la ecuación A.3.1 ; $\lambda = 1 - \frac{\beta}{p} \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_{t+1}}$; y según A.3.4;

$\frac{\partial V_t}{\partial K_t} [\Pi'_{Kt} + p(1-\delta)]^{-1} - 1 = -\lambda$; por lo que podemos obtener de forma inmediata la Ecuación

de Euler relativa al capital. Como puede notarse de forma inmediata, responde a la formulación usual de una ecuación de valoración de activos ("asset-pricing equation").

$$\frac{\partial V_t}{\partial K_t} [\Pi'_{Kt} + p(1-\delta)]^{-1} = \frac{\beta}{p} \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_{t+1}} \Rightarrow \frac{\beta}{p} [\Pi'_{Kt} + p(1-\delta)] \left[\frac{\frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_{t+1}}}{\frac{\partial V_t}{\partial K_t}} \right] = 1; \quad \text{Ec. A.3.7}$$

Sustituyendo conforme a $\mu_{t+1} = \frac{\partial V_{t+1}}{\partial K_{t+1}}$ y $\mu_t = \frac{\partial V_t}{\partial K_t}$, la solución estacionaria exigiría

$\mu_{t+1} = \mu_t$; por lo que, la ecuación de Euler relativa al capital en estado estacionario establece, dado que $\beta = 1/(1+i)$:

$$\frac{\beta}{p} [\Pi'_K + p(1-\delta)] = 1 \Rightarrow \Pi'_K = \frac{p}{\beta} - p(1-\delta) = p(\beta^{-1} - 1 + \delta) \Rightarrow \Pi'_K = p(i + \delta)$$

Como se comprueba de forma inmediata, este resultado coincide con el equilibrio "jorgensoniano" de la inversión.

Según la ecuación A.3.2; $\lambda = \beta \frac{\partial V_{t+1}}{\partial D_{t+1}}$, y según A.3.5:

$\left\{ \frac{\partial V_t}{\partial D_t} + [r + r'_{Dt} D_t] \right\} [1 + r + r'_{Dt} D_t]^t = \lambda$; de donde se obtiene la ecuación de Euler relativa a la deuda:

$$\left\{ \frac{\partial V_t}{\partial D_t} + [r + r'_{Dt} D_t] \right\} [1 + r + r'_{Dt} D_t]^t = \beta \frac{\partial V_{t+1}}{\partial D_{t+1}} ; \quad \text{Ec. A.3.8}$$

De igual modo, según la ecuación A.3.3; $\lambda = -\beta \frac{\partial V_{t+1}}{\partial L_{t+1}}$; y conforme a la ecuación A.3.6,

$\left(-\frac{\partial V_t}{\partial L_t} + i \right) \beta = \lambda$, de donde se deriva la ecuación de Euler relativa a la liquidez:

$$\frac{\partial V_t}{\partial L_t} - i = \frac{\partial V_{t+1}}{\partial L_{t+1}} ; \quad \text{Ec. A.3.9}$$

Como se comprueba de forma inmediata, una solución estacionaria de la ecuación A.3.9 implica que $i=0$. Como tal situación es incompatible con la existencia de un factor de descuento inferior a la unidad, tal posibilidad se descarta. Alternativamente cabe suponer que la rentabilidad de los recursos líquidos es inferior al factor de descuento, de modo que la solución óptima implicaría que $L_t=0$, lo cual generaría una solución estacionaria.

Por otra parte, según las condiciones de primer orden recogidas en las ecuaciones A.3.2 y A.3.3:

$-\frac{\partial V_{t+1}}{\partial D_{t+1}} = \frac{\partial V_{t+1}}{\partial L_{t+1}}$, lo que trasladado a la ecuación A.3.9 implica:

$$\frac{\partial V_t}{\partial L_t} - i = -\frac{\partial V_{t+1}}{\partial D_{t+1}} \quad \text{Ec A.3.10}$$

Tomando la ecuación A.3.8 y sustituyendo en esta última ecuación se obtendría :

$$\frac{\partial V_t}{\partial L_t} - i = -\beta^{-1} \left\{ \frac{\partial V_t}{\partial D_t} + [r + r'_{D_t} D_t] \right\} [1 + r + r'_{D_t} D_t]^{-1}$$

O alternativamente

$$\frac{\partial V_t}{\partial L_t} - i = - \left\{ \frac{\partial V_t}{\partial D_t} + r + r'_{D_t} D_t \right\} (1+i) [1 + r + r'_{D_t} D_t]^{-1} \quad \text{Ec. A.3.11}$$

El cumplimiento de las relaciones A.3.11 y A.3.10 junto con la que se deriva de las ecuaciones A.3.2 y A.3.3 determina que en estado estacionario $D=0$, de forma que $r(D)=i$.

La restricción de balance, en equilibrio estacionario determina que :

$$pK + L - D = \Pi(K) + (1+i)L - (1+r)D + p(1-\delta)K$$

Lo que equivale a la condición: $\Pi(K) = rD - iL + p\delta K$. Si además incorporamos el resultado $D=0$ obtenido anteriormente y que asimismo $i=0$ ó $L=0$, llegaríamos a la solución estacionaria habitual relativa al capital:

$$\Pi(K) = p\delta K; \quad \text{Ec. A.3.12}$$

A.4.-CODIGO EN MATLAB PARA LA SIMULACIÓN PRESENTADA EN EL APARTADO 4.1

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
global lolo Dt Lt alp irate pk dep beta
% tiene incluido en el resultado el valor de liquidacion trascurridos 3 periodos
% requiere la funcion fmincon (©Mathworks ) incluida en el toolbox de optimizacion
% escrito por Julián Moral Carcedo (2003)
alp=0.9;
pk=3;
dep=.8;
beta=(1/(1.2));
irate=0.2;
moco3=pk*(1/beta+irate+dep);
lolo=0;
Dt=0;
Lt=0;
dratet=irate+.05*Dt;
iter=0
while iter<20
iter=iter+1
if iter==1;
    ni=1.982
    x0=[ni ni*pk 0 ni pk*ni 0];
else
    x0=[lolo Dt Lt x(4) x(5) x(6)];
end
options=optimset('largescale','off');
options.MaxFunEvals=4000;
options.Diagnostics='on';
options.TolX=.002
[x,fval,exitflag,output,lamda] = fmincon('funci3',x0,[],[],[],[],[0 0 0 0 0 0],[],'restricn3',options);
[c,ceq] = restricn3(x);
resacon(1,iter)=x(1);
resacon(2,iter)=x(2);
resacon(3,iter)=x(3);
resacon(4,iter)=x(4);
resacon(5,iter)=x(5);
resacon(6,iter)=x(6);

```



```

comocrece(1,iter)=-fval;
lolo=x(1);
Dt=x(2);
Lt=x(3);
%Lt=0;
dratet=irate+.05*Dt;
dratet1=irate+.05*x(2);
dratet2=irate+.05*x(5);
%condicione para K2
end
figure;
plot(resacon');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [c, ceq]=restricn3(mordecai);
global lolo Dt Lt alp irate pk dep beta
c=[];
dratet=irate+.05*Dt;
dratet1=irate+.05*mordecai(2);
dratet2=irate+.05*mordecai(5);
ceq=[pk*mordecai(1)+mordecai(3)-mordecai(2)-5*lolo^alp-(1+irate)*Lt-pk*((1-
dep)*lolo)+(1+dratet)*Dt;pk*mordecai(4)+mordecai(6)-mordecai(5)-5*mordecai(1)^alp-
(1+irate)*mordecai(3)-pk*((1-dep)*mordecai(1))+(1+dratet1)*mordecai(2)]
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function conve=funci3(x)
global lolo Dt Lt alp irate pk dep beta
dratet=irate+.05*Dt;
dratet1=irate+.05*x(2);
dratet2=irate+.05*x(5);
con=5*lolo^alp+irate*Lt-dratet*Dt-pk*(x(1)-(1-dep)*lolo)+beta*(5*x(1)^alp+irate*x(3)-
dratet1*x(2)-pk*(x(4)-(1-dep)*x(1)))+(beta^2)*(5*x(4)^alp+irate*x(6)-dratet2*x(5)+pk*(1-
dep)*x(4)+x(6)-x(5));
conve=-con
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

A.5 .- CÓDIGO EN MATLAB PARA LA SIMULACIÓN DEL MODELO DE ABEL ET AL. (1996) INCLUIDO EN EL ANÁLISIS DEL EFECTO DE LA INCERTIDUMBRE EN LA INVERSIÓN

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Incluir como un M-file aislado
% Precisa de la función fminunc (©Mathworks ) incorporada en el Toolbox de optimización
% Escrito por Julián Moral Carcedo (2003)
pepe=0;
alp=.7;
beta=1;
pl=0;
ph=0.6;
a=0;
b=4;
for i=0:0.05:1
    pepe=pepe+1;
    options=optimset('largescale','off');
    options.MaxFunEvals=1000;
    [k]=fminunc('abeletal2',5,options,i);
    r=alp*k^(alp-1);
    como(1,pepe)=k;
    rcapi(1,pepe)=r;
    eh=(ph/(alp*k^(alp-1)))^(1/beta);
    el=(pl/(alp*k^(alp-1)))^(1/beta);
    a=0-i;
    b=4+i;
    ppp(1,pepe)=(unifcdf(eh/2,a,b))*ph;
    ppp(2,pepe)=(1-unifcdf(eh/2,a,b))*ph;
    coters(1,pepe)=eh;
    coteri(1,pepe)=el;
    eje(1,pepe)=i;
end
figure;
plot(eje,como),title('Stock de capital en t=1 vs Varianza (media constante)'),xlabel('phi') ,
figure;
plot(eje,rcapi),title('Rendimiento del capital en t=1 vs Varianza (media constante)'),xlabel('phi');
figure;

```

```

plot(eje,[coters; coteri]),title('Error inferior y superior vs Varianza (media
constante)'),xlabel('phi');
figure;
plot(eje,ppp);
%i=0
[eh,el,peh,pel,q1]=muestraabel2(k,i)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function conve=abeletal2(K,lolo )
alp=.7;
i=0.15;
a=0-lolo;
b=4+lolo; %+lolo;
pl=0;
ph=0.6;
beta=1;
mu=0;
sigma=-7+((b-a)^2/12);
p=1;
r1=alp*K^(alp-1);
eh=(ph/(alp*K^(alp-1)))^(1/beta);
el=(pl/(alp*K^(alp-1)))^(1/beta);
peh=1-unifcdf(eh,a,b);
pel=unifcdf(el,a,b);
if eh<=b;
    q1=r1+(1/(1+i))*(ph*peh+pel*pl+(1/(beta+1))*(1/(b-a))*r1*(eh^(beta+1)-el^(beta+1)));
else
    if el>=a;
        q1=r1+(1/(1+i))*(ph*peh+pel*pl+(1/(beta+1))*(1/(b-a))*r1*(b^(beta+1)-el^(beta+1)));
    else
        q1=r1+(1/(1+i))*(ph*peh+pel*pl+(1/(beta+1))*(1/(b-a))*r1*(b^(beta+1)-a^(beta+1)));
    end
end
conve=abs(q1-p);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [eh,el,peh,pel,q1]=muestraabel2(K,lolo)
alp=.7;
i=0.15;
a=0-lolo;
b=4+lolo;
pl=0;
ph=0.6;
beta=1;
mu=0;
sigma=-7+((b-a)^2/12);
p=1;
%K0=2*(p/alp)^(1/(alp-1));esto tarda un huevo
r1=alp*K^(alp-1);
eh=(ph/(alp*K^(alp-1)))^(1/beta); el=(pl/(alp*K^(alp-1)))^(1/beta);
peh=1-unifcdf(eh,a,b);
pel=unifcdf(el,a,b);
if eh<=b;
    q1=r1+(1/(1+i))*(ph*peh+pel*pl+(1/(beta+1))*(1/(b-a))*r1*(eh^(beta+1)-el^(beta+1)));
    Er2=(1/(1+i))*(ph*peh+pel*pl+(1/(beta+1))*(1/(b-a))*r1*(eh^(beta+1)-el^(beta+1)));
else
    eh=b;
    if el>=a;
        q1=r1+(1/(1+i))*(ph*peh+pel*pl+(1/(beta+1))*(1/(b-a))*r1*(b^(beta+1)-el^(beta+1)));
        Er2=(1/(1+i))*(ph*peh+pel*pl+(1/(beta+1))*(1/(b-a))*r1*(b^(beta+1)-el^(beta+1)));
    else
        el=a;
        q1=r1+(1/(1+i))*(ph*peh+pel*pl+(1/(beta+1))*(1/(b-a))*r1*(b^(beta+1)-a^(beta+1)));
        Er2=(1/(1+i))*(ph*peh+pel*pl+(1/(beta+1))*(1/(b-a))*r1*(b^(beta+1)-a^(beta+1)));
    end
end
figure;
subplot(2,1,1),plot([(unifrnd(el,eh,50,1).^beta)*alp*K^(alp-1) ph.*ones(50,1) pl.*ones(50,1)]),
title('rendimiento del capital en t=2 y ph y pl'),subplot(2,1,2),plot([1 2 3],[r1 Er2 q1'],'p'),
title('r1, Er2 y q1');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

A.6.-MÉTODO DE RESOLUCIÓN DEL MODELO DEFINIDO EN EL APARTADO 5.2

El modelo definido en el apartado 5.2 presenta horizonte infinito, es decir, responde a la formulación (omitiendo los multiplicadores asociados a las restricciones):

$$\text{Max}_{u_t} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t r(x_t, u_t)$$

Sujeto a

$$x_{t+1} = g(x_t, u_t)$$

Donde $0 < \beta < 1$ es el factor de descuento y la función de recompensa está acotada, es decir, $0 \leq r(x_t, u_t) \leq M$.

Asumiendo que tal modelo genera políticas estacionarias, es decir, controles óptimos estacionarios¹ en cuanto que se llegaría a una solución del tipo $u_t^* = h(x_t) = \bar{\mu}, \bar{\mu}, \bar{\mu}, \dots$, donde u_t^* es el argumento que maximiza la ecuación de Bellman, es decir,

$$u_t^*(x_t) = \text{Arg max}_{u_t} \{r(x_t, u_t) + \beta V_{t+1}^*(x_{t+1})\}$$

llegado al punto de "estacionariedad", la ecuación de estado quedaría como:

$$x^{ss} = g(x^{ss}, u^*)$$

De modo que el funcional a maximizar respondería a la siguiente formulación a partir del "estado estacionario".

$$\sum_{t=\tau}^{\infty} \beta^t r(x_t, u_t) = \sum_{t=\tau}^{\infty} \beta^t r(x^{ss}, u^*) = \sum_{t=\tau}^{\infty} \beta^t \bar{F} = \frac{\bar{F} \beta^{\tau}}{1 - \beta}$$

¹ Consultar Bertsekas (1987) o Bertsekas (1976) para una discusión más detallada sobre las condiciones en las que un problema de programación dinámica genera tales políticas estacionarias.

Dado que la función de recompensa, $r(x_t, u_t)$, arrojaría un valor constante e igual a \bar{F} a partir de dicho "punto de estacionariedad", τ , por lo que el funcional respondería a una simple suma de una progresión geométrica de razón β (inferior a la unidad), es decir:

$$\sum_{t=\tau}^{\infty} \beta^t \bar{F} = \bar{F} \beta^{\tau} (1 + \beta^1 + \beta^2 + \beta^3 + \dots) = \frac{\bar{F} \beta^{\tau}}{1 - \beta}$$

Dado que el objetivo de esta tesis es determinar políticas óptimas (es decir determinar $u_t = h(x_t)$), más que el calcular el valor del funcional objetivo en el máximo, una vez llegado al punto de estacionariedad, el problema "carece de interés" dado que el control óptimo repetiría sus valores. La existencia de estacionariedad en las políticas, requisito previo para la aplicación de este método, sugiere la posibilidad de sustituir el planteamiento inicial, con horizonte infinito, por una versión idéntica para un horizonte temporal finito, pero lo suficientemente amplio como para que la estacionariedad de los controles y variables de estado se produzca. Este es el método de determinación de las políticas o controles óptimos seguido en esta tesis para la resolución del modelo presentado en el apartado 5.2. y permite llegar a políticas similares si el horizonte temporal definido es suficientemente amplio, si bien el valor que proporciona el funcional objetivo no es, obviamente, el verdadero.

Las ventajas de este método son obvias, dado que un planteamiento con horizonte temporal finito permite la aplicación de las rutinas de optimización disponibles en programas de cálculo numérico como MATLAB o GAUSS. En este sentido caben dos enfoques alternativo que proporcionan resultados similares.

En primer lugar cabe maximizar directamente el funcional $\sum_{t=0}^{\tau} \beta^t r(x_t, u_t)$ incorporando las restricciones presentes en el problema mediante la aplicación de una rutina de optimización numérica que pueda manejar restricciones de todo tipo².

En segundo lugar, se puede aplicar una rutina de resolución numérica de sistemas no lineales del tipo $f(x, u) = 0$, donde f es el sistema de ecuaciones no lineales determinado por las condiciones de primer orden³.

² Este es el caso de la rutina "fmincon" incorporada en Matlab ©, que es la utilizada en esta tesis doctoral.

³ Este es el caso de la rutina "fsolve" incorporada en Matlab ©, que también ha sido utilizada en esta tesis doctoral.

Ambas posibilidades conducen al mismo resultado, basándose la elección entre una u otra en criterios puramente computacionales. A pesar de la equivalencia de los enfoques, la experiencia del doctorando en la resolución del modelo presentado en el apartado 5.2 parece sugerir la utilización directa de rutinas de optimización del funcional (con definición previa de los gradientes de forma analítica) frente a la utilización de rutinas de resolución del sistema no lineal (con definición previa del jacobiano de forma analítica) dado por las condiciones de primer orden, ya que si bien estos últimos son bastante más rápidos, la necesidad de definir unos "buenos" valores iniciales ralentiza considerablemente el proceso y en ocasiones no permite alcanzar la convergencia del algoritmo de resolución.

En el apartado siguiente de este Anexo se presenta el código diseñado para Matlab © para la optimización del funcional y la resolución del sistema no lineal dado por las condiciones de primer orden del problema analizado, siendo necesarias en cada caso, las rutinas "fmincon" y "fsolve" incorporadas en el "toolbox" de optimización de Matlab. Los algoritmos que utilizan ambas rutinas se detallan en el manual de ayuda que incorpora el "toolbox" de optimización, en concreto el algoritmo utilizado para la resolución de problemas de optimización con restricciones es el denominado programación cuadrática secuencial. Un mayor detalle de los posibles algoritmos de resolución puede encontrarse en la bibliografía que se detalla en el manual de ayuda del "toolbox" de optimización, o bien, el libro de Judd (1998) puede servir como una referencia excelente en la presentación de los diferentes algoritmos de resolución.

El esquema de resolución, en el caso de la optimización del funcional es:

1. Definir un conjunto de valores de las variables de estado x_t sobre los que se desea obtener el control óptimo, $u_t = h(x_t)$. Generalmente x_t es un intervalo entre 0 y un valor ligeramente superior a la cuantía de x_t en el estado estacionario. Se toma el primer valor, x_{t_1} , y se pasa al segundo paso.

2. Optimizar $\sum_{t=0}^T \beta^t r(x_t, u_t)$, utilizando como valor inicial el x_{t_1} determinado en el paso 1.

Comprobar que el funcional es lo suficientemente largo como para generar una solución estacionaria.

3. Se toma el valor del control óptimo⁴ para el primer período, es decir u_1 , que será precisamente el control óptimo para el valor x_1 definido en el paso 1. Se vuelve al paso 1 y se cambia el valor de la variable de estado por x_{i+1} y se repite el proceso por todos los valores de la variable de estado definidos en la fase 1.

El esquema de resolución, en el caso de la resolución del sistema de ecuaciones dado por las condiciones de primer orden:

1. Definir un conjunto de valores de la variables de estado x_t sobre los que se desea obtener el control óptimo, $u_t = h(x_t)$. Generalmente x_t es un intervalo entre 0 y un valor ligeramente superior a la cuantía de x_t en el estado estacionario. Se toma el primer valor, x_1 , y se pasa al segundo paso.
2. Resolver $f(x_t, u_t, \lambda_t) = 0$, (tantas ecuaciones como momentos temporales t considerados, multiplicado por el número de variables⁵) es decir el sistema de ecuaciones dado por las condiciones de primer orden, incluyendo las variables de estado, x_t , variables de control u_t , y los multiplicadores de lagrange y de Kuhn-Tucker, λ_t , que requieran las restricciones incorporadas en el modelo. En la primera de las ecuaciones se utiliza como valor inicial el x_1 determinado en el paso 1. Comprobar que el número de períodos considerados es lo suficientemente largo como para generar una solución estacionaria.
3. Se toma el valor del control óptimo para el primer período, es decir u_1 , que será precisamente el control óptimo para el valor x_1 definido en el paso 1. Se vuelve al paso 1 y se cambia el valor de la variable de estado por x_{i+1} y se repite el proceso por todos los valores de la variable de estado definidos en la fase 1.

⁴ El modelo definido considera tres controles, K_{t+1} , L_{t+1} y B_{t+1} , a partir de éstos se puede definir el valor del dividendo, dado que es simplemente un residuo (recursos disponibles mas deuda en $t+1$ menos el valor del capital y de los activos líquidos en $t+1$). La variable de estado, x_t , son los recursos netos disponibles al comienzo de cada período, los cuales se destinan a nueva inversión, K_{t+1} , inversión en activos líquidos, L_{t+1} y dividendo, permitiendo que dichos recursos se amplíen con la emisión de deuda, B_{t+1} .

⁵ La mayoría de métodos de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales se apoyan en métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, por lo tanto es preciso disponer, para cada momento temporal, de tantas ecuaciones como incógnitas tenga el problema, siendo las incógnitas tanto las variables de estado, x_t , como las de control, u_t , como los distintos multiplicadores, λ_t , que intervengan en el modelo. El teorema de Kuhn-Tucker generalmente proporciona suficientes ecuaciones como para disponer de las ecuaciones necesarias. Como se detalla en el apartado A.6.2 de este anexo, las restricciones de no negatividad de los multiplicadores de Kuhn-Tucker generalmente obligarán a realizar transformaciones sobre las variables originales a fin de asegurar la no negatividad (p.ej. $y = \exp(x)$, ó, $y = x^2$).

Con las mismas rutinas que permiten resolver el modelo, es posible efectuar distintas simulaciones en las que se vaya alterando alguno de los parámetros o incluso analizar la respuesta del sistema frente a "shocks" estocásticos. Tal y como se detalló en el apartado 5.2 el "shock" estocástico, z_t , afecta únicamente a los recursos disponibles en el momento t , RD_t , mediante la expresión:

$$RD_t = A(K^a + L^b) + z_t - wH_t - (1+r^B)B_t + p_K(1-\delta)K_t + L_t$$

Dado este efecto limitado de la perturbación aleatoria, es posible simular el modelo simplemente añadiendo al funcional a optimizar una realización concreta de la perturbación aleatoria, incluyendo ésta preferiblemente en el primer período de la simulación, a fin de evitar alteraciones en la solución provocadas por el "conocimiento perfecto" de la perturbación. Este análisis puede completarse considerando diferentes condiciones iniciales y así comprobar cómo la situación de partida afecta al resultado.

Descartada la incorporación directa de la perturbación aleatoria en el funcional, es necesario un método alternativo de simulación de la respuesta óptima de la empresa frente a diferentes shocks. El método propuesto, parte de la determinación previa de los controles óptimos para distintos valores de los recursos disponibles, x_t . Esto puede realizarse por cualquiera de los dos métodos previamente definidos, y tras ello se dispondrá de los controles óptimos para un conjunto de puntos, x_t , es decir se dispondrá de una estimación de $u_t = h(x_t)$ para el conjunto de puntos, x_t , utilizado.

Al considerar diferentes shocks sobre los recursos disponibles de la empresa, es prácticamente seguro que se generaran valores de los recursos disponibles diferentes de los considerados para determinar los controles óptimos, $u_t = h(x_t)$. A fin de solventar esta limitación se proponer realizar una interpolación para poder obtener el valor del control óptimo correspondiente al valor de los recursos generado por la realización del shock estocástico. En el método propuesto se ha optado por una simple interpolación lineal, es decir, dado un valor x^c para el que no se ha determinado el control óptimo, estando comprendido x^c , entre dos valores x^a y x^b ($x^a < x^c < x^b$) para los cuales sí se conoce el control óptimo, $u^a = h(x^a)$ y $u^b = h(x^b)$, el valor de la interpolación lineal (el cual estima el verdadero valor $u^c = h(x^c)$) viene dado por:

$$\hat{u}^c = \frac{x^c - x^a}{x^b - x^a} u^a + \frac{x^b - x^c}{x^b - x^a} u^b;$$

Existen otras alternativas⁶, quizá más adecuadas pero indudablemente más complejas, que también puede utilizarse, sin embargo en mi opinión una adecuada selección de valores x_t en la primera fase de este método reduce las diferencias entre los distintos métodos de interpolación y por tanto las posibles dudas que puede surgir sobre la validez de los resultados obtenidos.

Hechas estas puntualizaciones, el método seguido para la simulación de distintas respuestas consiste en los siguientes pasos:

1.-Determinación de los controles óptimos para un conjunto de valores de la/s variable/s de estado x_t . Retener x_t y $u_t = h(x_t)$.

2.-Partiendo de los valores estacionarios de las variables del modelo K , L y B generar una perturbación aleatoria, z_1 , y determinar el valor de los recursos internos⁷, mediante la expresión:

$$RD_0 = A(K^\alpha + L^\phi) - wH - (1+r^B)B + p_K(1-\delta)K + L + z_1$$

3.-Determinar el control óptimo (K_i , L_i , B_i) correspondiente al nivel de recursos definido en el paso 2, si es necesario mediante interpolación a partir del control obtenido en el paso 1, determinar el dividendo por diferencia. Retener el control óptimo, el valor de los recursos y el valor del "shock".

4.-Dados (K_i , L_i , B_i), generar una nueva perturbación aleatoria, z_2 , y calcular los recursos disponibles conforme a:

$$RD_1 = A(K_i^\alpha + L_i^\phi) - wH_i - (1+r^B)B_i + p_K(1-\delta)K_i + L_i + z_2$$

5.- Obtenidos los recursos disponibles, volver al paso 3 y repetir tantas veces como se precise.

⁶ Entre ellas las que incorpora MATLAB en su comando "interp1", como por ejemplo la opción "vecino más próximo" (similar al algoritmo tan utilizado en el análisis cluster), "splines" cúbicos, etc. Nuevamente Judd (1998) es una excelente referencia sobre distintos métodos de aproximación, en concreto el capítulo 6 de dicho libro está dedicado en exclusiva a los diferentes métodos de aproximación.

⁷ Al definir las características de la perturbación aleatoria, en concreto al asumir una varianza excesiva, puede suceder que el valor de los recursos internos así determinado exceda el rango de los valores x_t para los que se determinaron los controles óptimos. En tal caso puede optarse por sustituir el valor de los recursos internos obtenido por el extremo de x_t correspondiente o bien redefinir las características de la perturbación aleatoria, lo cual es el procedimiento más correcto.

Mediante este procedimiento se puede obtener una simulación del comportamiento del sistema (inversión, producción, empleo, deuda, capital y dividendo) cuando éste es sometido a una sucesión de shocks estocásticos generados a partir de alguna función de distribución conocida que cumpla los requisitos establecidos en la definición del modelo. En el caso que nos ocupa, se han utilizado distintas realizaciones independientes de una función de distribución uniforme entre -8 y 8 .

A.6.1.- M-FILES Y FUNCIONES PARA LA OPTIMIZACIÓN DIRECTA DEL FUNCIONAL (requiere fmincon)

%%%

%Código escrito por Julian Moral Carcedo (2003)

global lolo Dt Lt alp drate pk dep beta zt pinf psup dratet dratet1 w L A beta1 beta2 alp1 irate
drate1 jijas dividendo nper

A=4;

alp=0.39;

alp1=0.29;

pk=4;

dep=.25;

drate=0.18;

drate1=0.18;

beta=(1/(1.05));

irate=0.0;

w=1;

pinf=-1;

psup=2;

dividendo=4;

%valores en el estado estacionario

$Ks = (pk * (0.05 + dep) / (A * alp))^{1/(alp-1)}$;

$Ksded = (pk * (drate + dep) / (A * alp))^{1/(alp-1)}$;

$Ls = (w * (beta^{-1} - irate) / (A * (alp1)))^{1/(alp1-1)}$;

$Lsded = (w * (1 + drate - irate) / (A * (alp1)))^{1/(alp1-1)}$;

%numero de periodos a considerar. Si nper—> inf seria el modelo completo

nper=30;

jijas=zeros(1,nper);

L=Ls;

lolo=Ks;

Dt=0;

Lt=2*Ls-8;

iter=0

while iter<5

iter=iter+1

```

zt=unifrnd(pinf,psup);
if iter==1;
semilla=[4 2 2 10];
x0=zeros(1,(nper-1)*4);
for pepe=1:nper-1
    x0(1,(pepe-1)*4+1:(pepe-1)*4+4)=semilla;
end
else
    x0=x;
end
LB=zeros(1,(nper-1)*4);
options=optimset('largescale','on','Display','iter','GradObj','on','GradConstr','on','DerivativeCheck','on');
options.MaxFunEvals=1000;
[x,fval,eflag,output,lambda] = fmincon('modelo13',x0,[],[],[],[],LB,[],'restricn13',options);
comocrece(1,iter)=-fval;
haconvergado(1,iter)=eflag;
L=0;
lolo=0;
Dt=0;
Lt=2*Ls+iter^0.69;
rinri(1,iter)=Lt;
resacon(:,iter)=x';
lamdas(:,iter)=lambda.ineqnonlin;
for jo=1:length(x)/4
    Kapi(iter,jo)=resacon(4*(jo-1)+1,iter);
    Empl(iter,jo)=resacon(4*(jo-1)+2,iter);
    Liqu(iter,jo)=resacon(4*(jo-1)+3,iter);
    Deuda(iter,jo)=resacon(4*(jo-1)+4,iter);
end
%calculo del dividendo
diviper(iter,:)=genera dividendo(x);
end
figure;
plot(rinri,resacon),legend('K1','L1','A1','B1','K2','L2','A2','B2'),figure, plot(rinri,lamdass)
plot([Kapi' Empl' Liqu' Deuda']),legend('Capital','Empleo','A.liquidados','Deuda' )

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

%%%

%Codigo escrito por Julian Moral Carcedo (2003)

function resultado=generadividendo(x)

global lolo Dt Lt alp drate drate1 pk dep beta A w L beta1 beta2 alp1 irate jijas nper

beta1=beta;

beta2=beta;

F=zeros(1,nper);

con=zeros(1,nper);

F(1,1)=A*(L^(alp1)+lolo^alp)+jijas(1);

for pep=2:nper

F(1,pep)=A*(x((pep-2)*4+2)^(alp1)+x((pep-2)*4+1)^alp)+jijas(pep);

end

con(1,1)=F(1,1)+Lt-w*L-(1+drate)*Dt+pk*(1-dep)*lolo-pk*x(1)+x(4)-x(3);

for pep=2:nper

if pep<nper

con(pep)=F(1,pep)+(1+irate)*x((pep-2)*4+3)-w*x((pep-2)*4+2)-(1+drate)*x((pep-2)*4+4)+pk*(1-dep)*x((pep-2)*4+1)-pk*x((pep-2)*4+5)+x((pep-2)*4+8)-x((pep-2)*4+7);

else

con(pep)=F(1,pep)+(1+irate)*x((pep-2)*4+3)-w*x((pep-2)*4+2)-(1+drate)*x((pep-2)*4+4)+pk*(1-dep)*x((pep-2)*4+1);

end

end

resultado=con;

%%%

%%%

%Codigo escrito por Julian Moral Carcedo (2003)

function [conve, G]=modelo13(x)

global lolo Dt Lt alp drate pk dep beta A w L beta1 beta2 alp1 irate drate1 jijas nper

F=zeros(1,nper);

con=zeros(1,nper);

F(1,1)=A*(L^(alp1)+lolo^alp)+jijas(1);

for pep=2:nper

F(1,pep)=A*(x((pep-2)*4+2)^(alp1)+x((pep-2)*4+1)^alp)+jijas(pep);

end

con(1,1)=F(1,1)+Lt-w*L-(1+drate)*Dt+pk*(1-dep)*lolo-pk*x(1)+x(4)-x(3);

```

for pep=2:nper
    if pep<nper
        con(pep)=F(1,pep)+(1+irate)*x((pep-2)*4+3)-w*x((pep-2)*4+2)-(1+drate)*x((pep-
2)*4+4)+pk*(1-dep)*x((pep-2)*4+1)-pk*x((pep-2)*4+5)+x((pep-2)*4+8)-x((pep-2)*4+7);
    else
        con(pep)=F(1,pep)+(1+irate)*x((pep-2)*4+3)-w*x((pep-2)*4+2)-(1+drate)*x((pep-
2)*4+4)+pk*(1-dep)*x((pep-2)*4+1);
    end
    con(1,pep)=con(1,pep)*(beta^(pep-1));
end
con2=sum(con);
conve=-con2;
beta1=beta;
beta2=beta;
%Se define el gradiente del funcional objetivo
G=zeros(1,(nper-1)*4);
for pepe=1:nper-1
    G((pepe-1)*4+1:(pepe-1)*4+4)=[-pk*beta1^(pepe-1)+(beta1^(pepe))* (A*alp*x((pepe-
1)*4+1)^(alp-1)+pk*(1-dep)),(beta1^(pepe))* (A*alp1*x((pepe-1)*4+2)^(alp1-1)-w),(beta1^(pepe-
1))*(beta-1),(beta1^(pepe-1))*(-beta*(1+drate)+1)];
end
G=-G;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Codigo escrito por Julian Moral Carcedo (2003)
function [c,ceq,DC,DCEq]=restricn13(x);
global lolo Dt Lt alp drate pk dep beta zt dratet dratet1 w L A alp1 irate drate1 jijas dividendo
nper
ceq=[];
DCEq=[];
F=zeros(1,nper);
con=zeros(1,nper);

F(1,1)=A*(L^(alp1)+lolo^alp)+jijas(1);
for pep=2:nper
    F(1,pep)=A*(x((pep-2)*4+2)^(alp1)+x((pep-2)*4+1)^alp)+jijas(pep);
end

```

```

con(1,1)=F(1,1)+Lt-w*L-(1+drate)*Dt+pk*(1-dep)*lolo-pk*x(1)+x(4)-x(3);
for pep=2:nper
    if pep<nper
        con(pep)=F(1,pep)+(1+irate)*x((pep-2)*4+3)-w*x((pep-2)*4+2)-(1+drate)*x((pep-
2)*4+4)+pk*(1-dep)*x((pep-2)*4+1)-pk*x((pep-2)*4+5)+x((pep-2)*4+8)-x((pep-2)*4+7);
        else
            con(pep)=F(1,pep)+(1+irate)*x((pep-2)*4+3)-w*x((pep-2)*4+2)-(1+drate)*x((pep-
2)*4+4)+pk*(1-dep)*x((pep-2)*4+1);
        end
    end
end
c=zeros(nper+nper-1,1);
for pep=1:nper
    c(pep,1)=dividendo-con(1,pep);
end
for pepe=1:nper-1
    c(nper+pep,1)=w*x((pep-1)*4+2)-x((pep-1)*4+3);
end
%Se define el gradiente de las restricciones
DC=zeros(nper+nper-1,(nper-1)*4);
DC(1,1:4)=[pk,0,1,-1];
for pepe=2:nper-1
    DC(pepe,(pepe-2)*4+1:(pepe-2)*4+8)=[-(A*alp*x((pepe-2)*4+1)^(alp-1)+pk*(1-dep))-
A*alp1*x((pepe-2)*4+2)^(alp1-1)+w,-1,(1+drate),pk,0,1,-1];
end
pepe=nper;
DC(pepe,(pepe-2)*4+1:(pepe-2)*4+4)=[-(A*alp*x((pepe-2)*4+1)^(alp-1)+pk*(1-dep))-
A*alp1*x((pepe-2)*4+2)^(alp1-1)+w,-1,(1+drate))];
for pepe=1:nper-1
    DC(nper+pepe,(pepe-1)*4+1:(pepe-1)*4+4)=[0,w,-1,0];
end
DC=DC';

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```


A.6.2.- M-FILES Y FUNCIONES PARA LA RESOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEALES DADO POR LAS CONDICIONES DE PRIMER ORDEN (requiere fsolve)

Para acelerar la computación se ha definido el jacobiano correspondiente al sistema de ecuaciones dado por las condiciones de primer orden (incluidos los multiplicadores de lagrange y multiplicadores de Kuhn-Tucker). Dado que la rutina "fsolve" no admite la definición de límites inferiores para las variables del sistema (recuérdese que tanto las variables como los multiplicadores son no negativos) se han transformado las variables en sus versiones exponenciales $x_2 = \exp(x)$, lo que obliga a modificar el Jacobiano para incorporar tal transformación. Sobre transformaciones puede consultarse el capítulo 2 del libro de Kim y Nelson (1999), que si bien trata especialmente sobre la maximización de funciones de verosimilitud puede servir como guía para todo tipo de funciones.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Codigo escrito por Julian Moral Carcedo (2003)
global alp drate pk dep beta A w beta1 beta2 alp1 irate drate1 dividendo periodo
A=4;
alp=.39;
alp1=0.29;
pk=4;
dep=.25;
drate=0.18;
drate1=0.18;
beta=(1/(1.05));
irate=0.0;
w=1;

%valores en el estado estacionario
Ks=(pk*(0.05+dep)/(A*alp))^(1/(alp-1));
Ksded=(pk*(drate+dep)/(A*alp))^(1/(alp-1));
Ls=(w*(beta^(-1)-irate)/(A*(alp1)))^(1/(alp1-1));
Lsded=(w*(1+drate-irate)/(A*(alp1)))^(1/(alp1-1));
dividendo=4;
periodo=55;
semilla=[4 0.01 2 .05 0.01 12 4];

```

```

x0=zeros(1,periodo*7+2);
for pepe=1:periodo
    x0(1,(pepe-1)*7+1:(pepe-1)*7+7)=semilla;
end
x0(1,periodo*7+1)=4;
x0(1,periodo*7+2)=.5;
noni=find(x0);
x0(noni)=log(x0(noni));
[x1,fval,eflag] =
fsolve(@mifuncion5,x0,optimset('Maxfunvals',18000,'MaxIter',1000,'Display','iter','Jacobian','on',
'Largescale','on','DerivativeCheck','on','Tolfun',1e-8))

resacon=x1;
resacon=exp(resacon);
for jo=1:length(x1)/7-1
    Kapi(jo)=(resacon(1,7*(jo-1)+1));
    Empl(jo)=(resacon(1,7*(jo-1)+3));
    Deuda(jo)=(resacon(1,7*(jo-1)+6));
    Dividendo(jo)=(resacon(1,7*(jo-1)+7));
end
figure;plot([Kapi' Empl' Deuda' Dividendo']),legend('Capital','Empleo','Deuda','Dividendo' )

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Codigo escrito por Julian Moral Carcedo (2003)
function [rrr,jacobo]=mifuncion5(x)
global alp drate pk dep beta A w beta1 beta2 alp1 irate drate1 dividendo periodo
Ks=(pk*(0.05+dep)/(A*alp))^(1/(alp-1));
Ksded=(pk*(drate+dep)/(A*alp))^(1/(alp-1));
Ls=(w*(beta^(-1)-irate)/(A*(alp1)))^(1/(alp1-1));
Lsded=(w*(1+drate-irate)/(A*(alp1)))^(1/(alp1-1));
x2=exp(x);
=exp(dividendo);
n=periodo-1;
rrr=zeros(n*7+2,1);
for pepe=1:n+1

```

```

if pepe==1
    rrr(1)=A*alp*x2(1)^(alp-1)-pk*(((1+x2(n*7+7+2))/(1+x2(2))))*beta^(-1)-1+dep);
    rrr(2)=A*alp1*x2(3)^(alp1-1)-w*((x2(4)/(1+x2(2)))+1);
    rrr(3)=beta*(1+drate)-((1+x2(n*7+7+2))/(1+x2(2)))-beta*x2(5)/(1+x2(2));
    rrr(4)=x2(4)-beta^(-1)*(1+x2(n*7+7+2))+(1+x2(2));
    rrr(5)=(x2(6))*x2(5);
    rrr(6)=x2(7)-A*(x2(3)^(alp1)+x2(1)^alp)+w*x2(3)-pk*(1-dep)*x2(1)-w*x2(3)+(1+drate)*(x2(6))-
    (x2(13))+pk*x2(8)+w*x2(10);
    rrr(7)=(x2(7)-dividendo)*x2(2);

end

if pepe>1 & pepe<=n
    rrr((pepe-1)*7+1)=A*alp*x2((pepe-1)*7+1)^(alp-1)-pk*(((1+x2((pepe-2)*7+2))/(1+x2((pepe-
    1)*7+2))))*beta^(-1)-1+dep);
    rrr((pepe-1)*7+2)=A*alp1*x2((pepe-1)*7+3)^(alp1-1)-w*((x2((pepe-1)*7+4)/(1+x2((pepe-
    1)*7+2)))+1);
    rrr((pepe-1)*7+3)=beta*(1+drate)-((1+x2((pepe-2)*7+2))/(1+x2((pepe-1)*7+2)))-beta*x2((pepe-
    1)*7+5)/(1+x2((pepe-1)*7+2));
    rrr((pepe-1)*7+4)=x2((pepe-1)*7+4)-beta^(-1)*(1+x2((pepe-2)*7+2))+(1+x2((pepe-1)*7+2));
    rrr((pepe-1)*7+5)=(x2((pepe-1)*7+6))*x2((pepe-1)*7+5);
    rrr((pepe-1)*7+6)=x2((pepe-1)*7+7)-A*(x2((pepe-1)*7+3)^(alp1)+x2((pepe-
    1)*7+1)^alp)+w*x2((pepe-1)*7+3)-pk*(1-dep)*x2((pepe-1)*7+1)-w*x2((pepe-
    1)*7+3)+(1+drate)*(x2((pepe-1)*7+6))-(x2((pepe)*7+6))+pk*x2((pepe)*7+1)+w*x2((pepe)*7+3);
    rrr((pepe-1)*7+7)=(x2((pepe-1)*7+7)-dividendo)*x2((pepe-1)*7+2);
end

if pepe>n
    rrr((pepe-1)*7+1)=A*alp*x2((pepe-1)*7+1)^(alp-1)-pk*(((1+x2((pepe-2)*7+2))/(1+x2((pepe-
    1)*7+2))))*beta^(-1)-1+dep);
    rrr((pepe-1)*7+2)=A*alp1*x2((pepe-1)*7+3)^(alp1-1)-w*((x2((pepe-1)*7+4)/(1+x2((pepe-
    1)*7+2)))+1);
    rrr((pepe-1)*7+3)=beta*(1+drate)-((1+x2((pepe-2)*7+2))/(1+x2((pepe-1)*7+2)))-beta*x2((pepe-
    1)*7+5)/(1+x2((pepe-1)*7+2));
    rrr((pepe-1)*7+4)=x2((pepe-1)*7+4)-beta^(-1)*(1+x2((pepe-2)*7+2))+(1+x2((pepe-1)*7+2));
    rrr((pepe-1)*7+5)=(x2((pepe-1)*7+6))*x2((pepe-1)*7+5);
    rrr((pepe-1)*7+6)=x2((pepe-1)*7+7)-A*(x2((pepe-1)*7+3)^(alp1)+x2((pepe-
    1)*7+1)^alp)+w*x2((pepe-1)*7+3)-pk*(1-dep)*x2((pepe-1)*7+1)-w*x2((pepe-
    1)*7+3)+(1+drate)*(x2((pepe-1)*7+6));
    rrr((pepe-1)*7+7)=(x2((pepe-1)*7+7)-dividendo)*x2((pepe-1)*7+2);

```

end

end

rrr((n+1)*7+1,1)=x2(n*7+7+1)-(A*((Ls)^(alp1)+(Ks)^(alp))-w*(Ls)+pk*(1-dep)*(Ks)+w*Ls-
8+x2(6)-pk*x2(1)-w*x2(3));

rrr((n+1)*7+2,1)=(x2(n*7+7+1)-dividendo)*x2(n*7+7+2);

JUJI=zeros((n)*7+7+2,n*7+7+2);

JUJI(1:7,1:13)=[A*alp*(alp-1)*x2(1)^(alp-2) pk*beta^(-1)*((1+x2(n*7+7+2))/(1+x2(2))^2)
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 w*((x2(4)/(1+x2(2))^2)) A*alp1*(alp1-
1)*x2(3)^(alp1-2) -w*((1/(1+x2(2)))) 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 ((1+x2(n*7+7+2))/(1+x2(2))^2)+beta*x2(5)/(1+x2(2))^2 0
0 -beta/(1+x2(2)) 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0
x2(6) x2(5) 0 0 0 0 0 0 0;
-A*alp*x2(1)^(alp-1)-pk*(1-dep) 0 -A*alp1*x2(3)^(alp1-
1)+w-w 0 0 (1+drate) 1 pk 0 w 0 0 -1;
0 x2(7)-dividendo 0 0 0
0 0 x2(2) 0 0 0 0 0 0];

for pe=1:n-1

JUJIprev=[0 -pk*beta^(-1)*(1/(1+x2(pe*7+2))) 0 0 0 0 0 A*alp*(alp-
1)*x2(pe*7+1)^(alp-2) pk*beta^(-1)*((1+x2((pe-1)*7+2))/(1+x2(pe*7+2))^2) 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0
w*((x2(pe*7+4)/(1+x2(pe*7+2))^2)) A*alp1*(alp1-1)*x2(pe*7+3)^(alp1-2) -
w*((1/(1+x2(pe*7+2)))) 0 0 0 0 0 0 0;
0 -(1/(1+x2(pe*7+2))) 0 0 0 0 0 0 ((1+x2((pe-
1)*7+2))/(1+x2(pe*7+2))^2)+beta*x2(pe*7+5)/(1+x2(pe*7+2))^2 0
-beta/(1+x2(pe*7+2)) 0 0 0 0 0 0 0;
0 -beta^(-1) 0 0 0 0 0 0 1
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 x2(pe*7+6) x2(pe*7+5) 0 0 0 0 0 0];

```

0 0 0 0 0 0 0 -A*alp*x2(pe*7+1)^(alp-1)-pk*(1-dep) 0
-A*alp1*x2(pe*7+3)^(alp1-1)+w-w 0 0 (1+drate) 1 pk 0 w 0 0
-1;

```

```

0 0 0 0 0 0 0 x2(pe*7+7)-dividendo
0 0 0 0 x2(pe*7+2) 0 0 0 0 0 0];

```

```
JUJI(pe*7+1:pe*7+7,(pe-1)*7+1:(pe-1)*7+20)=JUJIprev;
```

```
end
```

```
pe=n;
```

```

JUJIprev2 =[0 -pk*beta^(-1)*(1/(1+x2(pe*7+2))) 0 0 0 0 0 A*alp*(alp-
1)*x2(pe*7+1)^(alp-2) pk*beta^(-1)*((1+x2((pe-1)*7+2))/(1+x2(pe*7+2)))^2) 0
0 0 0 0 ;

```

```

0 0 0 0 0 0 0 0
w*((x2(pe*7+4)/(1+x2(pe*7+2))^2)) A*alp1*(alp1-1)*x2(pe*7+3)^(alp1-2) -
w*((1/(1+x2(pe*7+2)))) 0 0 ;

```

```

0 -(1/(1+x2(pe*7+2))) 0 0 0 0 0 0 ((1+x2((pe-
1)*7+2))/(1+x2(pe*7+2))^2)+beta*x2(pe*7+5)/(1+x2(pe*7+2))^2 0
-beta/(1+x2(pe*7+2)) 0 0 ;

```

```

0 -beta^(-1) 0 0 0 0 0 0 1
0 1 0 0 0 0 ;

```

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 x2(pe*7+6) x2(pe*7+5) 0 ;

```

```

0 0 0 0 0 0 0 -A*alp*x2(pe*7+1)^(alp-1)-pk*(1-dep) 0
-A*alp1*x2(pe*7+3)^(alp1-1)+w-w 0 0 (1+drate) 1 ;

```

```

0 0 0 0 0 0 0 x2(pe*7+7)-dividendo
0 0 0 0 x2(pe*7+2)];

```

```
JUJI((n-1)*7+8:n*7+7,n*7+7-13:n*7+7)=JUJIprev2;
```

```
JUJI(n*7+7+1,1:6)=[pk 0 w 0 0 -1];
```

```
JUJI(n*7+7+1,n*7+7+1)=1;
```

```
JUJI(n*7+7+2,n*7+7+1)=x2(n*7+7+2);JUJI(n*7+7+2,n*7+7+2)=(x2(n*7+7+1)-dividendo);
```

```
JUJI(1,n*7+7+2)=-pk*beta^(-1)*(1/(1+x2(2)));
```

```
JUJI(3,n*7+7+2)=-(1/(1+x2(2)));
```

```
JUJI(4,n*7+7+2)=-beta^(-1);
```

```
JUJI=JUJI.*(exp(x))*ones(1,length(x));
```

```
jacobo=sparse(JUJI);
```

```
%%%%%%%%%
```

A.6.3.-M-FILES PARA LA SIMULACIÓN DEL SISTEMA.

%%%

%Codigo escrito por Julian Moral Carcedo (2003)

%Requiere la función interp1 de Mathworks ©. Incluida con Matlab.

%Previamente hay que introducir la estimacion del control optimo para un conjunto de valores de los recursos internos xt.

%Los recursos internos,xt, se incluyen como un vector columna que se llama x

%el control optimo correspondiente a cada xt se incluye como una matriz llamada y

%y tiene 5 columnas [capital deuda liquidez empleo dividendo]

%numero de periodos de la simulacion

nper=250;

%parametros del sistema

A=4;

alp=0.39;

alp1=.29;

pk=4;

dep=.15;

drate=.18;

beta=(1/(1.05));

irate=0;

w=1;

dividendo=4;

%valores estacionarios con y sin deuda que actuan como valores iniciales del sistema

Ks=(pk*(0.05+dep)/(A*alp))^(1/(alp-1));

Ksded=(pk*(drate+dep)/(A*alp))^(1/(alp-1));

Ls=(w*(beta^(-1)-irate)/(A*(alp1)))^(1/(alp1-1));

Lsded=(w*(1+drate-irate)/(A*(alp1)))^(1/(alp1-1));

Deuda=0;

%se generan los recursos internos iniciales

Prod=A*(Ls^alp1)+Ks^alp;

recur=Prod+(1+irate)*w*Ls-(1+drate)*Deuda+pk*(1-dep)*Ks;

for ril=1:100 %numero de empresas

for pepe=1:nper

recursos(pepe,1)=recur;

yy = interp1(x,y,recur);

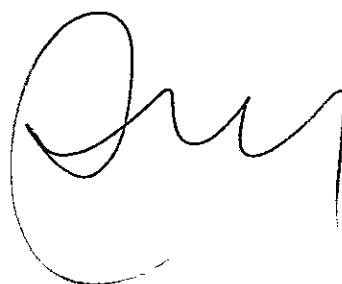
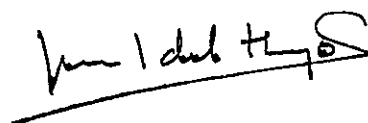
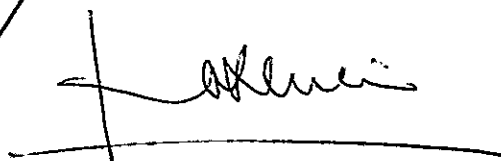
```

respuesta(pepe,1:5)=yy;
Prod(pepe,1)=A*(yy(1,4)^(alp1)+yy(1,1)^alp);
zt=unifrnd(-10,10);
recur=Prod(pepe,1)+(1+irate)*yy(1,3)-w*yy(1,4)-(1+drate)*yy(1,2)+pk*(1-dep)*yy(1,1)+zt;
shock(pepe,1)=zt;
end
capital(:,ril)=pk*respuesta(:,1);
empleo(:,ril)=respuesta(:,4);
inversion(:,ril)=pk*respuesta(2:nper,1)-respuesta(1:nper-1,1)*(1-dep)*pk;
produccion(:,ril)=Prod;
deuda(:,ril)=respuesta(:,2);
end
%respuestas graficas
plot([respuesta(:,1) respuesta(:,2)]);legend('Capital','Deuda');figure;plot([respuesta
shock]);legend('Capital','Deuda','Liquidez','Empleo','Dividendo','shock');
figure;plot([respuesta
recursos]);legend('Capital','Deuda','Liquidez','Empleo','Dividendo','recursos');
figure;plot([pk*respuesta(2:nper,1)-respuesta(1:nper-1,1)*(1-dep)*pk respuesta(2:nper,2)
shock(2:nper)]);legend('Inversion','Deuda','Shock');
plot(inversion*ones(100,1)),legend('inversion para 100
empresas');figure;plot(produccion*ones(100,1)),legend('produccion para 100 empresas');

%%%%%%%%%%

```

Reunido el Tribunal que suscribe en el día
de la fecha, acordo calificar la presente Tesis
Doctoral con la censura de SOMAMENTE CON LAUDE
Madrid, 20 enero 2004

A stylized handwritten signature, possibly reading 'García', followed by a horizontal line.A large, flowing handwritten signature, possibly reading 'Ortiz', followed by a horizontal line.A handwritten signature, possibly reading 'García', followed by a horizontal line.A handwritten signature, possibly reading 'Juan I. del Hoyo', followed by a horizontal line.A handwritten signature, possibly reading 'Lorenzo', followed by a horizontal line.